ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР НГУ

Занимательные математические задачи

Дополнительные занятия для учащихся 6 классов

Учебное пособие

Издание второе, исправленное

Новосибирск
2010

УДК 330.1
ББК 65.012

З 27

Занимательные математические задачи. Дополнительные занятия для учащихся 6 классов: Учеб. пособие / Сост.: А. М. Быковских, Г. Я. Куклина. 2-е изд., испр. Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2010. 88 с.

Пособие предназначено для учащихся 6 классов общеобразовательных школ, желающих расширить и углубить свои знания и умения в математике как школьной, так и олимпиадной.

Под редакцией А. А. Никитина, А. С. Марковичева

Рецензент
к.ф.-м.н., доцент М. Г. Пащенко

.

Предисловие

В Новосибирском государственном университете и Специализированном учебно-научном центре НГУ накоплен значительный опыт довузовской работы со школьниками. В течение многих десятилетий преподаватели НГУ участвуют в проведении олимпиад разного уровня; успешно работают подготовительные курсы для будущих абитуриентов и заочная школа; ежегодно проводится Летняя физико-математическая школа, через которую осуществляется набор учащихся в СУНЦ НГУ; проходят Летние школы Юных программистов; ведутся факультативные и кружковые занятия в ряде школ Новосибирска.

Более десяти лет назад в ответ на запросы учащихся и родителей на подготовительных курсах НГУ приступили к занятиям по математике, физике и химии со школьниками девятых классов, желающими поступить в СУНЦ НГУ.

Предлагаемое учебное пособие в определенной мере отражает опыт занятий по математике со школьниками младших и средних классов и включает в себя темы и задачи, которые могут быть условно разнесены на три раздела:

– углубление школьного курса;
– факультативный материал;
– олимпиадные задачи начального уровня.

Стоит заметить, что в последние годы появилась возможность накапливать опыт работы со школьниками средних классов – в ряде случаев, когда родители учащихся обращались с просьбой об организации индивидуальных или групповых занятий с целью, например, подготовки в дальнейшем к поступлению в физико-математическую школу. В то же время высказывались мнения по поводу организации систематических занятий со школьниками более младших, чем девятый, классов или создания некоторой системы, позволяющей родителям и учителям приобщить ребят к занятиям математикой через увлекательные занятия – интересные задачи и интересное общение с заинтересованными взрослыми.

Становится понятно, что в настоящее время ребята не всегда имеют возможность сделать верный выбор в своих увлечениях или пристрастиях, разобраться в своих способностях и наклонностях, если им вовремя не удалось окунуться в необходимую или просто иную среду.

Вопросы мотивации, равно как и выбора предпочтений, могут решаться разными путями. Нам представляется, что данное пособие может быть полезным в нескольких аспектах.

Независимо от способностей развитое мышление способствует развитию личности молодого человека.

Развивая логическое, в том числе и математическое, мышление ребенка мы создаем базу для более свободного выбора им своих будущих увлечений.

Нам представляется важным систематически заниматься с ребенком математикой.

Данное пособие следует за аналогичным пособием для учащихся пятых классов и в определенном смысле продолжает представленную там логику проведения занятий.

В пособии предлагается множество различных задач по темам как школьным, так и олимпиадным. В зависимости от предпочтений взрослых можно выбирать темы или уровни задач.

Родители ребенка или другие члены семьи, владеющие математическими знаниями, вполне могут использовать данное руководство (в совокупности с учебными пособиями как школьными, так и указанными в библиографии) как путеводитель и как повод для совместных занятий математикой со своими детьми.

Нам представляется возможным использование данного пособия и школьными учителями математики – в первую очередь в роли источника материалов для дополнительных, более углубленных занятий по математике.

Другим возможным вариантом применения пособия может быть использование его для практических занятий, проводимых студентами университета, выпускниками физико-математической школы, для учащихся шестых классов.

В предлагаемом пособии наряду с олимпиадными задачами предлагается продолжение начального знакомства с геометрией.

Известно, что освоение чего-то нового требует времени на начальное привыкание, адаптацию к неизвестным ранее понятиям и объектам.

Нам показалось актуальным продолжать заниматься со школьниками шестого класса наряду с олимпиадной тематикой наглядной геометрией на плоскости и немного – геометрией в пространстве.

Данное руководство, в частности, опирается на материал разноуровневых пособий, разработанных преподавателями НГУ и СУНЦ НГУ и научными сотрудниками Сибирского отделения Академии наук [1].

Хотелось бы ввести ребят в геометрический курс на уровне интуитивных понятий, познакомить их в первую очередь непосредственно с задачами для выработки геометрического видения и интуиции до изучения теоретических обоснований основных геометрических фактов и теорем.

Занятие 1.
Старинные русские занимательные задачи и шутки по математике

1. Два отца и два сына съели за завтраком три яйца, причем каждому из них досталось по целому яйцу. Как это могло случиться?

2. Число 66 моментально увеличьте на половину этого числа.

3. Четыре брата владели сообща одним ослом: каждому брату принадлежала одна нога этого животного. Случилось, что осел поранил ногу, принадлежащую брату Ивану. Нога разболелась, и осел не мог более работать. Так как от этого страдали и три других брата, то все четверо решили лечить осла сообща, для чего вздумали приложить к больной ноге паклю и поджечь ее. Когда они это сделали, осел, испугавшись огня и почувствовав боль, вырвался и бросился бежать, куда глаза глядят. Вскоре он очутился во владении одного помещика, где были сложены снопы хлеба. От горевшей пакли солома моментально вспыхнула, и весь сложенный хлеб сгорел. Помещик потребовал от братьев возмещения понесенных им убытков в размере 300 руб. Кто из братьев, и в каком размере должен уплатить эту сумму?

4. У помещика в погребе был шкаф, похожий по форме на квадрат, разделенный на 9 ящиков (клеток). В среднем ящике была сложена пустая посуда, а в остальных были расставлены 32 бутылки вина так, что в каждом угловом ящике было по одной бутылке, а в каждом среднем ящике по семь бутылок (см. рис. 1). Словом, на каждой стороне квадрата было по 9 бутылок. Лакей помещика заметил, что скупой хозяин, проверяя число бутылок, считает только бутылки по сторонам квадрата. Для помещика важно лишь, чтобы на каждой стороне квадрата было по 9 бутылок. На следующий день лакей унес 4 бутылки, а остальные расставил так, чтобы на каждой стороне квадрата шкафа получилось по 9 бутылок. Помещик вскоре пересчитал бутылки по-своему и не догадался, что четыре из них украдены. Лакей был рад этому и на следующей неделе снова унес 4 бутылки, а остальные расставил так, что на каждой стороне шкафа было опять по 9 бутылок. Помещик и тут не заметил пропажи. Тогда лакей и в

1	7	1
7		7
1	7	1

Рис. 1

3 раз украл 4 бутылки, а остальные расставил так, что на каждой стороне квадратного шкафа по-прежнему оставалось по 9 бутылок. Как лакей расставлял бутылки после каждой кражи?

5. Помещик, рассчитав, что корова стоит вчетверо дороже собаки, а лошадь вчетверо дороже коровы, захватил с собой в город 200 руб. и на все эти деньги купил собаку, две коровы и лошадь. Сколько стоит каждое из купленных животных?

6. «Дедушка, сколько тебе лет?» – спросил деда внучек. – «А вот прибавь к каждому полному десятку моих лет по 2 года и получишь 84 года» – отвечал старик. Сколько лет деду?

7. Жили-были два брата близнеца. Один из них ежедневно спал 1/3 часть суток, а другой – 1/4 часть суток. Дожили они так до 72-летнего возраста. Сколько лет за это время проспал каждый из них?

8. Богач, умирая, завещал все свое состояние тому монастырю, который возьмется отслужить по нему столько заупокойных обеден, чтобы число их составляло половину числа лет, которые остались монастырю существовать после смерти завещателя. Один монастырь взялся исполнить волю умершего. Как он это сделал?

9. Три брата пришли на постоялый двор и спросили себе картошки. В ожидании, пока поспеет ужин, братья заснули. Первым проснулся старший брат и, увидав на столе блюдо с картошкой, съел свою долю и опять лег спать. Немного спустя проснулся средний брат и, не подозревая, что старший брат уже поужинал, а думая, что он начинает есть первым, съел свою долю и тоже лег спать. Наконец, проснулся младший брат и, рассуждая так же, как и второй, отсчитал свою долю, съел ее и лег спать. После него на блюде осталось еще 24 картофелины. Сколько всего было сварено картошки, и каким образом должны разделить братья оставшиеся картофелины?

10.Борода у человека растет, удлиняясь в неделю на 1/5 дюйма (1 дюйм равен приблизительно 2,54 см). Предположим, что борода растет с постоянной скоростью на протяжении всей жизни человека. Какой длины достигла бы борода у мужчины, который не брился в течение 30 лет?

Домашнее задание 1

1. Когда о ком-то хотят сказать, что он мало ест, говорят: «Он ест, как птичка». Но такое сравнение весьма неудачно. В этом можно убедиться на таком примере. Птичка (малиновка), которая весит

21 золотник (1 золотник равен приблизительно 4,266 г), в течение дня способна съесть такое количество земляных червей (каждый из которых длиной в один дюйм, весит 1/4 золотника), что все они, будучи разложены на земле, вытянулись бы на 2 сажени (1 сажень равна приблизительно 2,1336 м). Каков вес червей, съедаемых птичкой за день? Сравните его с весом птички.

2. Из двух городов, Нижнего Новгорода и Вязников, расстояние между которыми 300 верст (1 верста равна приблизительно 1,0668 км), в один и тот же день, час и в одну и ту же минуту выезжают два велосипедиста и мчатся навстречу друг другу со скоростью 50 верст в час каждый. С велосипедистом, выехавшим из Вязников, в момент его отправления вылетает муха и летит тоже навстречу нижегородскому велосипедисту со скоростью 100 верст в час. Встретив велосипедиста, она тотчас поворачивает назад и летит навстречу первому. Повстречав того, муха все с той же скоростью летит обратно, пока не встретит снова второго велосипедиста. Так муха летала от одного велосипедиста к другому до тех пор, пока они не встретились. Тогда она успокоилась и села на спину одного из них. Сколько верст пришлось пролететь мухе до встречи велосипедистов?

3. Племянник спросил дядю, сколько тому лет. Дядя ответил: «Если к половине моих лет прибавить 7, то узнаешь мой возраст 13 лет тому назад». Сколько лет дяде?

4. Дети играли в лото на орехи. Ване очень не везло: он сыграл 4 партии и, проиграв их все, отдал 255 орехов, при этом каждый раз вчетверо больше, чем в предыдущий. Сколько орехов проиграл Ваня в последнюю партию?

5. В школе учатся 13 детей. У мальчиков столько зубов, сколько у девочек пальцев на руках и на ногах. Сколько в школе мальчиков и сколько девочек? Предполагается, что у каждого мальчика и каждой девочки по 32 зуба как у взрослых людей.

6. Три брата разделили между собой 24 яблока так, что каждый из них получил столько яблок, сколько ему лет. Младший брат, которому досталось меньше всех яблок, остался недоволен и предложил братьям следующее: «Я оставлю себе только половину своих яблок, а остальные разделю между вами поровну, а затем пусть сначала средний, а потом и старший брат поступят так же, как и я». Братья, не подумав, согласились… и прогадали: яблок у всех в результате оказалось поровну. Сколько лет было каждому из братьев?

Занятие 2.
Координаты и ориентация

1. Дана прямая AB. Отметьте, что положительное направление на ней выбрано справа налево.

2. Как указать направление при движении по окружности, например, по круговой беговой дорожке стадиона?

3. Отметьте на числовой прямой точку 4 и назовите точку, которая находится на числовой оси: а) на 5 единиц вправо; б) на 5 единиц влево.

4. Укажите направление на дороге с помощью дорожных километровых столбов.

5. Приведите известные Вам примеры, в которых положение объекта задается двумя числами.

6. При игре в «морской бой» корабли расставляют так, чтобы они не соприкасались друг с другом. Допустим, что противнику сразу удалось уничтожить все корабли, больше одной клеточки. Противник знает, что не нужно стрелять в клеточки, соседние с уничтоженными кораблями. Найдите, какое наименьшее и какое наибольшее число клеточек может остаться для поиска «подводных лодок».

7. Определите, на какие поля свободной шахматной доски может попасть за один ход с поля e4: а) король; б) ферзь; в) слон; г) ладья; д) пешка.

8. Чтобы измерить расстояние между двумя деревьями, отец и сын отошли от одного дерева, и дошли до второго дерева. Длина шага отца 70 см, длина шага сына 56 см. Найдите расстояние между деревьями, если известно, что их следы совпали 10 раз, включая начало и конец.

Домашнее задание 2

1. Укажите, какое из чисел на числовой оси расположено дальше от числа –6: а) 2 или –8; б) 17 или 24; в) –13 или –15.

2. Может ли шахматный слон за несколько ходов попасть с поля f2 на поле d7?

3. От Казани до Астрахани пароход идет 3 дня, а обратно пароход идет 4 дня. Найдите, за сколько дней доплывут плоты от Казани до Астрахани.

4. Уровень воды в реке за сутки повысился на 12 см, за следующие сутки понизился на 31 см, а за третьи сутки снова повысился на 18 см. Найдите, как в итоге изменился уровень воды.

5. Колобок катился по прямолинейным отрезкам пути: сначала на север, затем отклонился от этого курса на 45° вправо, потом повернул на 30° влево, после этого на 15° вправо и затем на 80° влево. Определите, в какую сторону, и на сколько градусов от направления на север, колобок отклонился на последнем участке пути.

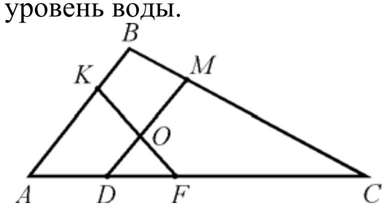

Рис. 2

6. Назовите, сколько углов имеет фигура, изображенная на рис. 2.

Занятие 3.
Делители и кратные

1. Простые и составные числа.

2. Основная теорема арифметики.

3. Разложите числа 3072; 8136; 11440 на простые сомножители, используя понятие степени.

4. Определите, сколько нулей в конце записи произведения всех чисел от 1 до 20.

5. Найдите простые делители чисел 111; 1001; 14400.

6. Укажите все двузначные числа, разложение которых на простые сомножители содержит только два сомножителя.

7. Определите, сколько всего делителей имеют числа $2\cdot3\cdot5$; $2^4\cdot3^3$; 99.

8. Сократите дроби $\frac{225}{285}$; $\frac{121}{1331}$; $\frac{1111}{363363}$.

9. Определите все двузначные простые числа, записанные одинаковыми цифрами. Объясните, почему не существует трехзначных простых чисел, записанных одинаковыми цифрами.

10. К трехзначному числу припишите рядом его же, например, 123 123 и поделите получившееся шестизначное число на 13. Затем частное поделите на 11, и новое частное – на 7. Что при этом получилось и почему?

Домашнее задание 3

1. Число 82** делится на 90. Найдите делимое.
2. Найдите наименьшее число, которое при делении на 2 дает остаток 1, при делении на 3 – 2, на 4 – 3, на 5 – 4, на 7 – 6, на 8 – 7, на 9 – 8, на 10 – 9.
3. Если от задуманного числа отнять 11, то получившееся число разделится на 11. Если от задуманного числа отнять 7, то получившееся число разделится на 7. Если от задуманного числа отнять 13, то получившееся число разделится на 13. Найдите задуманное число.
4. В семье шестеро детей. Пятеро из них соответственно на 2, 6, 8, 12 и 14 лет старше самого младшего, причем возраст каждого ребенка в годах выражается простым числом. Сколько лет младшему ребенку в семье?
5. Выполнив домашнее задание по математике, Лена подготовила и задачу на занятие математического кружка. Она нашла два двузначных простых числа, получаемые друг из друга перестановкой цифр, а их разность – точный квадрат. Какие числа нашла Лена?
6. Подойдя к реке, путешественники, их было шестеро, попросили владельца лодки переправить их на противоположный берег. Так как к чужеземным деньгам лодочник питал недоверие, то путешественники предложили ему в качестве платы имевшуюся у них золотую цепочку, состоящую из шести звеньев. Лодочник согласился, но с условием, что перевозить он будет всех путешественников по одному, так как лодка выдерживает только двух человек, и плату надо производить за каждый рейс по одному звену цепочки, причем распилить можно не более одного звена. Путешественники, немного подумав, выполнили такое условие. Как они при этом поступили?

Занятие 4.
Целые числа. Сложение и вычитание целых чисел

1. Среди чисел, расположенных на числовой прямой между –8 и 3, назовите: а) целые; б) натуральные; в) отрицательные числа.
2. Вычислите сумму: а) $-1 + (-2) + (-3) + (-4) + (-5) + (-6) + (-7) + (-8)$; б) $-1 + 2 + (-3) + 4 + \ldots + (-99) + 100$.
3. Найдите, сколько двоек нужно прибавить к (–7), чтобы получилось 25.

