

Вариант № 811387

1. Задание 1 № 506992. Найдите значение выражения $\frac{2}{5} - 0,83$.

Пояснение.

Найдём значение выражения:

$$\frac{2}{5} - 0,83 = \frac{2}{5} - \frac{83}{100} = \frac{40 - 83}{100} = -\frac{43}{100} = -0,43.$$

Ответ: -0,43.

2. Задание 2 № 26738. Найдите значение выражения $5^{0,36} \cdot 25^{0,32}$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$5^{0,36} \cdot 25^{0,32} = 5^{0,36} \cdot (5^2)^{0,32} = 5^{0,36+2 \cdot 0,32} = 5^1 = 5.$$

Ответ: 5.

3. Задание 3 № 80493.

Тетрадь стоит 7 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 90 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 20% от стоимости всей покупки?

Пояснение.

За 90 тетрадей покупатель заплатил бы $90 \cdot 7 = 630$ рублей. Скидка составит 20%, т. е. 126 рублей. Значит, покупатель заплатит $630 - 126 = 504$ рубля.

Ответ: 504.

4. Задание 4 № 506507. Среднее гармоническое трёх чисел a, b и c вычисляется по формуле

$$h = \left(\frac{a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}}{3} \right)^{-1}. \text{ Найдите среднее гармоническое чисел } \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \text{ и } \frac{1}{8}.$$

Пояснение.

Найдём среднее гармоническое чисел:

$$h = \left(\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-1}}{3} \right)^{-1} = \left(\frac{3+4+8}{3} \right)^{-1} = 3^{-1} = \frac{1}{3} = 0,33.$$

Ответ: 0,33.

5. Задание 5 № 65363.

Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{7 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{4 \sin \alpha - 9 \cos \alpha} = 2$.

Пояснение.

Разделим числитель и знаменатель на $\cos \alpha$:

$$\frac{7 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{4 \sin \alpha - 9 \cos \alpha} = \frac{7 \operatorname{tg} \alpha - 2}{4 \operatorname{tg} \alpha - 9} = 2.$$

Тогда

$$7 \operatorname{tg} \alpha - 2 = 8 \operatorname{tg} \alpha - 18 \Leftrightarrow \operatorname{tg} \alpha = 16.$$

Ответ: 16.

6. Задание 6 № 24651.

В университетскую библиотеку привезли новые учебники по общей медицине для 4-5 курсов, по 130 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 8 полок, на каждой полке помещается 20 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?

Пояснение.

Всего привезли $130 \cdot 2 = 260$ учебников по общей медицине. В книжном шкафу помещается $20 \cdot 8 = 160$ учебников. Разделим 260 на 160:

$$\frac{260}{160} = \frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}.$$

Значит, полностью можно будет заполнить 1 шкаф.

Ответ: 1.

7. Задание 7 № 103023.

Решите уравнение $\sqrt{-3+4x}=x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Пояснение.

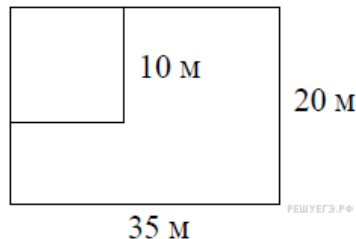
Возведем в квадрат:

$$\sqrt{-3+4x}=x \Leftrightarrow \begin{cases} -3+4x=x^2, \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x+3=0, \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, \\ x=3, \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Меньший корень равен 1.

Ответ: 1.

8. Задание 8 № 509633. Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 35 м и 20 м. Хозяин планирует обнести его изгородью и отгородить такой же изгородью квадратный участок со стороной 10 м (см. рисунок). Найдите суммарную длину изгороди в метрах.



Пояснение.

Длина забора равна сумме периметра и ширины. Найдём периметр участка $35+35+20+20=110$ м.

Длина забора $110+20=130$ м.

Ответ: 130.

9. Задание 9 № 506534. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ
А) длина песчинки	1) 8 см
Б) длина указательного пальца	2) 0,1 мм
В) радиус Земли	3) 350 м
Г) длина одного круга на стадионе	4) 6400 км

Пояснение.

Упорядочим от маленького к большому: песчинка, указательный палец, круг на стадионе, радиус Земли. Таким образом, получаем соответствие: А — 2, Б — 1, В — 4, Г — 3.

