

Вариант № 811383

1. Задание 1 № 507521. Найдите значения выражения: $0,86 : \frac{43}{20}$.

Пояснение.

Найдём значения выражения:

$$0,86 : \frac{43}{20} = \frac{86}{100} : \frac{43}{20} = \frac{86 \cdot 20}{100 \cdot 43} = \frac{2}{5} = 0,4$$

2. Задание 2 № 77406. Найдите значение выражения $5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1}$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1} = 5^{3\sqrt{7}-1+1-\sqrt{7}-(2\sqrt{7}-1)} = 5.$$

Ответ: 5.

3. Задание 3 № 505138. Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 2 %. Книга стоит 550 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

Пояснение.

Скидка на покупку составит $550 \cdot 0,02 = 11$ рублей. Значит, держатель дисконтной карты заплатит за книгу $550 - 11 = 539$ рублей.

Ответ: 539.

4. Задание 4 № 506570. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с рёбрами a , b и c можно найти по формуле $S = 2(ab + ac + bc)$. Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда с рёбрами 5, 6 и 20.

Пояснение.

Найдём площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда:

$$S = 2(5 \cdot 6 + 5 \cdot 20 + 6 \cdot 20) = 2(30 + 100 + 120) = 500.$$

Ответ: 500.

5. Задание 5 № 67565.

Найдите значение выражения $a^{0,97} \cdot a^{0,74} \cdot a^{0,29}$ при $a = 19$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$a^{0,97} \cdot a^{0,74} \cdot a^{0,29} = a^{0,97+0,74+0,29} = a^2 = 361.$$

Ответ: 361.

6. Задание 6 № 509651. Таксист за месяц проехал 7000 км. Цена бензина 30 рублей за литр. Средний расход бензина на 100 км составляет 7 литров. Сколько рублей потратил таксист на бензин за этот месяц?

Пояснение.

Узнаем сколько литров бензина таксист потратил за 7000 км.:

$$\frac{7000 \cdot 7}{100} = 490.$$

Узнаем сколько рублей заплатил таксист за 490 литров бензина:

$$490 \cdot 30 = 14700.$$

Значит, за месяц таксист потратил на бензин 14 700 рублей.

Ответ: 14700.

7. Задание 7 № 506695. Найдите корень уравнения: $\left(\frac{1}{5}\right)^{5-x} = 125$.

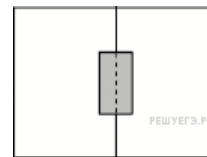
Пояснение.

Перейдем к одному основанию степени:

$$(5^{-1})^{5-x} = 5^3 \Leftrightarrow -5 + x = 3 \Leftrightarrow x = 8.$$

Ответ: 8.

8. Задание 8 № 506331. Два садовода, имеющие прямоугольные участки размерами 35 м на 40 м с общей границей, договорились и сделали общий прямоугольный пруд размером 20 м на 14 м (см. чертёж), причём граница участков проходит точно через центр. Какова площадь (в квадратных метрах) оставшейся части участка каждого садовода?



Пояснение.

Площадь каждого из участков равна $35 \cdot 40 = 1400$ кв. м, а площадь пруда равна $20 \cdot 14 = 280$ кв. м. На каждом участке находится половина пруда, занимая 140 кв. м. Поэтому площадь оставшейся части каждого из участков равна $1400 - 140 = 1260$ кв. м.

Ответ: 1260.

9. Задание 9 № 506864. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) масса таблетки лекарства	1) $3,3464 \cdot 10^{-27}$ кг
Б) масса Земли	2) 100 т
В) масса молекулы водорода	3) 5 мг
Г) масса взрослого кита	4) $5,9726 \cdot 10^{24}$ кг

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её возможного значения.

А	Б	В	Г

Пояснение.

От лёгкого к тяжёлому: молекула водорода (В — 1), таблетка лекарства (А — 3), взрослый кит (Г — 2), Земля (Б — 4).

Ответ: 3412.

10. Задание 10 № 507935. На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 4 из России и 3 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

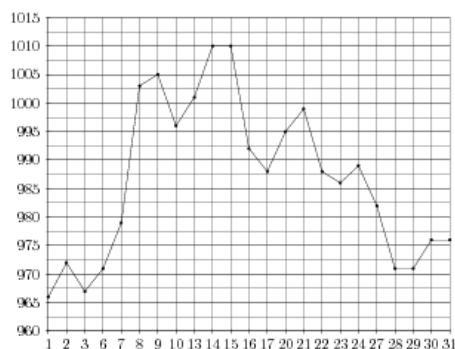
Пояснение.