4. Поставьте вместо * знак < или > так, чтобы получилось верное неравенство: а) $-17 + (-31) * -17$; б) $7 + (-9) * -3$; в) $(-12) + 11 + (-10) + 9 + (-8) + 7 + (-6) + 5 * 5$.
5. Температура воздуха на улице сначала поднялась на $7°$, а затем упала на $11°$, затем снова поднялась на $3°$, а потом упала на $4°$. Вычислите, как в итоге изменилась температура.
6. Первое слагаемое равно 3 248, второе больше его на 323, третье – на 129 больше второго, а четвертое равно сумме трех первых. Найдите сумму всех четырех слагаемых.
7. Часы отстали на 7 минут 59 секунд и показывают 3 часа 23 секунды. Укажите, что должны показывать верные часы.
8. На станции стояли два состава из одинаковых вагонов. В одном составе было на 12 вагонов больше, чем в другом. Когда от каждого состава отцепили по 4 вагона, то длина первого состава оказалась в два раза больше длины второго. Найдите, сколько вагонов было в каждом составе.
9. Если при сложении нескольких чисел в одном из слагаемых в разряде десятков цифру 5 заменить на цифру 0, цифру 0 в разряде единиц заменить на 9, а цифру 7 в разряде тысяч заменить на 4, то получится 33 212. Найдите, какова истинная сумма.

Домашнее задание 4

1. Вычислите сумму: а) $9-10+11-12+13-14+15-16$; б) $100-(100-(100-(100-(100-1))))$.
2. Найдите, сколько четырехугольников изображено на рис. 3.

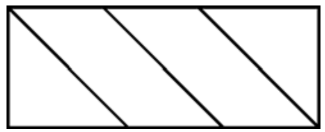

Рис. 3

3. Трое ребят имели поровну орехов. Когда каждый съел по 8 орехов, то у всех вместе осталось столько орехов, сколько было вначале у каждого. Найдите, сколько орехов было сначала у каждого.
4. Брат и сестра имеют по некоторой сумме денег. Если брат отдаст сестре 24 руб., то у них станет денег поровну. Если же сестра отдаст брату 27 руб., то у брата окажется в два раза больше денег, чем у сестры. Вычислите, сколько денег у каждого.
5. Часы с боем отбивают каждый час число ударов, равное числу часов. Кроме того, они бьют один раз каждые полчаса (между целыми часами). Найдите, сколько ударов в сутки делают эти часы.

6. Найдите два натуральных числа, разность которых равна 9 254, а частное от деления одного числа на другое равно 27.

Занятие 5.
Геометрия на плоскости. Замечательные отрезки в треугольнике

1. Медиана треугольника.
2. Биссектриса треугольника.
3. Высота треугольника.
4. Замечательные отрезки в различных типах треугольников: остроугольном, тупоугольном, равнобедренном, прямоугольном.
5. Свойства замечательных отрезков в треугольнике.
6. Большой треугольник разбит тремя жирными отрезками на четыре треугольника и три четырехугольника, см. рис. 4. Сумма периметров четырехугольников равна 25 см. Сумма периметров четырех треугольников равна 19 см. Найдите сумму длин жирных отрезков. Ответ обоснуйте.

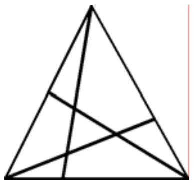

Рис. 4

7. Разделите на семь частей с помощью циркуля и линейки угол в $70°$.
8. Диаметр футбольного мяча больше размеров тетрадного листа. Можно ли, прорезая лист, получить дыру, через которую пройдет мяч?

Домашнее задание 5

1. Число *A* на 400 % больше числа *B*. Вычислите, на сколько процентов число *B* меньше числа *A*.
2. Малыш может съесть банку варенья за 6 минут, а Карлсон – в два раза быстрее. Определите, за какое время они съедят это варенье вместе.
3. Определите, можно ли прямоугольную стену размером 2009×2010 покрыть плитками размером 1×4 и 2×2.
4. Дано 2009 чисел. Известно, что сумма любых четырех из них положительна. Верно ли, что сумма всех чисел положительна?
5. Расставьте числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 в вершинах куба так, чтобы суммы чисел на каждой грани были равны.
6. Пять кошек поймали 5 мышек за 5 мин. Сколько кошек поймают 10 мышек за 10 мин?

Занятие 6.
Умножение и деление целых чисел

1. Вычислите удобным способом значения выражений:
а) $36\cdot 37-36\cdot 38$; б) $13\cdot 15+12\cdot 15-17\cdot 15+15\cdot 15$;
в) $(-28-(-49)):(47-68)$; г) $48\cdot 54:48+54\cdot 48:(-54)$.
2. Поставьте вместо знака * знак < или > так, чтобы выполнялось верное неравенство: а) (–42) 9*0; б) 11 (–12)*11; в) 0:15*–1; г) 51 (–17)* –17.
3. Одно число в три раза больше другого, а их полусумма равна 46. Найдите эти числа.
4. В одном амбаре в три раза больше муки, чем в другом. Если из первого амбара взять 850 кг, а из второго 50 кг, то в обоих амбарах станет поровну. Найдите, сколько муки в каждом амбаре.
5. Определите, какой знак имеет число:
а) $\dfrac{(-8)\cdot(-6)\cdot 5}{4\cdot(-3)\cdot 2\cdot(-1)}$; б) $\dfrac{-123:41}{-147:(-7)}$.
6. Из города одновременно в одном направлении выехали два мотоциклиста. Скорость первого из них была больше скорости второго и составляла 72 км/ч. Через 25 минут расстояние между мотоциклистами было равно 5 км. Найдите скорость второго мотоциклиста.
7. В записи 52*2* замените звездочки цифрами так, чтобы полученное число делилось на 36. Укажите все возможные варианты.
8. Восстановите первоначальную запись в примере на умножение, рассматривая вначале выполняемое при этом сложение, см. рис. 5.

$$\begin{array}{r} \times\ 4\,*\\ *\,7\\ \hline 3\,*\,*\\ +\ *\,1\,5\ \ \\ \hline 2\,*\,5\,1 \end{array}$$

Рис. 5

9. В воскресенье шестиклассники отправились в поход. Мальчиков было втрое больше, чем девочек. Когда 4 мальчика и 4 девочки ушли к реке готовить обед, то мальчиков осталось вчетверо больше, чем девочек. Найдите, сколько шестиклассников отправилось в поход.

Домашнее задание 6

1. Вычислите значения выражений:
а) $48\cdot 11-49\cdot 11+24\cdot 12-25\cdot 12$; б) $(58-85):(45-54)$.

2. Произведение трех чисел равно 140. Произведение первых двух равно 28, а произведение второго и третьего равно 35. Найдите эти числа.

3. Сестра старше брата во столько раз, сколько ей лет. Найдите, сколько лет каждому.

4. К числу 15 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.

5. Определите, какая часть квадрата, изображенного на рис. 6, закрашена.

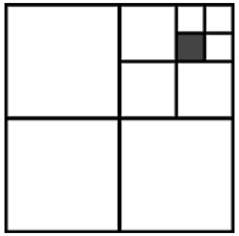

Рис. 6

6. Дрожжевые грибки при благоприятных условиях размножаются с большой скоростью, увеличиваясь в объеме в два раза за каждую минуту. В колбу поместили небольшое количество этих грибков, и уже к концу пятой минуты дрожжи заполнили половину сосуда. Найдите, через сколько минут после этого они заполнят весь сосуд.

Занятие 7.

Действия с числовыми и буквенными выражениями. Модуль числа

1. Выполните действия:

$(-36)+(+90)+(+37)+(-89)$;

$(-0,5)+\left(+\frac{7}{8}\right)+\left(+5\frac{1}{8}\right)+\left(-3\frac{1}{2}\right)$;

$\left(-\frac{1}{6}\right)\cdot\left(+\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-1\frac{1}{5}\right)\cdot(+30)$;

$(-0,4)\cdot(-2,5)\cdot(+2,5)\cdot(+4,0)$.

2. Вычислите наиболее рациональным способом значения выражений:

$2,5\cdot 3,7+6,3\cdot 2,5$; $2,4\cdot 13,2-2,4\cdot 3,2$;

$12,5\cdot 4,3+5,7\cdot 12,5$; $5,5\cdot 35,2+5,5\cdot 64,8$.

3. Запишите в виде алгебраического выражения:

сумму чисел $2a$ и $3b$;

разность чисел $0,4x$ и $0,5y$;

полуразность чисел $2a$ и $5b$;

произведение числа $5x$ и суммы чисел $3a$ и b;

квадрат суммы чисел a и $2b$.

4. Найдите значения выражений:

$0,5x+2,4$ при $x=-4$;

$1,6y-2,1$ при $y=-5$;

$3a-2b$ при $a=3\frac{1}{3}$; $b=-3,5$;

$5a+4b$ при $a=-1,2$; $b=6,5$.

5. Найдите значение переменной x, удовлетворяющей соотношениям: $|x|=3$; $|x-1|=1$; $|x+2|=2$; $|2x|=4$.

6. Изобразите на числовой прямой точки, координаты которых удовлетворяют соотношениям: $|x|\le 1$; $|x-1|\le 2$; $|x+3|\ge 5$; $1<|x|<2$.

Домашнее задание 7

1. Величины углов треугольника относятся как 2 : 3 : 7. Вычислите углы, если известно, что сумма углов треугольника равна $180°$.

2. В морской порт теплоход «Счастливый» прибывает один раз в три дня, теплоход «Удачный» – один раз в четыре дня и теплоход «Надежный» – один раз в 5 дней. В прошлый понедельник все три теплохода были в этом порту. Через какое наименьшее число дней они все снова прибудут в этот порт, и какой это будет день недели?

3. В одном классе обучается меньше, чем 50 учащихся. На улице Пушкина проживает 1/7 часть учащихся этого класса, на улице – Толстого – 1/3 часть класса, на улице Лермонтова – половина класса, остальные проживают на улице Достоевского. Сколько учеников проживает на улице Достоевского?

4. Туристы были довольны своим поваром: вкусный он суп приготовил на привале. Раскрывая «секреты» кулинарии, юный повар рассказал, что воды он взял столько, сколько крупы, картофеля, лука и жира вместе; крупы – столько, сколько картофеля, лука и жира; картофеля – столько, сколько лука и жира вместе; а жира – вдвое меньше, чем лука. Общая масса супа – 12 кг. Сколько отдельно воды, крупы, картофеля, лука и жира было взято для супа?

5. Сколько человек в бригаде, если средний возраст всех членов бригады 25 лет, бригадиру – 45 лет, а средний возраст членов бригады без бригадира равен 23 годам?

6. В трех классах школы учатся 90 учеников. В первом классе учеников на 10 % больше, чем во втором, а в третьем – на 6 учеников меньше, чем в первом. Сколько учеников в каждом классе?

Занятие 8.
Геометрия на плоскости. Равенство треугольников: первый признак

1. Укажите, при каком соответствии вершин в равных треугольниках ABC и PQR, изображенных на рис. 7, будут попарно равны соответственные стороны.

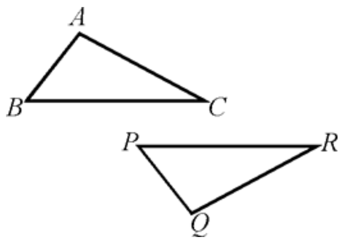

Рис. 7

2. В треугольнике ABC стороны BC и AB равны. На стороне AB выбрана точка M, а на стороне BC – точка K, причем $BM = BK$. Объясните, почему $AK = CM$.

3. На сторонах угла ABC отложены равные отрезки BP и BQ. На биссектрисе угла ABC выбрана произвольная точка F. Объясните, почему отрезки FP и FQ равны.

4. Треугольники ABP и MPK равны и расположены как на рис. 8, причем $AP = PB = MP = PK$. Объясните, почему $AM = BK$.

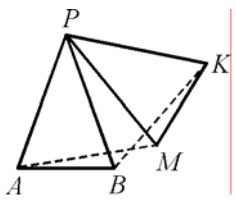

Рис. 8

5. Треугольники ABC и BCD на рис. 9 равны, при этом $AB = CD$, $\angle ABC = \angle DCB$. Объясните, почему: а) треугольник ABD равен треугольнику ACD; б) $BM = MC$, если точка M – середина отрезка AD.

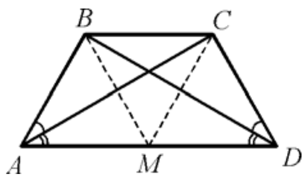

Рис. 9

6. На рис. 10 углы ABM и NBC равны, $AB = BC$, $BN = BM$. Объясните, почему углы NAC и MCA равны.

7. В треугольниках ABC и MNP выполняются соотношения: $AB = MN$, $BC = NP$, $\angle ABC = \angle MNP$. Точка D берется на стороне AB, а точка R берется на продолжении стороны MN так, что $AD = MR$. Может ли отрезок CD равняться отрезку PK? Ответ поясните.

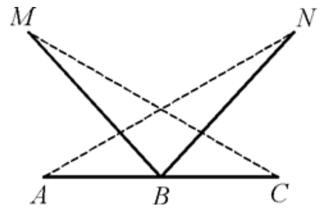

Рис. 10

Домашнее задание 8

1. Объясните, почему при последовательном прибавлении к числу 1999 по (–2) нельзя получить число –2008.

2. В треугольниках ABC и MNP выполняются соотношения: $AC = MN$, $BC = NP$, $\angle ABC = \angle NPM$. Можно ли утверждать, что эти треугольники равны? Приведите примеры, когда эти треугольники не будут равными.

3. Диагонали четырехугольника $ABCD$ точкой пересечения делятся пополам. Угол BDC равен $70°$. Найдите величину угла ABD.

4. В треугольнике ABC дано: $AB = 5$ см; $BC = 6$ см. На стороне BC выбрана точка M так, что $CM = 1$ см. Объясните, почему $MK = AC$.

5. Сумма двух чисел равна 1111110. В разряде тысяч и в разряде сотен большего числа стоит по цифре 8. В тех же разрядах меньшего числа стоит по цифре 2. Если заменить эти цифры нулями, то получатся новые числа, одно из которых в 9 раз больше другого. Найдите исходные числа.

6. Попрыгунья Стрекоза половину времени каждых суток красного лета спала, третью часть времени каждых суток танцевала, шестую часть – пела. Остальное время она решила посвятить подготовке к зиме. Найдите, сколько часов в сутки Стрекоза готовилась к зиме.

Занятие 9.
Делимости. Задачи на наибольший общий делитель (НОД) и наименьшее общее кратное (НОК)

1. Нахождение НОД разложением на простые множители и с помощью алгоритма Евклида.

2. Найдите наибольший общий делитель чисел 48 и 120; 35 и 84; 725 и 635; 7920 и 594.

3. Выпишите все несократимые дроби, меньшие единицы, знаменатель которых равен 36.

4. Найдите наименьшее общее кратное чисел 5 и 7; 11 и 48; 36 и 120.

5. Определите, при каких натуральных значениях n дробь $\dfrac{3n+4}{n}$ сократима.

6. Определите, при каких натуральных значениях n числа $(5n+16)$ и $(n+2)$ взаимно просты, то есть их НОД равен единице?

7. Докажите, что если записать в обратном порядке цифры любого целого числа, то разность исходного и нового чисел будет делиться на 9.

8. Докажите, что если к произвольному числу приписать число, записанное теми же цифрами в обратном порядке, то полученное число без остатка делится на 11.

Домашнее задание 9

1. Замените звездочки в записи числа 72*3* цифрами так, чтобы это число делилось без остатка на 45.

2. Определите, при каких натуральных значениях n число $\dfrac{3n+4}{5}$ будет целым.

3. Определите, на какое однозначное число надо умножить 12 345 679, чтобы получилось число, записанное одними единицами.

4. Определите, является ли число $2008^{1010}+2010^{2008}$ простым.

5. В гараже 40 автомобилей трех типов: грузовые, легковые и автобусы. Известно, что автобусов меньше, чем легковых, а легковых в 12 раз меньше, чем грузовых автомобилей. Найдите число автомобилей каждого типа.

6. Объясните, как разрезать квадрат на несколько частей, чтобы из них можно было бы сложить два других квадрата, возможно, неодинаковые, использовав при этом все части.

Занятие 10.
Остатки при делении, периодичность остатков

1. Сумма чисел a и b равна 410. Разделив большее число на меньшее, получим в частном 7 и в остатке 10. Найдите числа a и b.

2. Известно, что при делении на 5 число k дает остаток 1. Найдите, какой остаток при делении на 5 дает число $(-k)$.

3. Частное от деления a на b равно 3, а остаток 10. Если сложить делимое, делитель, частное и остаток, то получится 143. Найдите числа a и b.

4. Найдите последнюю цифру следующих чисел: 12^{2009}; 13^{2009}; 16^{2009}; 19^{2009}.

5. При делении на 7 число a дает в остатке 2, а число b дает в остатке 3. Найдите, какой остаток получится при делении числа $(a+b)$ на 7.

6. При делении числа на 2 остаток равен 1, а при делении на 3 остаток – 2. Найдите, какой остаток получится при делении на 6.