Ответ: 2143.

10. Задание 10 № 320373.

В чемпионате мира участвуют 15 команд. С помощью жребия их нужно разделить на пять групп по три команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется в четвёртой группе?

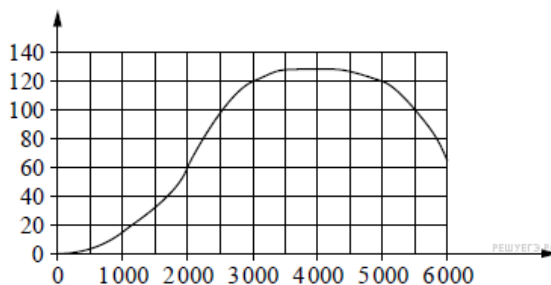
Пояснение.

Вероятность того, что команда России окажется в четвёртой группе, равна отношению количества карточек с номером 4, к общему числу карточек. Тем самым, она равна

$$\frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

11. Задание 11 № 509656. На графике показана зависимость крутящего момента автомобильного двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в $\text{Н} \cdot \text{м}$. Чтобы автомобиль начал движение, крутящий момент должен быть не менее $60 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Определите по графику, какого наименьшего числа оборотов двигателя в минуту достаточно, чтобы автомобиль начал движение?



Пояснение.

Из графика видно, что крутящий момент $60 \text{ Н} \cdot \text{м}$ достигается при 2000 оборотов двигателя в минуту (см. рисунок).

Ответ: 2000.

12. Задание 12 № 77360. В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше $10\,000$ руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10% . Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель Б. хочет приобрести куртку ценой 9300 руб., рубашку ценой 1800 руб. и перчатки ценой 1200 руб. В каком случае Б. заплатит за покупку меньше всего:

- 1) Б. купит все три товара сразу.
 - 2) Б. купит сначала куртку и рубашку, а потом перчатки со скидкой.
 - 3) Б. купит сначала куртку и перчатки, а потом рубашку со скидкой.
- В ответ запишите, сколько рублей заплатит Б. за покупку в этом случае.

Пояснение.

Рассмотрим все случаи.

- 1) При покупке всех трёх товаров покупатель Б. потратит $9300 \text{ руб.} + 1800 \text{ руб.} + 1200 \text{ руб.} = 12\,300 \text{ руб.}$
- 2) При покупке куртки и рубашки покупатель Б. потратит $9300 \text{ руб.} + 1800 \text{ руб.} = 11\,100 \text{ руб.}$ Т. к. эта сумма больше $10\,000$ руб., то на следующую покупку покупателю будет предоставлена скидка $1200 \cdot 0,1 = 120$ руб. Поэтому перчатки будут приобретены за $1200 - 120 = 1080$ руб. В этом случае покупатель потратит $12\,180$ руб.
- 3) При покупке куртки и перчаток покупатель Б. потратит $9300 \text{ руб.} + 1200 \text{ руб.} = 10\,500 \text{ руб.}$ Т. к. эта сумма больше $10\,000$ руб., то на следующую покупку покупателю будет предоставлена скидка $1800 \cdot 0,1 = 180$ руб. Поэтому рубашка будет приобретена за $1800 - 180 = 1620$ руб. В этом случае покупатель потратит $12\,120$ руб.

Меньше всего покупатель заплатит, если воспользуется третьим вариантом: сумма составит $12\,120$ руб.

Примечание.

Ранее текст задания был другим.

В магазине одежды объявлена акция: если покупатель приобретает товар на сумму свыше $10\,000$ руб., он получает скидку на следующую покупку в размере 10% уплаченной суммы. Если покупатель участвует в акции, он теряет право возвратить товар в магазин. Покупатель Б. хочет приобрести куртку ценой 9300 руб., рубашку ценой 1800 руб. и перчатки ценой 1200 руб. В каком случае Б. заплатит за покупку меньше всего:

- 1) Б. купит все три товара сразу.
 - 2) Б. купит сначала куртку и рубашку, а потом перчатки со скидкой.
 - 3) Б. купит сначала куртку и перчатки, а потом рубашку со скидкой.
- В ответ запишите, сколько рублей заплатит Б. за покупку в этом случае.