Всего в семинаре принимает участие $3 + 4 + 3 = 10$ ученых, значит, вероятность того, что ученый, который выступает восьмым, окажется из России, равна $4:10 = 0,4$.

Ответ: 0,4.

11. Задание 11 № 263797.

На рисунке жирными точками показана цена золота, установленная Центробанком РФ во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена золота в рублях за грамм. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена золота была меньше 980 рублей за грамм.



Пояснение.

Из графика видно, что за данный период было 9 дней, когда цена золота была меньше 980 рублей за грамм.

Ответ: 9.

12. Задание 12 № 508003. Турист подбирает экскурсии. Сведения об экскурсиях представлены в таблице.

Номер экскурсии	Посещаемые объекты	Стоимость (руб.)
1	загородный дворец	200
2	крепость	150
3	музей живописи	250
4	музей живописи, парк	250
5	парк, крепость	450
6	музей живописи, загородный дворец	250

Пользуясь таблицей, подберите набор экскурсий так, чтобы турист посетил четыре объекта: крепость, загородный дворец, парк и музей живописи, а суммарная стоимость экскурсий не превышала бы 650 рублей. В ответе укажите ровно один набор номеров экскурсий без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Пояснение.

Турист должен посетить крепость, а значит ему надо брать либо второй, либо пятый билет.

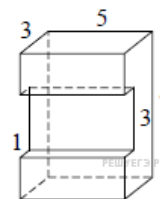
Пусть он выбрал второй, тогда он возьмет первый и четвёртый и потратит $150 + 200 + 250 = 600$ рублей.

Выбрав пятый билет нельзя выбрать остальные билеты так, чтобы суммарная стоимость экскурсий не превышала 650 рублей.

Таким образом, номера экскурсий будут 1, 2 и 4.

Ответ: 124.

13. Задание 13 № 507961. Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Цифры на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите площадь поверхности этой детали. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



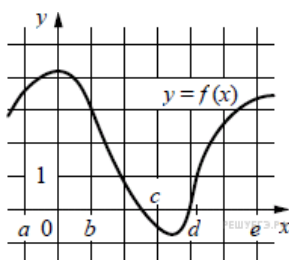
Пояснение.

Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 3, 5, 7 и двух прямоугольников со сторонами 1 и 5, уменьшенной на площадь двух прямоугольников со сторонами 1 и 3:

$$(2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 7 \cdot 3 + 2 \cdot 7 \cdot 5) + 2 \cdot 5 \cdot 1 - 2 \cdot 3 \cdot 1 = 142 + 10 - 6 = 146.$$

Ответ: 146.

14. Задание 14 № 506377. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Числа a, b, c, d и e задают на оси x четыре интервала. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.



Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ

ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

А) $(a; b)$

1) производная отрицательна на всём интервале

Б) $(b; c)$

2) производная положительна в начале интервала и отрицательна в конце интервала

В) $(c; d)$

3) функция отрицательна в начале интервала и положительна в конце интервала

Г) $(d; e)$

4) производная положительна на всём интервале

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

Пояснение.

Если функция возрастает, то производная положительна и наоборот.

На интервале $(a; b)$ производная положительна в начале интервала и отрицательна в конце, потому что функция вначале возрастает, а потом убывает.

На интервале $(b; c)$ производная отрицательна, потому что функция убывает.

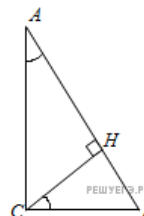
На интервале $(c; d)$ функция отрицательна в начале интервала и положительна в конце интервала.

На интервале $(d; e)$ производная положительна, потому что функция возрастает.

Таким образом, получаем соответствие А — 2, Б — 1, В — 3 и Г — 4.

Ответ: 2134.

15. Задание 15 № 19893. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB = 40$, $\sin A = \frac{1}{5}$. Найдите BH .

**Пояснение.**

Углы A и HCB равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами:

$$BH = BC \sin \angle HCB = AB \sin A \sin \angle HCB = AB \sin^2 A = \frac{40 \cdot 1}{25} = 1,6.$$

Ответ: 1,6.

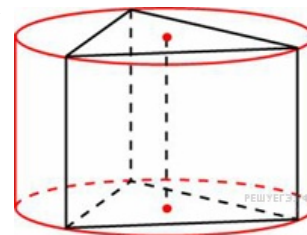
16. Задание 16 № 76485. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен $8\sqrt{3}$, а высота равна 6.

Пояснение.