7. Найдите все числа, при делении которых на 9 в частном получится число на 1 больше остатка.

8. Найдите остаток от деления 2^{10} на 3.

9. Разделите 31 яблоко поровну на 30 человек, разрезая каждое яблоко не более чем на 5 частей.

Домашнее задание 10

1. Найдите среди чисел вида $3a+1$ первые три числа, которые кратны 5.

2. Найдите остаток от деления числа (–10) на 9.

3. При делении числа m на 3 получается остаток 2, а при делении числа n на 3 – остаток 1. Покажите, что $m \cdot n$ не делится на 3 без остатка.

4. Папа с сыном покрасили забор за 4 часа. Папа справился бы один с этой работой за 5 часов. Найдите, сколько часов потребовалось бы сыну, чтобы выполнить ту же работу.

5. Представьте, что на клетчатой бумаге по правилам шахматной игры прыгает конь. Найдите, на какое наибольшее расстояние от начальной клетки сможет уйти конь за 1 000 прыжков, если за расстояние между клеточками принять расстояние между их центрами.

6. Какие равные между собой треугольники можно найти на рис. 11, если известно, что треугольник ABC равен треугольнику MNK ?

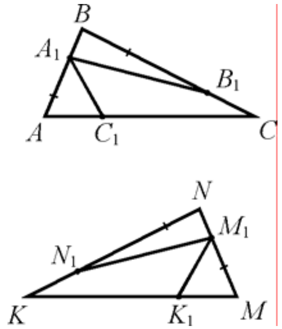

Рис. 11

Занятие 11.
Пропорции. Текстовые задачи на смеси и проценты

1. Отношения двух чисел и их свойства.
2. Пропорция и ее основное свойство.
3. Прямая пропорциональность.
4. Найдите неизвестный член отношений: $x:7=2;\quad x:3\frac{1}{2}=4;$

$\left(-1\frac{1}{3}\right):x=8;\quad x:0,75=14;\quad x:1750=8$.

5. Из 800 г свежих грибов получается 40 г сушеных. Сколько свежих грибов надо собрать для заготовки 1 кг сушеных грибов?

6. Стороны треугольника пропорциональны числам 3, 4, 5, а его периметр равен 60 см. Найдите длины сторон треугольника.

7. Известно, что в соленой воде 2/25 части всей массы составляет соль, а остальное – вода. Найдите процентное содержание соли в воде.

8. Из тонны молока можно приготовить 33 кг масла. Сколько масла получится из 40 кг молока?

Домашнее задание 11

1. Сплав меди и олова весит 10 кг и содержит 20 % олова. Сколько меди надо добавить к этому сплаву, чтобы содержание олова уменьшилось до 10 %?

2. В сосуде было 10 кг 35%-ой соляной кислоты. Два килограмма отлили и добавили в сосуд такое же количество воды. Найдите содержание кислоты в новом растворе.

3. Сплав состоит из 460 г чистого серебра и 75 г меди. Сколько чистого серебра надо добавить к сплаву, чтобы получилось серебро 875-ой пробы?

4. При взвешивании 300 г масла и 5 кг картофеля допущена абсолютная погрешность 10 г. Определите, какое взвешивание точнее.

5. Сплав 60 % меди и 40 % цинка называется латунью. Сколько меди и цинка надо взять, чтобы получить 42 кг латуни?

6. Разрежьте квадрат на 13 квадратиков.

Занятие 12.
Текстовые задачи на работу и движение

1. Легковая машина может доехать от одного города до другого за 10 ч, а грузовая – за 15 ч. Вычислите, через сколько часов встретятся машины, если выедут одновременно из этих городов навстречу друг другу.

2. Имеющихся материалов хватит для работы трех цехов в течение 6 дней. Если бы работал только первый цех, то материалов хватило бы на 21 день. Второму цеху материалов хватило бы на 24 дня. Найдите, на сколько дней хватило бы материалов одному третьему цеху.

3. Работу между двумя исполнителями надо разделить так, чтобы один из них получил на 25 % меньше, чем другой. Найдите, какой процент от всей работы получит каждый исполнитель.

4. Скорость теплохода в стоячей воде 20 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч. Отойдя от пристани, теплоход проплыл 3 часа по течению реки, а затем 4 часа – против течения реки. Вычислите, на каком расстоянии от пристани он оказался.

5. Велосипедист едет из одного города в другой со скоростью 10 км/ч. Если бы он ехал со скоростью 12 км/ч, то приехал бы на 4 часа раньше. Найдите, каково расстояние между городами.

6. За три дня было убрано 16,5 % всей свеклы. Вычислите, сколько потребуется дней, чтобы убрать 60,5 % всей свеклы, если работать с той же производительностью.

7. Затрачивая на изготовление каждой детали $2/3$ часа, бригада выпустила за смену 540 деталей. Найдите, сколько деталей будет выпускать за смену бригада, если на изготовление каждой детали будут затрачивать $3/5$ часа. На сколько процентов повысится при этом производительность труда?

8. Человек шел со скоростью 3 км/ч по улице, вдоль которой проходила трамвайная линия, и считал трамваи. Он насчитал 40 трамваев, обогнавших его, и 60 встречных. Будем считать, что трамваи движутся равномерно, с одинаковыми интервалами. Найдите, какова средняя скорость движения трамваев.

Домашнее задание 12

1. Придумайте натуральное число, которое делится на 2004 и сумма его цифр также делится на 2004.

2. Теплоход проходит некоторое расстояние по течению реки за 10 ч, а против течения – вдвое дольше. Найдите, во сколько раз скорость теплохода больше скорости течения.

3. Ваня и Таня должны были встретиться на станции, чтобы вместе поехать на поезде, который отправляется в 8 часов утра. Ваня думает, что его часы спешат на 35 минут, хотя в действительности они отстают на 15 минут. А Таня думает, что ее часы отстают на 15 минут, хотя они на самом деле спешат на 10 минут. Укажите, что произойдет, если каждый из них, полагаясь на свои часы, будет стремиться прийти за 5 минут до отхода поезда.

4. Три завода получили заказ на изготовление моторов. Первый завод выполнил 56 % всего заказа, второй $\frac{5}{14}$ того, что выполнил первый завод, а третий завод изготовил остальные 240 моторов. Найдите, сколько моторов изготовили все три завода.

5. Моторная лодка, собственная скорость которой 16 км/ч, отошла от пристани A одновременно с плотом вниз по течению реки. У пристани B лодка развернулась и на обратном пути встретила плот в 20 км от пристани A. Найдите расстояние между пристанями A и B, если известно, что скорость течения реки 4 км/ч.

6. Разрежьте клетчатый прямоугольник размером 5×8 на фигурки из четырех клеток вида (см. рис. 12).

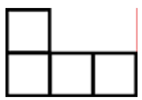

Рис. 12

Занятие 13.

Геометрия на плоскости. Равнобедренный треугольник, ромб

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Сумма углов равнобедренного треугольника.
3. Равносторонний треугольник.
4. Определение и свойства ромба.
5. При помощи циркуля, линейки и транспортира начертите равнобедренный треугольник ABC с основанием AC и высотой BH, у которого:

   а) $AC = 5$ см; $BH = 1$ см;

   б) $AC = 3$ см; $BH = 4$ см;

   в) $AC = 4$ см; $\angle BAC = 50°$.

6. Боковая сторона равнобедренного треугольника на 15 см меньше его основания. Найдите длины сторон треугольника, если его периметр равен 63 см.
7. Две стороны равнобедренного треугольника имеют длины 6 см и 13 см. Найдите периметр этого треугольника.
8. В равнобедренном треугольнике одна из сторон в три раза длиннее другой его стороны. Во сколько раз периметр треугольника больше длины его меньшей стороны?

Домашнее задание 13

1. Как разрезать треугольник с углами $15°$, $105°$ и $60°$ на равнобедренные треугольники?
2. Найдите площадь прямоугольника, если его длина на 7 см больше ширины, а полупериметр равен 23 см.
3. Сплав меди и олова массой 5 кг содержит 30 % меди. Сколько олова необходимо добавить к сплаву, чтобы получить сплав с 10 % меди?
4. В двух мешках находится 140 кг муки. Если из первого пересыпать во второй 12,5 % муки, то в обоих мешках ее окажется поровну. Сколько килограммов муки было в каждом мешке?
5. Можно ли ходом шахматного коня попасть из левого нижнего угла доски в правый верхний, побывав на каждом поле ровно один раз?

6. Окрашенный куб с ребром 10 см распилили на кубики с ребром 1 см. Сколько среди них окажется кубиком с одной окрашенной гранью? А с двумя?

Занятие 14.
Комбинаторика

1. В магазине «Все для чая» есть 5 различных чашек, 3 разных блюдца и еще 4 разные чайные ложки. Найдите, сколькими способами можно купить: а) чашку с блюдцем; б) комплект из чашки, блюдца и ложки; в) два предмета с разными названиями.

2. Назовем натуральное число «симпатичным», если в записи встречаются только нечетные цифры. Найдите, сколько существует четырехзначных «симпатичных» чисел.

3. Определите, сколькими способами можно сделать трехцветный флаг с горизонтальными полосами одинаковой ширины, если имеется материал шести различных цветов.

4. Монету бросают дважды. Укажите, сколько разных последовательностей орлов и решек при этом можно получить.

5. Вычислите, сколько можно составить различных букетов из трех роз, если в продаже имеются белые и красные розы.

6. Саша выбрал в библиотеке пять книг, но одновременно можно взять только две книги. Найдите, сколько вариантов выбора двух книг из пяти есть у Саши.

7. Школьники из Новосибирска собрались на каникулы поехать в Москву, посетив Нижний Новгород. Укажите, сколькими различными способами могут ребята осуществить свое путешествие, если из Новосибирска в Нижний Новгород можно отправиться на поезде и самолете а из Нижнего Новгорода в Москву – на самолете, теплоходе, поезде и автобусе.

8. Найдите, сколько всего имеется пятизначных чисел, сумма цифр которых равна двум.

Домашнее задание 14

1. Укажите, сколько существует четырехзначных натуральных чисел, в записи которых встречаются только четные числа.

2. В киоске «Союзпечать» продаются 5 видов конвертов и 4 вида марок. Найдите, сколькими способами можно купить конверт с маркой.

3. Найдите, сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы из слова «КРУЖОК».

4. Составьте число 100, используя шесть раз цифру 1, и знаки, применяемые в арифметике.

5. Объем строительных работ увеличился на 80 %. Вычислите, на сколько процентов нужно увеличить число рабочих, чтобы выполнить работу за намеченное ранее время, если производительность труда увеличилась на 20 %.

6. Отметьте и обозначьте три точки, не лежащие на одной прямой. Определите, сколько можно построить ломаных с вершинами в этих точках. Начертите их, используя карандаши разных цветов.

Занятие 15.
Задачи с числами и нумерациями

1. Найдите число, сумма цифр которого равна разности между 328 и искомым числом.

2. Найдите цифру, обладающую тем свойством, что если приписать ее в конце произвольного натурального числа, то получим число, равное сумме трех слагаемых, одно из которых – первоначальное число, второе – число, обозначенное искомой цифрой, и третье – произведение первых двух слагаемых.

3. Если к любому двузначному числу приписать справа число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то получим четырехзначное число, делящееся на 11 без остатка. Докажите это утверждение.

4. Андрея попросили назвать номер квартиры, которую получила его семья в новом доме. Он ответил, что этот номер выражается числом, которое в 17 раз больше числа, стоящего в разряде единиц номера. Определите номер квартиры.

5. Определите, на сколько сумма всех четных чисел первой сотни больше суммы всех нечетных чисел этой сотни.

6. Выписаны подряд все натуральные числа:

12345678910111213141516171819202l…

Определите, какая цифра стоит на 2009-м месте.

Домашнее задание 15

1. Наблюдательный Юра заметил, что если в двузначном числе, выражающем расстояние в километрах, которое они сегодня проехали, вставить нуль между цифрами десятков и единиц, то получится число, в 9 раз большее исходного числа. Определите, какое расстояние проехали.
2. Шифр замка-автомата – семизначное число, три первые цифры которого одинаковы, остальные четыре цифры также одинаковы. Сумма всех цифр этого числа – число двузначное, первая цифра которого совпадает с первой цифрой шифра, а последняя – с последней. Найдите этот шифр.
3. Для нумерации страниц в книге потребовалось 2 322 цифры. Определите, сколько страниц в книге. Считайте, что нумерация начинается с первой страницы.
4. Известно, что треугольник разрезали на две части и из них составили прямоугольник. Какого вида мог быть треугольник?
5. Найдите все треугольники, длины сторон которых целые числа сантиметров и длина каждой из них не превышает 2 см.
6. В книге 200 страниц. Сколько раз цифра 5 напечатана при нумерации страниц?

Занятие 16.
Перпендикулярность прямых и отрезков

1. Перпендикулярные прямые.
2. Расстояние от точки до прямой.
3. Из бумаги вырежьте произвольный треугольник, не имеющий равных сторон. С помощью линейки и этого треугольника начертите два взаимно перпендикулярных отрезка.
4. Теорема Пифагора.
5. Найдите диагонали прямоугольника, если его длина и ширина в сантиметрах равны: 3 и 4; 5 и 12; 12 и 5; 6 и 8; 3/5 и 4/5.
6. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 25. Найдите длины катетов, если известно, что они выражаются целыми числами.

Домашнее задание 16

1. В очереди за мороженым стоят Юра, Ира, Оля, Саша и Коля. Юра стоит раньше Иры, но после Коли. Оля и Коля не стоят рядом, а Саша не находится рядом ни с Колей, ни с Юрой, ни с Олей. В каком порядке стоят ребята?
2. Машина идет со скоростью 60 км/час. На сколько надо увеличить скорость, чтобы выиграть на каждом километре по одной минуте?
3. Фамилия русского писателя состоит из шести букв. Известно, что числа, указывающие места этих букв в русском алфавите, находятся в следующих соотношениях: первое равно третьему; второе равно четвертому; пятое на 9 больше первого; шестое на 2 меньше суммы второго и четвертого; если утроим первое, то получим число на 4 меньше второго; сумма всех этих чисел равна 83. Узнайте фамилию писателя.
4. Когда у юных рыбаков спросили, сколько рыбин поймал каждый из них, то первый ответил: «Я поймал половину числа рыбин, которые поймал мой товарищ, да еще 10 рыбин». Второй сказал: «А я поймал столько же, сколько мой товарищ, да еще 20 рыбин». Сколько рыбин поймали рыболовы?
5. Когда Миша поступал в МГУ, учитывался средний балл аттестата о среднем образовании по 12 предметам. У Миши средний балл равен 3,5. По скольким предметам ему нужно было повысить оценку на один балл, чтобы средний балл оказался равным четырем?
6. В соревнованиях по стрельбе участвовало 30 человек. Первый стрелок выбил 80 очков, второй – 60 очков, третий выбил среднее арифметическое чисел очков первых двух, четвертый – среднее арифметическое чисел очков первых трех. И вообще, каждый следующий стрелок выбивал среднее арифметическое чисел очков, выбитых всеми предыдущими стрелками. Сколько очков выбил последний стрелок?

Занятие 17.
Действия с дробями

1. Сравнение дробей. Сложение и вычитание дробей.
2. Умножение и деление дробей.

3. Миша, Юра и Нина решали в классе одну и ту же задачу. Один из них затратил на решение $1/5$ урока, другой $2/9$ урока, а третий $\frac{4}{15}$ урока. Найдите, какую часть урока затратил на эту задачу каждый из них, если известно, что Нина решила задачу быстрее Миши, а Юра быстрее Нины.

4. За два часа турист прошел половину намеченного пути. При этом за первый час он прошел $\frac{3}{10}$ пути. Вычислите, какую часть пути он прошел за второй час.

5. Периметр треугольника ABC равен $\frac{17}{20}$ м. Сторона AB равна $\frac{17}{50}$ м, сторона BC на $\frac{9}{50}$ м короче AB. Найдите длину стороны AC.

6. Ворону и Лисица нашли головку сыра. Укажите, как им разделить ее по справедливости, если Лисица уже давно задолжала Вороне кусок в одну пятую часть этой головки.

7. Одного человека спросили: «Сколько вам лет?» Он ответил: «Когда я проживу еще половину, да треть, да четверть моих теперешних лет, тогда мне будет сто лет». Найдите, сколько лет человеку.

8. Для турпохода было закуплено $1\frac{1}{2}$ кг сыра и в $1\frac{1}{6}$ раза больше колбасы. Стоимость 1 кг сыра $2\frac{4}{5}$ руб., а колбасы – $2\frac{1}{5}$ руб. Вычислите, сколько стоит вся покупка.

9. Ученик прочитал в первый день $3/4$ книги и еще 12 страниц, а во второй день $1/3$ оставшейся части и последние 14 страниц. Найдите, сколько страниц в книге.

Домашнее задание 17

1. В книге три рассказа. Наташа прочла первый рассказ за $1/3$ часа, на чтение второго рассказа она потратила на $1/6$ часа больше, а чтение третьего рассказа заняло на $7/12$ часа меньше, чем чтение первого и второго рассказов вместе. Найдите, сколько времени ушло у Наташи на чтение всей книги.