Решение задания в предыдущей формулировке.

- 1) При покупке всех трёх товаров покупатель Б. потратит $9300 \text{ руб.} + 1800 \text{ руб.} + 1200 \text{ руб.} = 12\,300 \text{ руб.}$
- 2) При покупке куртки и рубашки покупатель Б. потратит $9300 \text{ руб.} + 1800 \text{ руб.} = 11\,100 \text{ руб.}$ Т. к. эта сумма больше $10\,000$ руб., то на следующую покупку покупателю будет предоставлена скидка $11\,100 \cdot 0,1 = 1110$ руб. Поэтому перчатки будут приобретены за $1200 - 1110 = 90$ руб. В этом случае покупатель потратит $11\,190$ руб.
- 3) При покупке куртки и перчаток покупатель Б. потратит $9300 \text{ руб.} + 1200 \text{ руб.} = 10\,500 \text{ руб.}$ Т. к. эта сумма больше $10\,000$ руб., то на следующую покупку покупателю будет предоставлена скидка $10\,500 \cdot 0,1 = 1050$ руб. Поэтому рубашка будет приобретена за $1800 - 1050 = 750$ руб. В этом случае покупатель потратит $11\,250$ руб.

Меньше всего покупатель заплатит, если воспользуется вторым вариантом: сумма составит $11\,190$ руб.

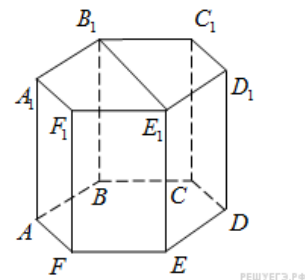
13. Задание 13 № 274451. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 43. Найдите угол $A_1 B_1 E_1$. Ответ дайте в градусах.

Пояснение.

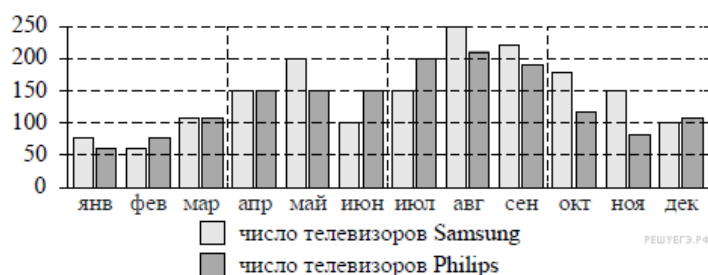
В правильном шестиугольнике углы между сторонами равны 120° , значит,

$$\angle A_1 B_1 E_1 = \frac{1}{2} \angle A_1 B_1 C_1 = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ.$$

Ответ: 60.



14. Задание 14 № 508085. На рисунке изображена сравнительная диаграмма ежемесячных объёмов продаж телевизоров марок Samsung и Philips в 2012 году в магазине радиоэлектроники. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество проданных телевизоров.



Пользуясь диаграммой, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику продаж в этот период.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ

- А) 1-й квартал года
- Б) 2-й квартал года
- В) 3-й квартал года
- Г) 4-й квартал года

ХАРАКТЕРИСТИКИ ДАВЛЕНИЯ

- 1) Продажи телевизоров марки Philips росли.
- 2) Продажи телевизоров марки Samsung падали.
- 3) Продано больше всего телевизоров марки Samsung по сравнению с остальными кварталами года.
- 4) Телевизоров марки Philips продано около 450 штук.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В	Г

Пояснение.

В 1-ом квартале года продажи телевизоров марки Philips росли.

Во 2-ом квартале года телевизоров марки Philips продано около 450 штук.

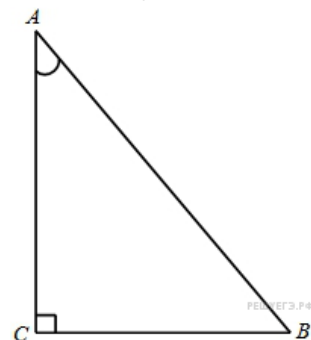
В 3-ем квартале года было продано больше всего телевизоров марки Samsung по сравнению с остальными кварталами года.

в 4-ом квартале года продажи телевизоров марки Samsung падали.

Таким образом, получаем соответствие А — 1, Б — 4, В — 3 и Г — 2.