Сторона правильного треугольника выражается через радиус описанной окружности как $a = \sqrt{3}r = \sqrt{3} \cdot 8\sqrt{3} = 24$. Площадь боковой поверхности призмы тогда равна

$$S_{\text{бок}} = Ph = 3ah = 3 \cdot 24 \cdot 6 = 432.$$

Ответ: 432.



17. Задание 17 № 507088. Поставьте в соответствие каждому неравенству множество его решений.

НЕРАВЕНСТВА

- А) $\log_2 x > 0$
- Б) $\log_2 x \leq 0$
- В) $\log_{0,5} x \leq 0$
- Г) $\log_{0,5} x > 0$

РЕШЕНИЯ

- 1) $0 < x \leq 1$
- 2) $0 < x < 1$
- 3) $x \geq 1$
- 4) $x > 1$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

Пояснение.

Решим неравенства. При этом нужно помнить, что подлогарифмическое выражение всегда больше нуля.

- А) $\log_2 x > 0 \Leftrightarrow \log_2 x > \log_2 1 \Leftrightarrow x > 1$.
- Б) $\log_2 x \leq 0 \Leftrightarrow \log_2 x \leq \log_2 1 \Leftrightarrow 0 < x \leq 1$.
- В) $\log_{0,5} x \leq 0 \Leftrightarrow \log_{0,5} x \leq \log_{0,5} 1 \Leftrightarrow x \geq 1$.
- Г) $\log_{0,5} x > 0 \Leftrightarrow \log_{0,5} x > \log_{0,5} 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Таким образом, получаем соответствие: А — 4, Б — 1, В — 3, Г — 2.

Ответ: 4132.

18. Задание 18 № 507065. Пять наиболее длинных рек России (учитывается наибольшая длина с притоками) — это Амур, Енисей, Иртыш, Лена и Обь. При этом Лена длиннее Енисея, но короче Оби, Амур длиннее и Лены и Иртыша. Выберите утверждения, которые следуют из приведённых данных.

- 1) Амур — первая или вторая по длине река
- 2) Енисей — вторая или третья река по длине
- 3) Лена длиннее Иртыша
- 4) Амур длиннее Оби

В ответе укажите номер выбранного утверждения.

Пояснение.

Пусть А, Е, И, Л и О — соответственно длины Амура, Енисея, Иртыша, Лены и Оби. Из условия получаем неравенства: $L > E$, $L < O$, $A > L$, $A > И$. Откуда получаем: $E < L < O$.

- 1) Из условия следует, что Амур длиннее Лены, Иртыша и Енисея, следовательно, Амур первая или вторая по длине река.
- 2) Из условия нельзя сказать, какое место занимает Енисей по длине.
- 3) Из условия нельзя сказать как соотносятся длины Лены и Иртыша.
- 4) Из имеющихся неравенств нельзя, определить как относятся длины Амур и Оби.

Таким образом, верным является утверждение 1.

Ответ: 1.

19. Задание 19 № 506874. Приведите пример трёхзначного натурального числа, кратного 4, сумма цифр которого равна их произведению. В ответе укажите ровно одно такое число.

Пояснение.

Можно заметить, что если среди цифр есть хотя бы две единицы, то равенство невозможно, так как сумма будет больше произведения. То же самое, если единиц нет вообще. В этом случае произведение будет слишком большое. Таким образом, среди цифр есть ровно одна единица. Число делится на 4, значит, последняя цифра чётная, а это значит, что произведение тоже чётное. А значит, и сумма. И так как последняя цифра чётная, то оставшиеся две цифры должны быть одной чётности. А так как мы выяснили, что среди цифр есть ровно одна единица, то эти числа нечётные. Под эти ограничения подходят числа: 132, 136, 152, 156, 172, 176, 192, 196, 312, 316, 512, 516, 712, 716, 912, 916, из которых удовлетворяют всем условиям только числа 132 и 312.

20. Задание 20 № 507079. В результате паводка котлован заполнился водой до уровня 2 метра. Строительная помпа непрерывно откачивает воду, понижая её уровень на 20 см в час. Подпочвенные воды, наоборот, повышают уровень воды в котловане на 5 см в час. За сколько часов работы помпы уровень воды в котловане опустится до 80 см?

Пояснение.

За час уровень воды в котловане уменьшается на $20 - 5 = 15$ см. Нужно откачать $2 \cdot 100 - 80 = 120$ см воды. Следовательно, уровень воды в котловане опустится до 80 см за $\frac{120}{15} = 8$ часов.

Ответ: 8.