2. Шнурок длиной в 110 см разрезан на 5 частей таким образом, что вторая часть на 2 см больше, третья часть – на 2 см меньше, четвертая – в 2 раза больше, пятая – в 2 раза меньше, чем первая. Определите, какова длина шнурка.

3. Найдите все дроби со знаменателем 15, которые больше $8/9$ и меньше 1.

4. При проверке влажность зерна оказалась 25 %. После просушки 200 кг зерна оно потеряло в весе 30 кг. Определите влажность зерна после просушки.

5. Переложите одну из семи спичек, изображающих число $\frac{7}{10}$, записанное римскими цифрами (т. е. VII/X) так, чтобы получившаяся дробь равнялась $2/3$.

6. Разрежьте квадрат на 5 частей – 4 равных треугольника и 1 квадрат. Сложите их так, чтобы всего получилось три квадрата.

Занятие 18.
Десятичные дроби

1. Сложение и вычитание десятичных дробей.
2. Умножение и деление десятичных дробей.
3. Вычислите значения выражений:

а) $\left(0,3-\frac{3}{20}\right)\cdot 2\frac{6}{7}-\frac{2}{5}:1,4$; б) $-\frac{11}{13}:\left(-1\frac{9}{13}\right)+5,52:(-13,8)-0,1$.

4. Определите, как изменится сумма трех чисел, если первое увеличить на 1,83; второе число увеличить на 2,77; а третье число уменьшить на 5,1.

5. Ширина зала равна 8,2 м, а длина его в 1,5 раза больше ширины, а высота составляет 0,5 ширины. Вычислите, сколько весит воздух, наполняющий зал, если 1 $м^3$ воздуха весит 1,3 кг.

6. Квадратный лист бумаги со стороной в 32 см разрезают на четыре равных квадрата, один из получившихся квадратов разрезают на четыре равных квадрата и так далее. Найдите, сколько разрезаний можно сделать таким образом, если считать, что квадрат со стороной меньше 1 мм разрезать уже не удается.

7. В банку емкостью 2 литра сначала налили 1 л воды, затем $1/4$ л воды, затем $1/8$ л воды и так далее. Найдите, сколько воды

окажется в банке: а) после 10-го добавления; б) после 15-го добавления.

Домашнее задание 18

1. Вычислите значения выражений:

а) $\left(1{,}08-\dfrac{2}{25}\right):\dfrac{4}{7}-0{,}25:\dfrac{1}{3}$; б) $\dfrac{5}{16}:0{,}125+1{,}456:\dfrac{7}{25}+4{,}5\cdot\dfrac{4}{5}$.

2. На овощной базе было 40,27 тонн моркови. В течение дня вывезли 9,5 тонн и привезли 27,43 тонн моркови. На другой день вывезли 10,7 тонн и привезли 33,56 тонн моркови. Найдите, сколько моркови стало на базе к концу второго дня.

3. Хозяйка разрезала пирог прямоугольной формы пополам, потом разрезала каждый кусок еще раз пополам, а каждый получившийся – на 4 части. Определите массу каждого куска в граммах, если масса пирога 2 кг.

4. Древнегреческая задача. Пифагора спросили: «Знаменитый Пифагор, сколько учеников посещают твою школу и слушают твои беседы?» Он ответил: «Половина изучает математику, четверть - природу, седьмая часть проводит время в размышлении, и, кроме того, есть еще три женщины». Найдите, сколько всего учеников посещает школу Пифагора.

5. Баба Яга в своей избушке на курьих ножках завела сказочных животных. Все они, кроме двух, – Говорящие Коты; все, кроме двух, – Мудрые Совы; остальные – Усатые Тараканы. Укажите, сколько обитателей в избушке.

6. Прямоугольник разделен двумя отрезками на четыре прямоугольника, площади трех из которых 2 см^2, 4 см^2, 6 см^2. Найдите площадь четвертого прямоугольника, см. рис. 13.

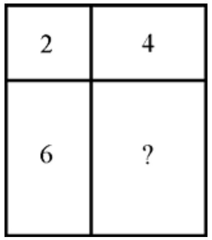

Рис. 13

Занятие 19.
Четность, разбиение на пары

1. Четные и нечетные числа, четность суммы двух натуральных чисел.

2. Четность произведения двух натуральных чисел.

3. Разность двух целых чисел умножили на их произведение. Могло ли получиться число 2009?

4. Можно ли разменять 55 рублей десятью купюрами достоинством 1, 3 и 5 рублей?

5. Парламент состоит из двух одинаковых палат. В голосовании участвовали все депутаты, причем воздержавшихся не было. Когда объявили, что решение принято с преимуществом в 33 голоса, лидер оппозиции заявил, что результаты голосования фальсифицированы. Как он это понял?

6. В одну строку выписаны подряд числа 1, 2, 3, …, 2012. Можно ли так расставить между ними знаки плюс или минус, чтобы в результате получилось число 2009?

7. Докажите, что если 11-угольник имеет ось симметрии, то она проходит через одну из его вершин.

8. Из скольких звеньев может состоять ломаная, пересекающая каждое свое звено ровно один раз?

Домашнее задание 19

1. В ряд выписаны числа от 1 до 10. Можно ли расставить между ними знаки плюс или минус так, чтобы в результате получился нуль?

2. На доске размером 6×6 расставьте 8 ферзей так, чтобы каждый из них бил ровно одного ферзя.

3. На главной диагонали доски 10×10 стоит 10 шашек, все – в разных клетках. За один ход разрешается выбрать любую пару шашек и передвинуть каждую из них на одну клетку вниз. Можно ли за несколько таких ходов, поставить все шашки на нижнюю горизонталь доски?

4. Можно ли построить треугольник, у которого все три высоты больше двух сантиметров, а площадь – меньше одного квадратного сантиметра? Ответ обоснуйте.

5. Прямоугольник со сторонами 9 и 16 м разрезали на части и сложили из них квадрат. Определите периметр полученного квадрата.

6. Как с помощью двух бидонов емкостью 17 и 5 л отлить из молочной цистерны 3 л молока?

Занятие 20.
Геометрия на плоскости. Окружность

1. Свойства хорд и диаметров окружностей.

2. Взаимное расположение двух окружностей.

3. Свойство касательных.

4. Определение вписанных и описанных многоугольников.

5. Укажите способ проведения перпендикуляра к прямой через точку, не лежащую на данной прямой.

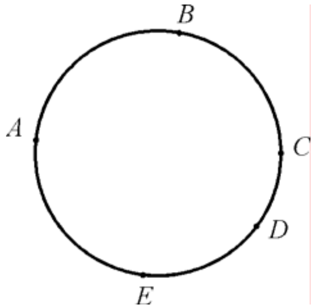

Рис. 14

6. Найдите, сколько различных хорд можно изобразить, используя в качестве концов точки *A, B, C, D, E*, изображенные на рис. 14.

7. В окружности с центром *O* проведены диаметры *AB* и *CD*. Вычислите периметр треугольника *AOD*, если $AB = 12$ см; $BC = 5$ см.

8. Постройте касательную к окружности с центром в точке *O*, проходящую через точку *M*, лежащую вне окружности.

9. При помощи циркуля и линейки постройте: а) правильный треугольник; б) квадрат; в) правильный пятиугольник; г) правильный шестиугольник.

Домашнее задание 20

1. Найдите, где расположены центры нескольких окружностей данного радиуса *r*, проходящих через данную точку *A*.

2. Пусть *AB* – диаметр окружности, *O* – ее центр, а *AC* и *BC* – равные хорды. Определите, чему равна величина угла *COB*.

3. Постройте касательную, проходящую через данную точку *A*, принадлежащую окружности с центром *O*.

4. Покажите, что центры вписанной и описанной окружностей для правильного треугольника совпадают.

5. В двух магазинах продавали одинаковые конфеты по одной цене. В первом магазине цену увеличили сначала на 10 %, а через месяц еще на 20 %. Во втором магазине цену на конфеты подняли сразу на 30 %. Вычислите, в каком магазине конфеты стоят дороже.

6. Если сложить числа a и b, то получится наименьшее пятизначное число. Если вычесть из большего числа меньшее, то получится сумма наибольшего трехзначного числа и числа 555. Найдите a и b.

Занятие 21.
Задачи на суммирование

1. На каждой стороне шестиугольника написали по числу. Сумму чисел каждых двух соседних сторон записали в общую вершину этих двух сторон. Затем стерли все числа на сторонах и одно число в вершине, см. рис. 15. Можно ли восстановить число в вершине?

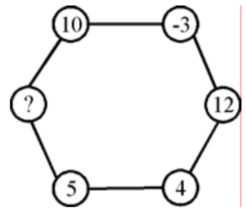

Рис. 15

2. Имеется 13 чисел, равных 1,1 и 15 чисел, равных 1,11. Можно ли разбить их на две группы так, чтобы сумма чисел одной группы равнялась сумме чисел другой группы?

3. Вычислите сумму: $1+2+3+...+99+100$.

4. Вычислите сумму всех нечетных чисел от 1 до 100.

5. Геологи нашли 19 камней массами 1, 2, …, 19 кг. Смогли ли они разложить эти камни по 10 рюкзакам, чтобы во всех рюкзаках был одинаковый груз?

6. Вычислите сумму: $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{9\cdot 10}$.

Домашнее задание 21

1. Вычислите сумму:
$1+5+9+13+...+101$.

2. Вычислите сумму:
$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 9}+\frac{1}{9\cdot 11}$.

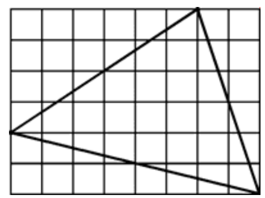
Рис. 16

3. Найдите площадь треугольника, изображенного на рис. 16.

4. Сколько шахматистов играли в круговом турнире, если всего в этом соревновании было сыграно 190 партий?

5. Мне сейчас вдвое больше лет, чем вам было тогда, когда мне было столько лет, сколько вам сейчас. Нам сейчас вместе 35 лет. Сколько лет каждому из нас?

6. Известно, что длины сторон треугольника – целые числа, причем одна сторона равна 5, а другая – 1. Чему равна длина третьей стороны?

Занятие 22. **Логические задачи**

1. Сегодня Петина мама сказала: «Все чемпионы хорошо учатся». Петя говорит: «Я хорошо учусь. Значит, я чемпион». Правильно ли он рассуждает?

2. На столе лежат 4 карточки, на которых сверху написано: *А, Б*, 4, 5. Какое наименьшее количество карточек и какие именно надо перевернуть, чтобы проверить, верно ли утверждение: «Если на одной стороне карточки написано четное число, то на другой стороне карточки – гласная буква»?

3. Школьный драмкружок, готовясь к постановке отрывка из сказки А. С. Пушкина о царе Салтане, решил распределить роли между участниками: «Я буду Черномором» – сказал Юра, «Нет, Черномором буду я» – заявил Коля. «Ладно, я могу сыграть Гвидона» – уступил ему Юра, «Ну, я могу стать Салтаном», – тоже проявил уступчивость Коля. «Я же согласен быть только Гвидоном!» – произнес Миша. Желания мальчиков были удовлетворены. Скажите, как распределились роли.

4. Мачеха, уезжая на бал, дала Золушке мешок, в котором были перемешаны мак и просо, и велела перебрать их. Когда Золушка уезжала на бал, она оставила три мешка: в одном – просо, в другом – мак, а в третьем – еще не разобранная смесь. Чтобы не перепутать мешки, Золушка наклеила таблички: «Мак», «Просо», «Смесь». Мачеха вернулась с бала первой и нарочно поменяла местами таблички так, чтобы на каждом мешке оказалась неправильная запись. Ученик Феи успел предупредить Золушку, что теперь ни одна надпись на мешках не соответствует действительности. Тогда Золушка достала только одно – единственное зернышко из одного мешка и, посмотрев на него, сразу догадалась, где что лежит. Объясните, как она это сделала.

5. Инопланетяне сообщили жителям Земли, что в системе их звезды три планеты: *А, Б, В*. Они живут на второй планете. Далее передача сообщений ухудшилась из-за помех, но было принято еще два сообщения, которые, как установили ученые, оказались оба ложными: а) *А* – не третья планета звезды; б) *Б* – вторая планета. Укажите, какими планетами от звезды являются: *А, Б, В*.

6. Задача-шутка. Два селения *А* и *В* расположены рядом. Жители обоих селений часто посещают друг друга. Известно, что все жители *А* всегда говорят только правду, а жители *В* – всегда врут. Представьте себе, что вы оказались в одном из этих селений, но не знаете, в каком именно – в *А* или в *В*. Вы встречаете одного из жителей этих селений. Подумайте, какой вопрос следует задать этому жителю, чтобы по его ответу – «да» или «нет» – вы могли бы сразу безошибочно определить, в каком именно селении вы находитесь.

7. Женю, Леву и Гришу рассадили так, что Женя мог видеть Леву и Гришу, Лева – только Гришу, а Гриша – никого. Потом из мешка, в котором лежали две белые и три черные шапки (содержимое мешка было известно мальчикам), достали и надели на каждого шапку неизвестного ему цвета, а две шапки остались в мешке. Женя сказал, что он не может определить цвет своей шапки. Лева слышал ответ Жени и сказал, что у него не хватает данных для определения цвета своей шапки. Может ли Гриша на основании этих ответов определить цвет своей шапки?

Домашнее задание 22

1. Найдите наиболее рациональным способом значение выражения: $25-\frac{3}{7}\cdot 7+\left(12\frac{23}{25}-4\frac{2}{5}\right)\cdot 25+125\cdot 375\cdot 0,008$.

2. В стаде 8 овец. Первая съест копну сена за 1 день, вторая – за 2 дня, третья – за 3 дня,…, восьмая – за 8 дней. Найдите, кто быстрее съест копну сена: две первые овцы или все остальные вместе.

3. Один из попугаев: *А, В* и *С* всегда врет, другой всегда говорит правду, а третий хитрец – иногда говорит правду, иногда врет, На вопрос: «Кто *В*?» они ответили: *А*: «Я лжец», *В* сказал: «Я хитрец» и

C: «Я абсолютно честный попугай». Определите, кто из попугаев лжец, а кто хитрец.

4. Квадрат легко разрезать на 2 равных треугольника и 2 равных прямоугольника. Покажите, как разрезать квадрат на 2 равных пятиугольника, или 2 равных шестиугольника.

5. Продолжите ряд: 4; 7; 12; 21; 38;…

6. Дама сдавала в багаж рюкзак, чемодан, саквояж и корзину. Известно, что чемодан весит больше, чем рюкзак; саквояж и рюкзак весят больше, чем чемодан и корзина; корзина и саквояж весят столько же, сколько чемодан и рюкзак. Перечислите вещи дамы в порядке убывания их веса.

Занятие 23.
Осевая симметрия

1. Симметричность точек и фигур относительно оси.
2. Ось симметрии фигуры.
3. Укажите оси симметрии равностороннего треугольника, квадрата, прямоугольника, правильного пятиугольника.
4. Какие заглавные буквы русского алфавита имеют ось симметрии?
5. Преобразование осевой симметрии.
6. Определите, какая фигура, состоящая из двух пересекающихся отрезков: имеет одну ось симметрии; имеет две оси симметрии.
7. Пожарная машина (точка *A*) и горящий дом (точка *B*) находятся по одну сторону от реки. По какому кратчайшему пути должна спешить машина на пожар, если по дороге ей нужно остановиться у реки с прямыми берегами и запастись водой?
8. Изобразите угол, симметричный данному углу относительно прямой, содержащей одну из сторон угла; относительно прямой, содержащей биссектрису угла.

Домашнее задание 23

1. Постройте две пересекающиеся окружности различных радиусов и через их центры проведите прямую. Докажите, что эта прямая является осью симметрии точек пересечения окружностей.

2. На прямой *AB* найдите такую точку, сумма расстояний от которой до двух заданных точек *M* и *K* была бы наименьшей. Рассмотрите все возможные случаи.

3. Труба наполняет резервуар кубической формы за один час. За сколько времени две такие трубы заполнят куб, который в четыре раза выше исходного?

4. Если учащихся класса посадить по три человека на скамейку, то останется 5 незанятых скамеек. Если же рассадить по 2 человека, то все скамейки окажутся занятыми и еще 7 учеников останутся без места. Определите, сколько учеников в классе и сколько скамеек.

5. Разделите с помощью циркуля и линейки угол в $50°$ на 5 равных частей.

6. Найдите значение выражения: $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{19\cdot 20}$.

Занятие 24.
Координаты на плоскости. Расстояние между двумя точками

1. Координаты точки на плоскости.
2. Расстояние между двумя точками.
3. Найдите: а) координаты всех вершин прямоугольника $ABCD$, изображенного на рис. 17; б) чему равно расстояние от каждой вершины до оси *OX*; в) чему равно расстояние от каждой вершины до оси OY.