Ответ: 1432.

15. Задание 15 № 27245. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 0,5$, $\sin A = \frac{\sqrt{17}}{17}$. Найдите AC .



Пояснение.

$$AC = \frac{BC}{\operatorname{tg} A} = \frac{BC \cos A}{\sin A} = \frac{BC \sqrt{1 - \sin^2 A}}{\sin A} = \frac{0,5 \sqrt{1 - \frac{1}{17}}}{\frac{\sqrt{17}}{17}} = 0,5 \cdot \frac{4}{\sqrt{17}} \cdot \frac{17}{\sqrt{17}} = 2.$$

Ответ: 2.

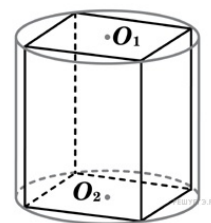
16. Задание 16 № 72303. В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 2. Боковые ребра равны $\frac{5}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.

Пояснение.

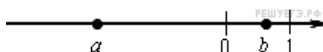
Диагональ квадрата, лежащего в основании призмы $d = a\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ является диаметром описанного вокруг призмы цилиндра. Тогда его объем:

$$V = \frac{\pi d^2}{4} h = \frac{\pi (2\sqrt{2})^2}{4} \cdot \frac{5}{\pi} = 10.$$

Ответ: 10.



17. Задание 17 № 506539. На координатной прямой отмечены числа a и b :



Расположите числа в порядке возрастания:

1) $a + b$

2) $-a$

3) $2b$

4) $a - b$

Пояснение.

Заметим, что $a \approx -2$, $b \approx 0,5$, тогда $a + b \approx -1,5$, $-a \approx 2$, $2b \approx 1$, $a - b \approx -2,5$.

Ответ: 4132.

18. Задание 18 № 506311. Какие из приведённых ниже утверждений равносильны утверждению «Если Вы — слон, значит, Вы ничего не забываете»?

- (1) Если Вы ничего не забываете, значит, Вы — слон.
- (2) Если Вы — не слон, значит, Вы все забываете.
- (3) Если Вы — не слон, значит, Вы что-то забываете.
- (4) Если Вы что-то забываете, значит, Вы — не слон.

В ответе укажите номера выбранных Вами утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Пояснение.

- 1) Слоны ничего не забывают. Все остальные могут как забывать, так и не забывать.
- 2) То же самое, что и в первом пункте.
- 3) Не только слоны могут ничего не забывать.
- 4) Слоны ничего не забывают, поэтому это верно.

19. Задание 19 № 507010. Приведите пример четырёхзначного натурального числа, кратного 4, сумма цифр которого равна их произведению. В ответе укажите ровно одно такое число.

Пояснение.

Пусть наше число имеет вид \overline{abcd} . Тогда имеем $\overline{a+b+c+d} = \overline{a \cdot b \cdot c \cdot d}$. И так как число делится на 4, $\overline{10c+d}$ делится на 4. Можно заметить, что если среди цифр есть хотя бы три единицы, то равенство невозможно, так как сумма будет больше произведения. То же самое, если единиц меньше, чем две. В этом случае произведение будет слишком большое. Таким образом, среди цифр есть ровно две единицы. Рассмотрим двузначные числа, которые делятся на 4, это концовка нашего числа. Нельзя брать числа с нулём, так как в этом случае произведение будет равно нулю, что плохо.

12: тогда одна из оставшихся цифр 1, а другая — 4.

16: тогда одна из оставшихся цифр 1, а другая никакая не подойдёт.

24: значит, оставшиеся цифры — единицы. Всё сходится.

Остальные числа будут давать слишком большое произведение или нечётную сумму.

Таким образом, исходные числа: 1412, 4112, 1124.

20. Задание 20 № 506463. В корзине лежат 40 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 17 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 25 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?

Пояснение.

Возьмём 17 грибов. Пусть 16 из них грузди. Тогда все остальные грибы в корзине — 24 должны быть рыжиками. Иначе мы возьмём один из оставшихся груздей на место 17-ого гриба и получим противоречие с условием. Аналогичным образом получим, что в корзине должно быть минимум 16 груздей. Минимум 24 рыжика и минимум 16 груздей. Значит, в корзине именно 24 рыжика и 16 груздей.