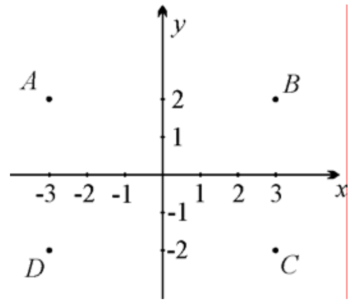

Рис. 17

4. Окружности радиусов 1 и 2 см касаются прямой *a* в точке *A* и расположены так, как на рис. 18. На некотором расстоянии от точки *A* на прямой *a* лежит точка *B*, через которую проводится прямая *b*, перпендикулярная прямой *a*. Найдите, сколько общих точек с окружностями имеет прямая *b*, если расстояние между точками *A* и *B* равно: а) 0,5 см; б) 1 см; в) 2 см; г) 2,5 см.

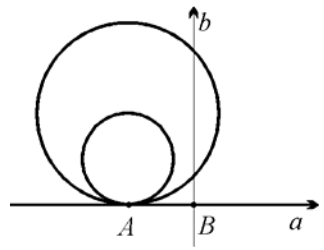

Рис. 18

5. Координаты вершин треугольника: $A(2;0)$; $B(0;0)$; $C(0;2)$. Покажите, что этот треугольник прямоугольный. Рассмотрим четырехугольник $ABCD$ с вершинами: $A(2;0)$; $B(0;0)$; $C(0;2)$; $D(2;2)$. Покажите, что этот четырехугольник является прямоугольником; вычислите периметр четырехугольника.

6. Покажите, что четырехугольник с вершинами: A, B, C, D есть ромб, если $A(2;0)$; $B(0;1)$; $C(-2;0)$; $D(0;-1)$.

7. Дан четырехугольник с вершинами: $A(2;4)$; $B(6;4)$; $C(6;7)$; $D(2;7)$. Проверьте, что $AC = BD$; $AB = CD$; $AD = BC$.

Домашнее задание 24

1. Даны координаты вершин треугольника: $A(5;1)$; $B(1;1)$; $C(1;3)$. Покажите, что треугольник ABC прямоугольный.

2. Постройте ломаные линии $ABCDE$ и MHK по координатам точек: $A(-6;2)$; $B(-4;6)$; $C(1;1)$; $D(2;-5)$; $E(8;-1)$; и $M(-5;-5)$; $H(-1;7)$; $K(8;4)$. Найдите координаты точек пересечения ломаных $ABCDE$ и MHK.

3. Трое ребят нашли в лесу 200 грибов. Никита нашел 40 % всех грибов, Олег $1/4$ числа грибов, которые нашел Никита, а Дима нашел все остальные грибы. Найдите, сколько грибов нашел Дима.

4. Найдите значение выражения:

$$\frac{9\frac{3}{4}:3+\frac{8,1}{5,2}\cdot\left(-1\frac{4}{9}\right)}{(8,5-4,7):38}.$$

5. Найдите стороны треугольника с вершинами в точках: A, B, C, если известны координаты: $A(0;0)$; $B(3;4)$; $C(4;3)$.

6. Задача-шутка. Изобразите число 31 шестью (или пятью) тройками.

Занятие 25.
Логические задачи. Принцип Дирихле

1. Какое наибольшее число клеток доски 6×6 можно покрасить так, чтобы никакие две закрашенные клетки не соприкасались даже в одной точке?

2. В магазин привезли 37 ящиков с яблоками трех сортов, причем в каждом ящике лежали яблоки какого-то одного сорта. Можно ли найти 13 ящиков с яблоками одного сорта?

3. В ящике лежат цветные карандаши: 10 красных, 8 синих, 8 зеленых и 4 желтых. В темноте берем из ящика карандаши. Определите, какое наименьшее число карандашей надо взять, чтобы среди них заведомо было не меньше четырех карандашей одного цвета; был хотя бы один карандаш каждого цвета.

4. В классе 38 учеников. Найдется ли такой месяц в году, в котором отмечают свой день рождения не меньше, чем четыре ученика этого класса?

5. Докажите, что из любых трех целых чисел можно найти два, сумма которых четна.

6. Докажите, что среди шести любых целых чисел можно найти два, разность которых делится на пять.

Домашнее задание 25

1. Три одинаковых сосуда наполнены до половины раствором соли. После того, как содержимое третьего сосуда было поровну разлито в первые два, концентрация соли в первом сосуде уменьшилась на 30 %, а во втором – увеличилась на 20 %. Найдите отношение концентраций в первом и втором сосудах в начальных момент.

2. Отцу сейчас в три раза больше лет, чем сыну было 10 лет назад. А когда сыну будет столько лет, сколько отцу сейчас, то отцу будет в два раза больше лет, чем сыну через 9 лет после настоящего момента. Сколько лет сейчас отцу и сколько сыну?

3. Сколько можно взять различных натуральных чисел, не больших 10, чтобы среди них не нашлось двух, одно из которых точно вдвое больше другого?

4. На дежурстве в столовой два ученика чистили картофель. Один очищал в минуту две картофелины, а второй – 3. Вместе они очистили 400 штук. Сколько времени работал каждый, если второй проработал на 25 минут больше первого?

5. Ребро куба 3 дм. Этот куб распилили на кубические миллиметры, а затем выложили из них ряд. Какова длина этого ряда?

6. На олимпиаде было предложено 20 задач. За каждую верно решенную задачу ставится 8 баллов, а за неверно решенную – снимается 5 баллов. Ученик набрал 13 баллов. Сколько задач он решил и как?

Занятие 26.
Задачи с инвариантами

1. На столе лежат две монеты. Петя закрывает глаза, а Вася переворачивает монеты по одной, говоря при каждом переворачивании «Хоп!», он может переворачивать одну монету несколько раз, не забывая всякий раз сказать «Хоп!». После этого Вася закрывает одну из монет рукой, а Петя открывает глаза и отгадывает, как лежит невидимая монета – гербом вверх или вниз. Как Петя это делает?

2. На столе стоят 7 стаканов дном вверх. Разрешено переворачивать одновременно любые два стакана. Можно ли поставить все стаканы дном вниз?

3. На 44 деревьях, расположенных по окружности, сидели 44 веселых чижа, на каждом дереве по чижу. Время от времени два чижа перелетают на соседние деревья в противоположных направлениях. Докажите, что чижи никогда не соберутся на одном дереве.

4. Каждая из расположенных по кругу 12 ламп может находиться в одном из двух состояний: гореть или не гореть. За один ход можно изменить состояние любых трех ламп, расположенных подряд. Вначале горит только одна лампа. Можно ли добиться того, чтобы горели все 12 ламп?

5. Даны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешено к любым двум из них прибавить по единице. Можно ли за несколько шагов уравнять эти числа?

6. В конференции участвовало 19 ученых. После конференции каждый из них отправил 2 или 4 письма участникам этой конференции. Могло ли случиться так, что каждый участник получил ровно 3 письма?

Домашнее задание 26

1. Футбольный мяч сшит из 32 лоскутов: белых шестиугольников и черных пятиугольников, см. рис. 19. Каждый черный лоскут граничит только с белыми, а каждый белый – с тремя черными и тремя белыми. Сколько лоскутов белого цвета?

Рис. 19

2. В каждой вершине куба записаны нули, только один нуль заменен на единицу. За один шаг разрешено к двум числам, расположенным на одном ребре, прибавить по единице. Можно ли добиться, чтобы все числа в вершинах стали одинаковыми?

3. Можно выложить 15 шариков в виде треугольника, но нельзя их выложить в виде квадрата, одного шарика не хватает, см. рис. 20. Из какого количества шариков, не превышающих 50, можно выложить как треугольник, так и квадрат?

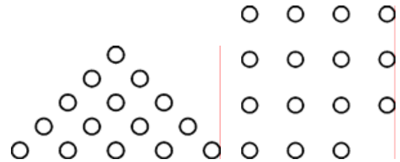

Рис. 20

4. Четверо товарищей покупают лодку. Первый вносит половину суммы, вносимой остальными, второй – треть суммы, вносимой остальными, третий – четверть суммы, вносимой остальными, а четвертый – 130 руб. Сколько стоит лодка?

5. Надпись на камне над могилой Диофанта, греческий математик, III в. н.э.: «Здесь погребен Диофант, и камень могильный расскажет, сколь долог был век его жизни. Часть шестую ее составляло прекрасное детство, двенадцатой части равна его светлая юность. Еще часть седьмая прошла – браком себя сочетал. Пять лет прошло – и послал Гименей ему сына, коему рок половину лишь жизни прекрасной дал по сравнению с отцом. И в печали глубокой старец кончину воспринял, четыре лишь года с тех пор прожив, как сына лишился». Скольких лет жизни достигнув, смерть воспринял Диофант?

6. В темном шкафу лежат салфетки: 10 красных, 8 синих и 4 желтых. Определите, какое наименьшее число салфеток надо взять, чтобы среди них заведомо было не менее: четырех салфеток одного цвета; шести одного цвета; одной салфетки каждого цвета; шесть синих салфеток.

Занятие 27.
Текстовые задачи на целочисленные решения

1. Десяти собакам и кошкам скормили 56 галет. Каждой кошке досталось 5 галет, а каждой собаке – 6. Найдите, сколько было собак и сколько кошек.

2. Найдите все целые положительные значения x и y, удовлетворяющие уравнению $5 \cdot x + 7 \cdot y = 112$.

3. Имеются монеты по 15 и 20 коп. Укажите, сколько надо взять тех и других монет, чтобы получить число копеек, равное произведению их стоимостей, причем количество монет кратно 3.

4. Трехзначное число оканчивается цифрой 7. Если переставить эту цифру на первое место, то получится число, которое в 2 раза и еще на 21 единицу больше первоначального. Определите это число.

5. Если к двузначному числу приписать слева и справа по единице, то полученное четырехзначное число будет больше первоначального в 21 раз. Найдите это число.

6. Люда с мамой отправились покупать пальто. У них было немного меньше 150 руб., причем только пятерками и рублями. По возвращении домой у них осталось треть первоначальной суммы, при этом пятерок стало столько, сколько раньше было рублей, а рублей столько, сколько раньше было пятерок. Определите, сколько они истратили на покупку.

7. Библиотека на 20 руб. купила 20 книг разной цены: по 3 руб., 2 руб. и 50 коп. за книгу. Найдите, сколько книг по 2 руб. купила библиотека.

Домашнее задание 27

1. Расставьте числа: 1; –2; 3; –4; 5; –6; 7; –8; 9 в клетках квадрата, см. рис. 21, так, чтобы их произведения по всем горизонталям, вертикалям и диагоналям были положительны.

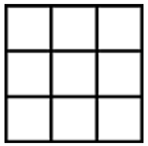

Рис. 21

2. Числа 90 и 100 разделили на одно и тоже число. В первом случае получили остаток 18, а во втором случае – остаток 4. Найдите делитель.

3. В начале забега на 1000 м вперед вырвался Андрей, вторым шел Борис, а третьим – Виктор. За время бега Андрей и Борис менялись местами 6 раз, Борис и Виктор – 5 раз, Андрей и Виктор – 4 раза. В каком порядке прибежали спортсмены? Почему?

4. Найдите все целые решения уравнения $3\cdot x-12\cdot y=7$.

5. Если между цифрами двузначного числа вписать нуль, то полученное трехзначное число будет в 7 раз больше первоначального. Найдите это число.

6. Крышка стола имеет четыре угла. Скажите, сколько будет углов у крышки, если один из углов отпилить.

Занятие 28.
Зависимость величин. Построение графиков

1. Площадь квадрата зависит от длины стороны. Если сторона квадрата a см, то его площадь равна S см^2. Для каждого значения переменной a найдите значения переменной S, если: $a=3$; $a=15$; $a=0,4$.

2. Путь, пройденный автомобилем со скоростью 50 км/ч, зависит от времени движения. Для следующих значений переменной t найдите соответствующие значения переменной S, если: $t=0,5$; 2; 3,5.

3. Электропоезд идет от начальной станции A до конечной станции B со скоростью 60 км/ч и через каждые 10 минут делает остановку на 5 минут на промежуточной станции. Изобразите на графике зависимость пройденного расстояния S в километрах от времени t в минутах. Найдите, на каком расстоянии от станции A окажется электропоезд через 1 час 22 минуты.

4. В наполненную ванну объемом 20 л с открытым сливным отверстием из крана льется вода. Известно, что каждую минуту в ванну вливается по 10 л воды, а выливается по 35 л воды. Составьте таблицу значений объема воды в зависимости от времени (за 8 мин). Начертите график этой зависимости. Определите по графику время, когда ванна опустеет.

5. На конвейер каждый час поступает по 100 деталей и для сборки изделий каждый час расходуется по 110 деталей. В начале работы у конвейера находилось 1000 деталей. Составьте почасовой график наличия деталей. Определите, через сколько часов конвейер остановится из-за нехватки деталей.

6. На поле площадью 50 га каждые сутки убирают половину из неубранной части урожая. Начертите график, показывающий площадь неубранной части урожая в зависимости от числа прошедших дней.

7. В течение года банк увеличивает сумму сбережений вкладчика на 10 %. Начертите график размера сбережений по годам за три года, приняв начальный вклад за единицу.

Домашнее задание 28

1. Площадь прямоугольника со сторонами 9 см и x см равна S см^2. Выразите формулой зависимость S от x. Для значений аргумента $x = 4$; 6,5; 15 найдите значения функции S.

2. Электропоезд идет от станции A до станции B с постоянной скоростью без остановок. Выразите формулой зависимость пройденного расстояния S в километрах от времени t в минутах и изобразите эту зависимость графиком, если скорость V равна 60 км/ч; изобразите на одном рисунке график зависимости пройденного расстояния S от времени t при постоянной скорости движения V, когда а) $V = 120$ км/ч; б) $V = 60$ км/ч; в) $V = 30$ км/ч.

3. На доске написаны шесть чисел: 1; 2; 3; 4; 5; 6. За один ход разрешается к любым двум из них одновременно добавлять по единице. Можно ли за несколько ходов все числа сделать равными?

4. У одного вельможи был крест, украшенный крупными бриллиантами, см. рис. 22. Он никогда не интересовался тем, сколько бриллиантов вставлено в крест. Вельможа знал лишь одно: если он начинал считать с одного из боковых концов или с верхнего конца вниз до основания креста, то всегда насчитывал 9 бриллиантов. Как-то раз понадобилось отдать крест в починку. Вельможа призвал мастера и, отдавая ему крест, сказал: «Прошу вас, чтобы все бриллианты были в целости. Давайте вместе проверим их». И вельможа стал вслух «по-своему» считать бриллианты. Мастер заметил это и, так как он не отличался особой честностью, при починке вынул два камня и возвратил крест вельможе, не подменив, однако, настоящих камней фальшивыми. Тот пересчитал камни и нашел, что все они целы. Как мастер ухитрился провести вельможу?

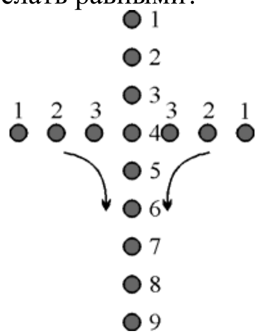

Рис. 22

5. В государстве 100 городов, и из каждого из них выходит 4 дороги. Найдите, сколько всего дорог в государстве.

6. Парусник отправляется в плавание в понедельник в полдень. Плавание будет продолжаться 100 часов. Назовите день и час его возвращения в порт.

Занятие 29.
Математические игры и стратегии

1. В строчку написано несколько минусов. Два игрока по очереди переправляют один или два соседних минуса на плюс. Выигрывает тот игрок, который переправит последний минус. Кто выиграет при правильной игре: начинающий или его партнер?

2. На окружности даны 20 точек. Двое по очереди проводят хорду с концами в этих точках так, чтобы хорды не пересекались. Проигрывает тот, кто не сможет провести хорду. Кто победит при правильной игре?

3. Имеются одинаковые кучи камней. Двое играющих берут по очереди любое число камней из любой кучи, но только из одной. Выигрывает тот, кто взял последние камни. Кто выиграет при правильной игре, если было 2 кучи камней?

4. Двое по очереди обрывают лепестки у ромашки, причем за один раз можно оборвать 1 или 2 лепестка. Выигрывает тот, кто сделает последний ход. Кто выиграет при правильной игре?

5. В игре «Кто первым назовет число 100» участвуют двое. Один называет любое целое число от 1 до 9 включительно. Другой прибавляет к названному числу любое целое число от 1 до 9 и называет сумму. К этой сумме первый снова добавляет любое целое число от 1 до 9 и называет сумму. Выигрывает тот, кто назовет число 100. Кто выиграет при правильной игре?

6. Двое по очереди пишут цифры со старшего разряда по порядку вплоть до младшего. Начинать с нуля нельзя, а остальные цифры – совершенно произвольные. Если число разделится нацело на 11, то победителем становится написавший последнюю цифру, а если не разделится, то победителем считается написавший предпоследнюю цифру. Кто выиграет при правильной игре, если всего должно быть написано 6 цифр?

Домашнее задание 29

1. Пять учеников купили 100 тетрадей. Коля и Вася купили 52 тетради, Вася и Юра – 43, Юра и Саша – 34, Саша и Сережа – 30. Сколько тетрадей купил каждый из них?

2. Две противоположные стороны прямоугольника удлинили на 10 %, а две другие укоротили на 10 %. Как изменилась площадь прямоугольника?

3. Тетушке Маше на три года меньше, чем Саше вместе с его ровесником Пашей. Сколько лет было Саше, когда тетушке Маше было столько, сколько сейчас Паше?

4. Во время стоянки между рейсами матросу исполнилось 20 лет. По этому поводу в кают-компании собрались все шесть членов экипажа. «Я вдвое старше юнги и на 6 лет старше машиниста», - сказал рулевой. «А я на столько старше юнги, на сколько моложе машиниста, – заметил боцман. – Кроме того, я на 4 года старше матроса». Капитан добавил: «Средний возраст команды – 28 лет». Сколько лет капитану?

5. Передние покрышки колес автомобиля стираются через 25 000 км, а задние – через 15 000 км. Когда целесообразно поменять местами покрышки, чтобы они одинаково износились? Допустим, что покрышки меняются местами один раз.

6. На стоянке были легковые автомобили и мотоциклы. Мотоциклов с коляской было в два раза меньше, чем без коляски. Какое могло быть наибольшее число автомобилей, если всего колес у этих автомобилей и мотоциклов было 115?

Занятие 30. **Деревья, графы и турниры**

1. Можно ли расположить на плоскости 7 отрезков так, чтобы каждый из них пересекался ровно с тремя другими?

2. Можно ли расположить на плоскости 8 отрезков так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими?

3. В графе 15 вершин. Степени его вершин A и B не меньше 7 каждая. Докажите, что по ребрам графа можно пройти из вершины A в вершину B.

4. В футбольном турнире каждая из 8 команд сыграла с каждой по одному разу. Команды набрали соответственно 14, 12, 8, 7, 7, 4, 3 и 1 очко. Сколько очков команды, занявшие первые три места, потеряли в играх с остальными командами?

5. В школьном драмкружке решили поставить «Ревизора», и тут разгорелся спор. «Ляпкиным-Тяпкиным буду я» – заявил Гена. Дима возразил: «Нет, я! Я всю жизнь мечтал воплотить этот образ». «Хорошо, я уступлю, если мне дадут роль Хлестакова» – проявил великодушие Гена. «А мне – Осипа» – не уступил в великодушии Дима. «А я хочу быть Земляникой или Городничим» – сказал Володя. «Нет, Городничим буду я», – хором закричали Алик и Боря, – «или Хлестаковым», – добавили они одновременно. Удастся ли ребятам распределить роли так, чтобы все были довольны?

6. Можно ли расставить числа 1, 2, 3, …, 9 по кругу так, чтобы сумма никаких двух соседних чисел не делилась ни на 3, ни на 5, ни на 7?

Домашнее задание 30

1. Имеется три кучки камней: в первой 10, во второй 15, в третьей 20. Играют двое. За шаг разрешается разбить любую кучку на две меньшие. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет?

2. Трем мудрецам показали 5 колпаков: 3 черных и 2 белых. Затем им завязали глаза и надели всем троим по черному колпаку. После этого с них сняли повязки и предложили каждому определить, какого цвета колпак на нем. Через некоторое время один из мудрецов догадался, что на нем черный колпак. Объясните, какие рассуждения позволили ему сделать такой вывод.

3. В карьере заготовлено 200 гранитных плит, 120 из которых весят по 7 тонн каждая, а остальные – по 9 тонн. На железнодорожную платформу можно грузить до 40 тонн. Сколько платформ нужно для вывоза плит из карьера?

4. Вычислите сумму: $100-99+98-97+...+2-1$.

5. Нарисуйте многоугольник и точку вне его так, чтобы ни одна сторона многоугольника полностью не была видна из этой точки.

6. Десять команд участвуют в турнире по футболу. Докажите, что при любом расписании игр всегда есть две команды, сыгравшие одинаковое количество матчей.

Занятие 31. **Развертки многогранников**

1. Начертите на бумаге развертку куба, см. рис. 23, вырежьте ее, сверните по линиям, соответствующим ребрам и склейте.

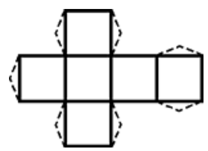

Рис. 23

2. Почему фигуры, изображенные

на рис. 24, не могут быть развертками куба?

3. Начертите все развертки куба, воспользовавшись следующими указаниями: 1) перечертите развертку, рис. 25.1, и получите из нее еще три, переставляя верхний квадрат; 2) перечертите развертку, рис. 25.2, и получите из нее еще две, переставив верхний квадрат; 3) перечертите развертку, рис. 25.3, и получите из нее еще одну, переставив верхний квадрат; 4) к вашим разверткам добавьте развертки рис. 25.4 и 25.5. Сколько разверток у куба?

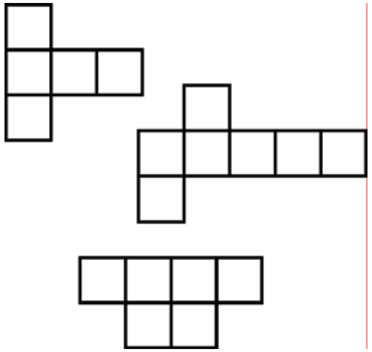

Рис. 24

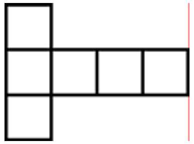

Рис. 25.1

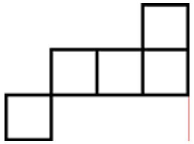

Рис. 25.2

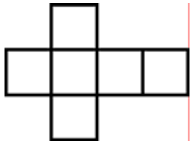

Рис. 25.3

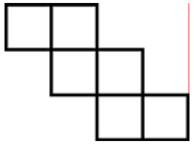

Рис. 25.4

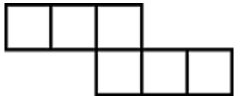

Рис. 25.5

4. Начертите на бумаге развертку тетраэдра (четырехгранника), см. рис. 26, вырежьте ее, сверните по линиям, соответствующим ребрам и склейте.

5. Начертите на бумаге развертку октаэдра (восьмигранника), см. рис. 27, вырежьте ее, сверните по линиям, соответствующим ребрам и склейте.

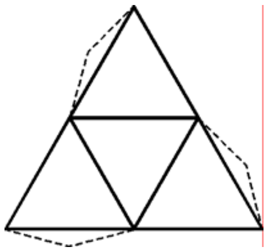

Рис. 26

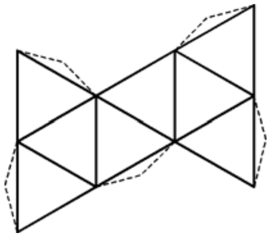

Рис. 27

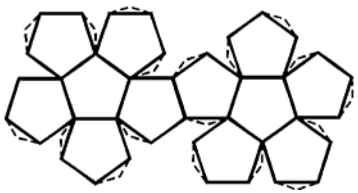

Рис. 28

6. Начертите на бумаге развертку додекаэдра (двенадцатигранника), см. рис. 28, вырежьте ее, сверните по линиям, соответствующим ребрам и склейте.

7. Начертите на бумаге развертку икосаэдра (двадцатигранника), см. рис. 29, вырежьте ее, сверните по линиям, соответствующим ребрам и склейте.

8. Вычислите, сколько ребер и сколько вершин имеют куб, тетраэдр, октаэдр и додекаэдр.

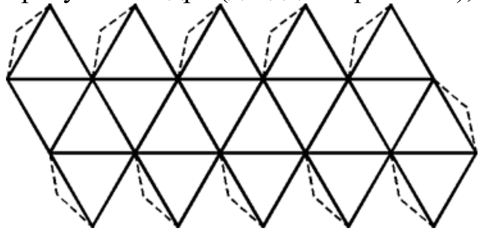

Рис. 29

Домашнее задание 31

1. Сложите куб с длиной ребра 3 см из полоски бумаги шириной 3 см и длиной 21 см. Рассмотрите рис. 30 а) и б), вырежьте полоску указанного размера и сложите из нее куб.

2. Круглую лепешку из теста толщиной в 5 мм раскатали в круглую лепешку, радиус которой увеличился в 2 раза. Найдите, какую толщину имеет новая лепешка.

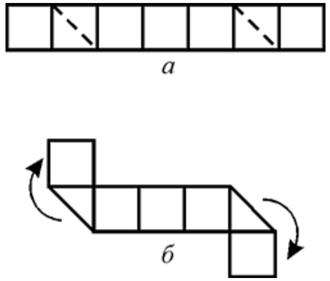

Рис. 30

3. В классе 30 человек. Скажите, может ли быть так, что 9 из них имеют по 3 друга (в этом классе), 11 – по 4 друга, а 10 – по 5 друзей.

4. Ребенок и поросенок весят столько, сколько весят 5 учебников. Поросенок весит столько, сколько весят 4 кошки; 2 кошки и поросенок весят столько, сколько весят 3 учебника. Сколько кошек уравновесят ребенка?

5. Вычислите значение выражения:
$89089089089 \cdot 73 \cdot 73 - 73073073073 \cdot 89 \cdot 89$.

6. Найдите, сколько диагоналей имеет выпуклый восьмиугольник.

Занятие 32.
Исторические задачи по арифметике народов мира

1. (Китай, II в. н.э.) Дикая утка от южного моря до северного моря летит 7 дней. Дикий гусь от северного моря до южного моря ле-

тит 9 дней. Теперь дикая утка и дикий гусь вылетают одновременно. Через сколько дней они встретятся?

2. (Брахмагупта, Индия, около 600 г.) Слониха, слоненок и слон пришли к озеру, чтобы напиться воды. Слон может выпить озеро за 3 часа, слониха – за 5 часов, а слоненок – за 6 часов. За сколько времени они все вместе выпьют озеро?

3. Из книги «Косс» Адама Ризе (XVI в.) Трое выиграли некоторую сумму денег. На долю первого пришлось $1/4$ этой суммы, на долю второго – $1/7$, а на долю третьего – 17 флоринов. Как велик весь выигрыш?

4. Из папируса Ахмеса (Египет, около 2000 лет до н.э.) Приходит пастух с 70 быками. Его спрашивают: «Сколько приводишь ты из своего многочисленного стада?» Пастух отвечает: «Я привожу две трети от трети скота. Сочти, сколько быков в стаде».

5. Из Акмимского папируса (VI в.) Некто взял из сокровищницы $\frac{1}{13}$. Из того, что осталось, другой взял $\frac{1}{17}$. Оставил же в сокровищнице 192. Мы хотим узнать, сколько было в сокровищнице первоначально.

6. (Древняя Греция, Герон Александрийский, I в. до н.э.). Бассейн может заполняться через четыре фонтана. Если открыть только первый фонтан, бассейн наполнится за день, только второй – за два дня, только третий – за три дня, только четвертый – за четыре дня. За какое время наполнится бассейн, если открыть все четыре фонтана?

7. Из «Арифметики» Л. Ф. Магницкого (Россия, XVIII в.). Лошадь съедает воз сена за месяц, коза – за два месяца, овца – за три месяца, За какое время лошадь, коза и овца вместе съедят такой же воз сена?

Домашнее задание 32

1. Путник, догнав другого, спросил его: «Далеко ли до деревни, которая впереди?» Другой путник ответил: «Расстояние от деревни, из которой ты идешь, равно трети всего расстояния между деревнями. А если пройдешь еще две версты, будешь ровно посередине между деревнями». Сколько верст осталось идти первому путнику?

2. На решение примеров ученик обычно тратит 20 минут. Определите, за какое время ученик решил бы эти 10 примеров, если бы

каждый из примеров решал: а) в 3 раза быстрее; б) в 2 раза медленнее; в) в $2\frac{1}{7}$ раз быстрее; г) в $1\frac{1}{3}$ раза медленнее.

3. Известно, что в январе четыре пятницы и четыре понедельника. Укажите, на какой день недели приходится 1 января.

4. Найдите двузначное число, равное сумме числа его десятков и квадрата числа единиц.

5. В треугольнике ABC: $\angle C = 80^\circ$. Определите величину угла между биссектрисами углов A и B.

6. Из куска фанеры хотят выпилить квадрат. Как проверить, что вырезанный четырехугольник действительно квадрат?

Приложение.
Варианты школьных и районных олимпиад для 6-х классов

Вариант 1

1. Разместить 20 предметов в клетках таблицы 3×3, указав, по сколько предметов расположено в каждой клетке так, чтобы количество предметов на каждой стороне было одинаковым, а центральная клетка осталась бы свободной.

2. Имеется 8-литровый, заполненный доверху водой сосуд. Как отлить 4 л в сосуд емкостью 5 л, если даны два пустых сосуда ёмкостью 3 и 5 л без делений? Сделать это надо за возможно меньшее количество переливаний.

3. Написаны подряд числа 1, 2, 3, … Какая цифра стоит на 2009 месте?

4. От полного стакана черного кофе отпили половину, долили столько же, сколько выпили, молока, затем отпили третью часть и снова долили столько, сколько отпили, молока, после этого отпили одну шестую часть и долили столько же молока, после чего выпили весь стакан. Чего было выпито больше и почему?

5. Найти разность между суммой всех трехзначных натуральных чисел, кратных 3 и кратных 4.

Вариант 2

1. Если к задуманному числу прибавить 0,43 его, а затем от полученного числа отнять 0,58 задуманного числа и еще 4,04, то получим 30,3. Найти задуманное число.

2. Ваня проехал на велосипеде от дома до школы на 2 ч 45 мин быстрее, чем Петя прошел этот путь пешком. Каково расстояние от школы до дома, если скорость Вани на велосипеде 15 км/час, а Пети пешком –4 км/час?

3. На прямой отметили точки *A, B, C, D*. Известно, что $AD = 6$ см, $BC = 8$ см. Укажите расположение точек, чтобы расстояние между серединами *AB* и *CB* равнялось 3 см.

4. Определите, может ли сумма 14 натуральных чисел быть в 4 раза больше их произведения.

5. Восстановите цифры верного равенства: $977{,}6 : 3{,}{*}5 = 3{*}{*}{,}8$.

Вариант 3

1. По течению реки катер проплыл 100 км за некоторое время, а против течения – он за это же время проплыл бы 80 км. Какое расстояние за это же время проплыл бы плот?

2. Дано многозначное число $\overline{abc...kxyz}$. Отделив от него число, образованное последними тремя цифрами, получили два числа: $\overline{abc...k}$ и $\overline{xyz}$. Докажите, что если разность полученных чисел делится на 11, то и данное число делится на 11.

3. Отцу сейчас в три раза больше лет, чем сыну было 10 лет назад. А когда сыну будет столько лет, сколько отцу сейчас, то отцу будет в два раза больше лет, чем сыну через 9 лет после настоящего момента. Сколько лет сейчас отцу и сколько лет сыну?

4. Имеется кусок бумаги, который можно разрезать на 9 или 7 кусков, каждый из получившихся кусков тоже можно разрезать на 9 или 7 кусков, или оставить целым. И так далее … Можно ли таким способом получить 122 куска?

5. Могут ли 3 человека, имея один двухместный мотоцикл, преодолеть 60 км за 3 ч, если скорость пешехода 5 км/час, а скорость мотоцикла – 50 км/час?

Вариант 4

1. Из двух городов *A* и *B*, расстояние между которыми 180 км, в 6 часов и 20 минут вышли навстречу друг другу автобус и легковой автомобиль. Их встреча произошла в 7 часов и 50 минут. Если бы автобус вышел на 1 час 15 минут раньше, а легковой автомобиль на 15 минут позже, то они встретились бы в 7 часов 35 минут. Каковы скорости автобуса и легкового автомобиля?

2. Для консультации к врачу пришли Аня, Боря, Вера и Гриша. Для консультации Ане требуется 10 минут, Грише – 8 минут, Вере – 5 минут Боре – 4 минуты. Врач может консультировать одновременно двух человек. Как необходимо проводить консультацию, чтобы врач был занят как можно меньше времени?

3. В первенстве по шахматам участвуют 6 команд. Каждая команда должна сыграть с каждой другой командой по одному матчу. Докажите, что в любой момент состязаний найдутся две команды, сыгравшие одинаковое число матчей.

4. Имеются два листа бумаги. Разрешается любой лист разрезать на 7 частей и любой получившийся лист тоже разрезать на 7 частей и так далее сколько угодно раз. Может ли на каком-нибудь шаге получиться 2009 листов?

5. У четырехзначного числа переставили местами несколько цифр, в результате чего оно уменьшилось на 7992. Найдите два наименьших числа с таким свойством.

Вариант 5

1. Сколько диагоналей имеет выпуклый шестиугольник? Диагональ – это отрезок, соединяющий две не соседние вершины.

2. Два автомата начали с одного места длинного листа ставить метки. Первый автомат ставил красные метки через каждые 72 см, а второй черные – через каждые 60 см. Какая по счету красная метка первой совпадет с черной?

3. Семь человек вместе собрали 29 кг ягод. Докажите, что по крайней мере двое из них собрали одинаковое число килограммов ягод, если каждый из них собрал целое число килограммов ягод, отличное от нуля, а один – 10 кг.

4. Установите закономерность и запишите недостающее число (см. рис. 31).

5	9	11
6	13	8
3	1	?

Рис. 31

5. Определите, является ли квадратом натурального числа 104-значное число, у которого в начале стоят 103 единицы, а последняя цифра – 4.

Вариант 6

1. В трех ящиках лежат орехи. В первом на 6 орехов меньше, чем в двух других вместе, а во втором – на 10 меньше, чем в первом и третьем. Сколько орехов в третьем ящике?

2. Из двух положительных чисел одно увеличили на 1 %, другое – на 5 %. Могла ли сумма увеличиться на 3 %?

3. Вася сказал, что уравнение $19x^2+97x=1997$ в натуральных числах не имеет решений. Прав ли Вася?

4. Сколько воды нужно добавить к 120 г 75%-го раствора сахара, чтобы получить раствор, содержащий 25 % сахара?

5. В круге отметили точку. Можно ли разрезать круг на три части так, чтобы из них можно было сложить новый круг, у которого точка в центре?

Вариант 7

1. Вычислите значение выражения:

$$\frac{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}}{2+\frac{2}{3}+\frac{2}{9}+\frac{2}{27}}\cdot\frac{4-\frac{4}{7}+\frac{4}{49}-\frac{4}{343}}{1-\frac{1}{7}+\frac{1}{49}-\frac{1}{343}}.$$

2. Двадцать трехметровых бревен распилили на полуметровые поленья. Сколько распилов при этом сделали?

3. Решите уравнение: $|x-5|=4$.

4. Федя хотел разделить некоторое число на 4 и прибавить к нему 15, а вместо этого умножил его на 4 и отнял 15, но ответ тем не менее получил верный. Что это за число?

5. Сможет ли Вася Иванов разложить 44 монеты по 9 карманам так, чтобы количество монет в каждом кармане было бы различным?

Вариант 8

1. Известно, что 2 % от натурального числа A больше, чем 3 % от натурального числа B. Верно ли, что 5 % от числа A больше, чем 7 % от числа B?

2. В клетках квадрата 3×3 были записаны натуральные числа так, что они образовали магический квадрат (суммы чисел по всем строкам, столбцам и диагоналям равны между собой). Некоторые числа стерли. Восстановите квадрат, см. рис. 32.

	15	9
		24

Рис. 32

3. Делится ли на 2009 сумма чисел

$$1+2+3+\ldots+2009?$$

4. Известно, что 50 одинаковых ластиков стоят 17 рублей с копейками. Сколько стоит один ластик?

5. Можно ли натуральные числа от 1 до 100 выписать в строку так, чтобы разность любых двух соседних была не меньше 49?

Вариант 9

1. В стаде 8 овец. Первая съедает копну сена за 1 день, вторая – за 2 дня, …, восьмая – за 8 дней. Кто быстрее съест копну сена: две первые овцы или все остальные вместе?

2. В начале забега вперед вырвался Антон, вторым шел Борис, а третьим – Виктор. За время забега Антон и Борис менялись местами 8 раз, Борис и Виктор – 7 раз, Антон и Виктор – 6 раз. В каком порядке они финишировали?

3. Придумайте число, которое делится на 109, чтобы сумма его цифр также делилась на 109.

4. Числа a и b – целые. Известно, что $a+b=120$. Может ли сумма $17a+13b$ равняться 2009?

5. На окружности расположены 2000 белых и одна красная точки. Рассматриваются многоугольники с вершинами в этих точках. Каких многоугольников больше: с красной вершиной или без нее?

Вариант 10

1. В соревнованиях по олимпийской системе (проигравший выбывает) участвуют 47 боксеров. Сколько надо провести матчей, чтобы определить победителя?

2. Главный инженер завода обычно приезжает поездом в 8 часов утра. К 8 часам к вокзалу подъезжает автомобиль и отвозит его на завод. Однажды инженер приехал на вокзал в 7 часов и пошел навстречу машине, сел в машину и приехал на завод на 20 минут раньше обычного. В какое время инженер встретил машину?

3. Коля, Боря, Вова и Юра заняли четыре первых места в соревновании, причем никакие два мальчика не делили между собой какие-нибудь места. На вопрос, кто какое место занял, Коля ответил: «Ни первое, ни четвертое». Боря сказал: «Второе», а Вова заметил, что он был не последним. Какое место занял каждый из них, если все они сказали правду?

4. Какой цифрой оканчивается сумма $135^x + 31^y + 56^{x+y}$, если x, y – натуральные число?

5. Разрежьте прямоугольник 9×4 на 2 равные части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

Ответы и указания

Занятие 1

1. Ответ: 3 лица: дед, его сын и его внук.
2. Ответ: переверните числа.
3. Ответ: сумму 300 руб. должны заплатить те три брата, которым принадлежат здоровые ноги, так как осел бежал только на здоровых ногах.

2	5	2
5		5
2	5	2

3	3	3
3		3
3	3	3

4	1	4
1		1
4	1	4

Рис. 33

4. Ответ: см. рис. 33.
5. Ответ: собака – 8 руб., корова – 32 руб., лошадь – 128 руб.
6. Ответ: 70 лет.
7. Ответ: 24 года и 18 лет.
8. Ответ: монастырь должен служить обедни через год, начиная со второго года после смерти богача.

9. Ответ: всего было 84 картофелины, из оставшихся картофелин старшему брату – ничего, среднему брату – 9, младшему брату – 15.
10. Ответ: 3 сажени и 5 футов.

Домашнее задание 1

1. Ответ: вес червяков, съедаемых птичкой за день, составляет 42 золотника, что вдвое больше веса самой птички.
2. Ответ: 300 верст.
3. Ответ: 40 лет ($40 = 2 \cdot (13 + 7)$.
4. Ответ: одна часть равна 3 орехам (255/85), последняя партия равняется 192 ореха ($192 = 3 \cdot 64$).
5. Ответ: мальчиков – 5, а девочек – 8.
6. Ответ: 4 года, 7 лет, 13 лет.

Занятие 2

3. Ответ: а) 9; в) –1.
4. Решение: укажите, должны ли числа на километровых столбах возрастать или убывать при движении в нужном направлении.
5. Решение: например, чтобы найти свое кресло в зрительном зале, прочтите в билете номер ряда и номер места.
6. Ответ: наименьшее число клеток 16, наибольшее число клеток 61.
7. Ответ: нужно вспомнить правила хода этих фигур, а) d3; e3; f3; d4; f4; d5; e5;
8. Ответ: в первый раз после начала пути следы совпадут, когда отец и сын пройдут расстояние, равное НОК(70;56),

Домашнее задание 2

1. Ответ: а) 2; б) 17; в) –15.
2. Ответ: не может.
3. Ответ: за 24 дня.
4. Ответ: понизился на 1 см.
5. Ответ: на последнем участке пути колобок отклонился от направления на север на $50°$
6. Ответ: 15 (не считая развернутых углов).

Домашнее задание 3

1. Ответ: 8280.
2. Ответ: $N = 4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 10 - 1 = 2519$.

3. Ответ: $11 \cdot 7 \cdot 13 \cdot k = 1001k$.

4. Ответ: 5 лет.

5. Ответ: 73 и 37, перебираем возможные пары 31 и 13; 71 и 17; 97 и 79; 73 и 37.

6. Указание: путешественники распилили третье звено, разделив, таким образом, цепочку на 3 части. За первый рейс они заплатили одним звеном (распиленным); за второй дали лодочнику два звена, получив от него сдачу в одно звено; за третий дали 3 звена, получив сдачу в два звена; за четвертый заплатили распиленным звеном; за пятый – два звена, получив сдачу в одно звено, и, наконец, за шестой – одно звено.

Занятие 4

1. Ответ: а) –7; –6; –5; –4; –3; –2; –1; 0; 1; 2; б) 1; 2; в) –7; –6; –5; –4; –3; –2; –1.
2. Ответ: а) –36; в) 100.
3. Ответ: 16 двоек.
4. Ответ: а) $<$; б) $>$; в) $<$.
5. Ответ: температура уменьшилась на $5°$.
6. Ответ: 21038.
7. Ответ: 3 ч 8 мин 22 сек.
8. Ответ: 26 и 16 вагонов.
9. Ответ: 36253.

Домашнее задание 4

1. Ответ: а) –5; б) 99.
2. Ответ: 8 четырехугольников.
3. Ответ: 12 орехов.
4. Ответ: 177 руб. и 129 руб.
5. Ответ: 180 ударов.
6. Ответ: 9612 и 356.

Занятие 5

6. Ответ: 13, так как сумма периметров всех треугольников равна периметру большого треугольника плюс удвоенная сумма длин жирных отрезков, т. е. $20 + 25 = 19 + 2x \Rightarrow x = 13$.

7. Указание: до прямого угла отмеряем $20°$, затем три раза по $20°$, получаем $60°$, вычитаем их из заданных $70°$.

8. Ответ: да, можно, например, вырезать спираль, целиком лежащую внутри листа требуемой длины.

Домашнее задание 5

1. Ответ: на 80 %, так как $B = 0,2 \cdot A$.

2. Ответ: за 2 мин, т. к. Карлсон ест варенье, как если бы ели два Малыша.

3. Ответ: нет, так как площадь плитки кратна четырем, а площадь стены – нет.

4. Ответ: да, среди этих чисел имеется одно положительное, а остальные числа можно разбить на четверки, в каждой из которых сумма чисел положительна.

5. Ответ: см. рис. 34.

6. Ответ: 5 кошек.

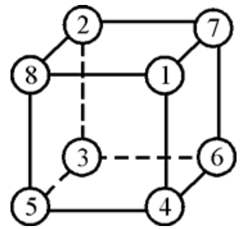

Рис. 34

Занятие 6

1. Ответ: а) –36; б) –45; в) –1; г) –102.
2. Ответ: а) $<$; б) $<$; в) $>$; г) $>$.
3. Ответ: 23 и 69.
4. Ответ: 1200 кг и 400 кг.
5. Ответ: а) положительное число; б) отрицательное число.
6. Ответ: 60 км/ч.
7. Ответ: возможные числа: 52524; 52122228; 52020; 52920.
8. Ответ: $43 \cdot 57$.
9. Ответ: 48 человек.

Домашнее задание 6

1. Ответ: а) –23; б) 3.
2. Ответ: 4; 7; 5.
3. Ответ: брату 1 год, сестре может быть любое число лет.
4. Ответ: возможные числа: 1155; 3150; 4155; 6150; 7155; 9150.
5. Ответ: $\frac{1}{64}$.
6. Ответ: через 1 мин.

Домашнее задание 7

1. Ответ: $30°$, $45°$, $105°$.

2. Ответ: пятница, так как НОК чисел 3, 4, 5 равно 60, $60 = 7 \cdot 8 + 4$, пятница – четвертый день после вторника.

3. Ответ: один ученик проживает на улице Достоевского, так как НОК чисел 7, 3, 2 меньшее 50, равно 42.

4. Ответ: жира – 0,5 кг; лука – 1 кг; картофеля – 1,5 кг; крупы – 3 кг; воды – 6 кг; поскольку $12 = x + 2x + 3x + 6x + 12x$, если x – масса жира.

5. Ответ: 11 человек.

6. Ответ: 33, 32, 27 человек.

Занятие 8

1. Ответ: соответственно A в Q; B в P; C в R.

2. Указание: треугольники ACM и ACK равны.

3. Указание: треугольники FBP и FBQ равны.

4. Указание: $\angle APM = \angle BPK$, следовательно, треугольники AMP и BKP равны.

5. Указание: а) $\angle ABD = \angle ABC - \angle CBD$, $\angle DCA = \angle DCB - \angle BCA$, следовательно, $\angle ABD = \angle DCA$; б) $\angle BAD = \angle CDA$, следовательно, треугольники ABM и $ДCM$ равны.

6. Указание: рассмотрите треугольники ABK и CBM.

7. Указание: если в дополнение к указанным условиям окажется, что угол BAC прямой, то $CD = PR$.

Домашнее задание 8

1. Указание: прибавление (–2) к нечетному положительному числу или к нечетному отрицательному числу, также дает нечетное число.

2. Ответ: нельзя, например, $\angle MCP \neq \angle ACP$.

3. Ответ: $\angle ABD = 70°$. Указание: треугольники BOA и COD равны; треугольники AOD и COB равны; $\angle BCD = \angle DAB$; треугольники BAD и DCB равны.

4. Указание: треугольники BMK и ABC равны.

5. Ответ: 998899 и 112211.

6. Решение: в сутках 24 ч, из них Стрекоза спала $24 : 2 = 12$ ч, танцевала $24 : 3 = 8$ ч, пела $24 : 4 = 6$ ч, поэтому на подготовку к зиме у нее не осталось времени.

Домашнее задание 9

1. Ответ: 72 630 и 72 135.

2. Ответ: $(n+3)$ должно делиться на 5, так как $3n + 4 = 5k \Leftrightarrow 3(n+3) = 5(k+1) \Rightarrow (n+3) \vdots 5$.

3. Ответ: на 9.

4. Ответ: нет, сумма четна.

5. Ответ: 36, 3, 1.

6. Ответ: можно разрезать на 25 квадратиков размером 5×5 и сложить из них квадраты 3×3 и 4×4.

Занятие 10

1. Ответ: 360 и 30.
2. Ответ: остаток 4.
3. Ответ: 100 и 30.
4. Ответ: 2; 3; 6; 9.
5. Ответ: 5.
6. Ответ: 5. Указание: остатки от деления на 6: 0; 1; 2; 3; 4; 5, причем первые пять не удовлетворяют условию.
7. Ответ: $\{9;19;29;39;49;59;69;79;89\}$.
8. Ответ: 1.
9. Ответ: 15 яблок делим на 2 части, 6 яблок – на 5 равных частей и 10 – на 3.

Домашнее задание 10

1. Ответ: 10; 25; 40.

2. Ответ: 8.

3. Указание: $(3k+2)(3n+1) = 3(3kn + k + 2n) + 2$.

4. Ответ: за 20 часов.

5. Решение: соединяя последовательно центры клеток отрезками, получим либо ломаную, либо отрезок. Поэтому наибольшее расстояние в 1000 раз больше длины одного отрезка. $1000\sqrt{5}$.

6. Ответ: равны треугольники A_1BB_1 и M_1NN_1 и равны треугольники A_1AC_1 и M_1MK_1.

Домашнее задание 11

1. Ответ: 10 кг.

2. Ответ: 28 %.

3. Ответ: 65 г.

4. Ответ: второе точнее, так как $\frac{10}{3} > 0{,}2\ \%$.

5. Ответ: 25,2 кг меди, 16,8 кг цинка.

6. Решение: например, разрезать на 4 квадрата, затем три из них еще раз разрезать на 4 квадрата.

Занятие 12

1. Ответ: через 3 часа.

2. Ответ: $\frac{168}{13}$ дней.

3. Ответ: $\frac{4}{7}$; $\frac{3}{7}$.

4. Ответ: 6 км.

5. Ответ: 240 км.

6. Ответ: 11 дней.

7. Ответ: 600; на $11\frac{1}{9}\ \%$.

8. Ответ: 15 км/ч.

Домашнее задание 12

1. Ответ: 20042004…2004 (цифры 2; 0; 0; 4 повторяются 2004 раз или 334 раза.)

2. Ответ: в три раза.

3. Ответ: Ваня опоздает, а Таня придет раньше.

4. Ответ: 2400.

5. Ответ: 50 км/ч.

6. Ответ: возможный вариант показан на рис. 35.

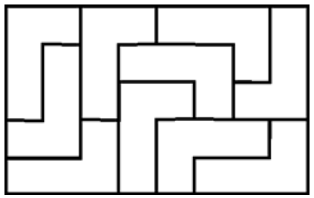

Рис. 35

Домашнее задание 13

1. Ответ, например, из вершины тупого угла провести лучи под углами в 15 и $30°$ последовательно.

2. Ответ: $S = 120\ \text{см}^2$.

3. Ответ: 10 кг.

4. Ответ: в первом мешке – 80 кг, во втором – 60 кг.

5. Ответ: нет, чтобы обойти все 64 клетки шахматной доски, побывав на каждом поле один раз, конь должен сделать 63 хода; а по условию – его начальное и конечное поля – одного цвета, то есть шагов должно быть четное число.

6. Ответ: с одной стороны окрашены 384 кубика, с двух – 96; к каждой грани кубика примыкают 64, 8 на 8, кубика, окрашенных только с одной стороны.

Занятие 14

1. Ответ: а) 15 способами; б) 60 способами; в) 47 способов.

2. Ответ: 625 чисел.

3. Ответ: 120 способов.

4. Ответ: 4 способа.

5. Ответ: 8 букетов.

6. Ответ: 10 вариантов.

7. Ответ: 8 способов.

8. Ответ: 5 чисел.

Домашнее задание 14

1. Ответ: 500 чисел.

2. Ответ: 20 способами.

3. Ответ: 6 способами.

4. Ответ: например, $111 - 11 : 1$.

5. Ответ: на 50 %.

6. Ответ: 3 ломаные.

Занятие 15

1. Ответ: 317.

2. Ответ: 9.

3. Указание: используйте десятичную запись числа.

4. Ответ: 85.

5. Ответ: на 50.

6. Ответ: 0, так как до числа 699 использованы 1989 цифр: $1989 = 9 + 2\cdot 90 + 3\cdot 600$, далее остается 20 цифр, $20 = 6\cdot 3 + 2$, которые вовлекают числа 70070170270370470570670.

Домашнее задание 15

1. Ответ: 45 км.
2. Ответ: 333 7777.
3. Ответ: $x = 810$, так как $9 + 2 \cdot 90 + 3 \cdot (x - 99) = 2322$.
4. Ответ: см. рис. 36.
5. Ответ: стороны треугольников: 1, 1, 1; 2, 2, 2; 1, 2, 2.
6. Ответ: $40 = 20 + 20$.

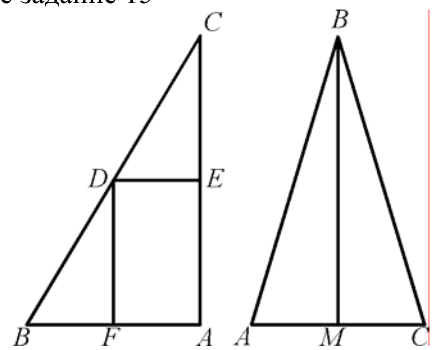

Рис. 36

Домашнее задание 16

1. Ответ: Коля, Юра, Оля, Ира, Саша.
2. Ответ: этого нельзя сделать, так как скорость равна 1 км в одну минуту.
3. Ответ: Гоголь; если x – первое число, то получаем: $83 = x + (3x + 4) + x + (3x + 4) + (x + 9) + (6x + 6)$, то есть $x = 4$ – это буква Г.
4. Ответ: первый – 40, второй – 60, вместе – 100 рыбин.
5. Ответ: по шести предметам.
6. Ответ: 70, так как прибавление к нескольким числам их среднего арифметического приводит к группе чисел с тем же самым средним арифметическим.

Занятие 17

3. Ответ: Юра – $1/5$ урока, Нина – $2/9$, а Миша – $4/15$ урока.
4. Ответ: $1/5$ пути.
5. Ответ: $7/20$ м.
6. Ответ: $7/10$ и $3/10$.
7. Ответ: 48 лет.
8. Ответ: $8\frac{1}{20}$ руб.
9. Ответ: 132 страницы.

Домашнее задание 17

1. Ответ: $1\frac{1}{12}$ часа.
2. Ответ: 20 см.
3. Ответ: $\frac{14}{15}$.
4. Ответ: $11\frac{13}{17}$ %.
5. Ответ: $\frac{VI}{IX} = \frac{2}{3}$.
6. Решение: соединив середины сторон квадрата линиями, Вы получите четыре равных треугольника и один квадрат. Из полученных четырех треугольников легко составить два квадрата (каждый из 2 треугольников), площадь этих двух квадратов (взятых вместе) равна площади полученного квадрата.

Занятие 18

3. Ответ: а) $\frac{1}{7}$; б) 0.
4. Ответ: уменьшится на 0,5.
5. Ответ: 895,937 кг.
6. Ответ: 9 разрезаний.
7. Ответ: а) $2 - \frac{1}{2^9}$ л; б) $2 - \frac{1}{2^{14}}$ л.

Домашнее задание 18

1. Ответ: а) 1; б) 11,3.
2. Ответ: 81,06 т.
3. Ответ: 125 гр.
4. Ответ: 28 учеников.
5. Ответ: три обитателя.
6. Ответ: 12 см^3.

Занятие 19

3. Ответ: нет, четность: $\begin{cases} x + 3y + 5z = 55 \\ x + y + z = 10 \end{cases} \Rightarrow 2y + 4z = 45$.

4. Ответ: нет, четность.
5. Ответ: нет, четность.
6. Ответ: четность.
8. Ответ: из любого четного числа звеньев, кроме двух и четырех.

Домашнее задание 19

1. Ответ: нет, четность.
2. Ответ: да, например, см. рис. 37.
3. Ответ: нет, четность: $\frac{1+9}{2}\cdot 9 = 45 \neq 2k$.
4. Ответ: нельзя, так как высота треугольника не больше стороны с общей вершиной, то есть каждая сторона не меньше двух, и площадь не меньше двух кв. см.

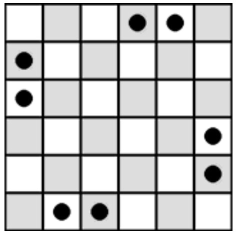

Рис. 37

5. Ответ: 48 м, сторона квадрата равна 12 м.
6. Ответ: набрать трижды 5-литровый бидон и перелить в 17-литровый, а четвертый набор позволит отлить из 5-литрового 2 литра, остаток равен 3.

Занятие 20

6. Ответ: 10 хорд.
7. Ответ: 17 см.

Домашнее задание 20

1. Ответ: на окружности радиуса r с центром в точке A.
2. Ответ: $90°$.
3. Решение: на прямой, проходящей через радиус OA, отложите отрезок $AB = OA$. Проведите одинаковые окружности с центрами в точках O и B, и радиусами большими, чем OA. Окружности пересекаются в двух точках C и D, CD – касательная.
4. Указание: центр описанной окружности – точка пересечения серединных перпендикуляров. Центр вписанной окружности – точка пересечения биссектрис.
5. Ответ: в первом магазине конфеты стоят дороже.
6. Ответ: 5777 и 4223.

Занятие 21

1. Ответ: 26. Указание: занумеруем вершины по порядку, суммы чисел в четных и нечетных вершинах совпадают, они равны сумме чисел на сторонах; откуда стертое число легко определяется.
2. Указание: увеличим все числа в 100 раз, получим снова разбиение на две группы с равными суммами, сумма полученных чисел $13\cdot 110 + 15\cdot 111$ нечетна; значит, разбиение на две группы с равными суммами невозможно.
3. Ответ: 5050.
4. Ответ: 2500.
5. Ответ: смогли таким образом: $19{,}1 + 18{,}2 + 17{,}...$ и так далее.
6. Ответ: 9/10.

Домашнее задание 21

1. Ответ: $1352 = \frac{102}{2}\cdot 26$.
2. Ответ: $\frac{5}{11} = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + ... + \frac{1}{9} - \frac{1}{11}\right)$.
3. Ответ: 22.
4. Ответ: 20 шахматистов.
5. Ответ: мне – 20 лет, Вам – 15.
6. Ответ: 5 см, воспользуйтесь неравенством треугольника.

Занятие 22

2. Ответ: две карточки: A и 4.
3. Ответ: Коля будет играть Салтана, Юра будет Черномором и Миша – Гвидоном.
4. Решение: Золушка взяла зернышко из мешка с надписью «смесь», так как табличка не соответствует содержимому мешка, то там был мак или просо. Если взятое Золушкой зернышко – мак, то в мешке с надписью «смесь» мак. Тогда в мешке с надписью «мак» – просо, а в мешке с надписью «просо» – смесь. Аналогично, если взятое зернышко – просо, то в мешке с надписью «смесь» просо. Тогда в мешке с надписью «просо» – мак, а в мешке с надписью «мак» – смесь.
5. Решение: так как второе и третье сообщения ложны, то A является третьей планетой а $Б$ – не второй, поэтому $Б$ – первая планета

от звезды. Тогда B будет второй планетой, на которой живут инопланетяне.

6. Решение: ответ «да» при любых условиях означает, что, что вы находитесь в A. Ответ «нет» при любых условиях означает, что вы находитесь в B.

7. Решение: Женя сможет определить цвет своей шапки, если и на Леве, и на Грише будут надеты белые шапки. Поскольку он не назвал цвет своей шапки, значит, на Леве и на Грише, либо обе шапки черные, либо – разного цвета. Если бы на Грише была белая шапка, то Лева, услышав ответ Жени, мог бы точно сказать, что на нем – черная шапка. А раз он этого не сказал, то Гриша может быть уверен, что на нем надета черная шапка.

Домашнее задание 22

1. Ответ: 610.
2. Ответ: первые две овцы съедят копну быстрее.
3. Ответ: рассматривая разные варианты, получаем, что B – лжец, C – хитрец.
4. Ответ: см. рис. 38.
5. Ответ: 71; 136 и т. д.

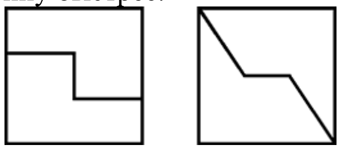

Рис. 38

6. Ответ: саквояж больше чемодана, чемодан больше рюкзака, рюкзак больше корзины.

Домашнее задание 23

1. Указание: равенство треугольников.
2. Ответ: рассмотреть все случаи взаимного расположения точек M, K и прямой AB.
3. Ответ: 32 часа.
4. Ответ: 51 ученик, 22 скамейки.
5. Указание: дополнив заданный угол до прямого, разобьем дополняющий уголь на четыре равные части, получим угол в $10°$.
6. Ответ: 19/20.

Занятие 24

3. Ответ: $A(-3;2)$; $B(3;2)$; $C(3;-2)$; $D(-3;-2)$.
4. Ответ: а) 4; б) 3; в) 1; г) 0.
5. Ответ: периметр равен 8.

6. Ответ: $AB = AC = BC = CD$.

Домашнее задание 24

1. Указание: соедините вершины.
2. Ответ: координаты точки пересечения $(-2;4)$.
3. Ответ: 100 грибов.
4. Ответ: 10.
5. Ответ: $AB = 5$; $BC = \sqrt{2}$; $CA = 5$.
6. Ответ: например, $3\cdot 3\cdot 3+3+\frac{3}{3}$; $33-3+\frac{3}{3}$; $33-\frac{3+3}{3}$.

Занятие 25

1. Ответ: 9 клеток, разбить доску на квадраты 2×2.
2. Ответ: да.
3. Ответ: 13; 27.
4. Ответ: да.
5. Указание: четность.
6. Указание: остатки при делении на 5.

Домашнее задание 25

1. Ответ: 1 : 16.
2. Ответ: отцу – 42 года, сыну – 24.
3. Ответ: не больше шести чисел.
4. Ответ: первый – 1 ч 5 мин., второй – полтора часа.
5. Ответ: 27 км.
6. Ответ: верно решены 6 задач, неверно – 7.

Занятие 26

3. Решение: занумеруем деревья по порядку числами от 1 до 44. Пусть в какой-то момент число чижей на первом дереве – n_1, на втором дереве – n_2 и т. д. Рассмотрим такую сумму: $S = 1\cdot n_1 + 2\cdot n_2 + 3\cdot n_3 + \ldots + 44\cdot n_{44}$. Когда два чижа перелетают на соседние деревья в противоположных направлениях, то эта сумма либо вовсе не меняется сразу на 44. Поэтому остаток от деления суммы S на 44 не меняется. Вначале $S = 1+2+3+\ldots+44 = \frac{44\cdot 45}{2} = 990$, так что на 44 не делится. Если бы все чижи собрались в какой-то момент времени на одном дереве, то сумма должна была делиться на 44, что невозможно.

4. Ответ: нельзя. Указание: занумеруем лампы, начиная от горящей, по кругу числами от 1 до 12 и убедимся, что среди ламп с номерами 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10 и 11 число горящих всегда будет четным.

5. Решение: четность числа бананов не меняется, поэтому, если число бананов было четным, то оставшийся плод – ананас, если число бананов было нечетным, то – банан.

6. Решение: заменим знак « + » на число 1 и знак « – » на число –1. Заметим, что произведение всех чисел в таблице не меняется при смене знака у всех чисел столбца или строки. В начальном положении это произведение равно –1, а в конце должны получить +1, что невозможно.

Домашнее задание 26

1. Ответ: 20. Указание: если белых лоскутов x, то, поскольку каждый белый граничит с тремя черными, имеется $3x$ границ между белым и черным. Черных лоскутов $32-x$. Поскольку каждый из них граничит с пятью белыми, то можно еще раз посчитать границы между белым и черным и составить уравнение $5(32-x)=3x$.

2. Ответ: нет, четность суммы.
3. Ответ: 36 шариков.
4. Ответ: 600 руб. стоит лодка; товарищи внесли 200, 150, 120 и 130 руб.
5. Ответ: 84 года.
6. Ответ: 10, 15, 19, 20 салфеток.

Занятие 27

1. Ответ: 4 кошки и 6 собак.
2. Ответ: (21;1); (14;6); (7;11).
3. Ответ: 6 – 20 копеечных и 12 – 15 копеечных монет.
4. Ответ: 357.
5. Ответ: 91.
6. Ответ: всего 144 руб., а за пальто уплатили 96 руб.
7. Ответ: 5 книг.

Домашнее задание 27

1. Указание: поставьте отрицательные числа в углах квадрата.
2. Ответ: 24.

3. Решение: Андрей и Борис менялись местами четное число раз, поэтому Андрей останется впереди Бориса. Андрей и Виктор менялись местами также четное число раз, поэтому Андрей останется впереди Виктора. Борис и Виктор менялись местами нечетное число раз, поэтому Виктор придет раньше Бориса. Тогда порядок спортсменов на финише будет такой: Андрей, Виктор, Борис.

4. Ответ: нет решения, так как левая часть делится на 3, а правая не делится.
5. Ответ: 15.
6. Ответ: 5 углов.

Занятие 28

1. Ответ: 9; 215; 0,16.
2. Ответ: 25; 100; 175.
3. Ответ: б) в 57 км от станции A.
4. Ответ: в) 8 мин.
5. Ответ: через 100 часов.
6. Указание: площадь S неубранной части урожая в зависимости от числа n прошедших дней выражается формулой $S=\frac{50}{2^n}$.

Домашнее задание 28

1. Ответ: 36; 58,5; 135.
2. Ответ: а) $S=t$; б) указание: изобразите на одном рисунке графики зависимостей: $S=2t$; $S=t$; $S=\frac{1}{2}t$.
3. Ответ: сделать числа равными невозможно.
4. Ответ: мастер взял два камня от поперечной перекладины креста и кроме того переставил вниз верхний камень (см. рис. 39).

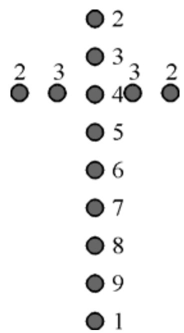

Рис. 39

5. Ответ: 200.
6. Ответ: в 16 часов в пятницу.

Занятие 29

1. Указание: начинающий выигрывает, разбив первым ходом минусы на два «куска» равной длины; после этого начинающий может каждым ходом переправлять минусы, симметричные тем, которые перед этим переправил второй.

2. Ответ: первый.

3. Указание: второй игрок выиграет, поддерживая равенство куч.

4. Ответ: первый, если число лепестков не делится на три; второй – в противном случае.

5. Ответ: второй выиграет, называя числа, делящиеся на 10.

6. Ответ: второй, копируя цифры первого, получает число $\overline{aabbcc}$, которое делится на 11.

Домашнее задание 29

1. Ответ: Юра – 18, Вася – 25, Саша – 16, Сережа – 14, Коля – 27.

2. Ответ: уменьшится на 1 %.

3. Ответ: Саше – 3 года; пусть a лет Саше и Паше, тогда тетушке Маше – $(2a-3)$ лет, тетушке Маше было a лет $(a-3)$ года назад: $(2a-3)-a=(a-3)$; получаем, что столько лет назад Саше было 3 года: $3=a-(a-3)$.

4. Ответ: 40 лет.

5. Ответ: 9 375 км; пусть меняем через x км: $\frac{3}{5}(25000-x)=\frac{5}{3}(15000-x)$.

6. Ответ: 27; пусть x – мотоциклов с коляской, y – автомобилей, тогда всего колес $3x+2x\cdot 2+4y=7x+4y=115 \Rightarrow y=\frac{115-7x}{4}$; наибольшее y при наименьшем x, то есть $x=1$, $y=27$.

Занятие 30

1. Ответ: нет, количество точек пересечения отрезков было бы равно $7\cdot 3:2$, не целое число.

2. Ответ: можно, см. рис. 40.

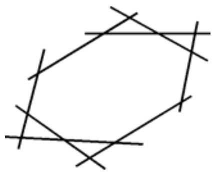

Рис. 40

3. Решение: из вершины A выходит не менее семи ребер, из B – тоже не менее семи ребер; если бы из A нельзя было бы добраться до B, то в графе было бы не менее $1+7+1+7=16$ вершин, но вершин только 15, см. рис. 41.

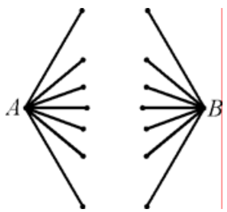

Рис. 41

4. Ответ: 2 очка; первые три команды

сыграли с остальными $3\cdot 5=15$ матчей, а между собой – 3 матча и потому могли набрать $(15+3)\cdot 2=36$ очков; в действительности они набрали $14+12+8=34$ очка.

5. Указание: см. рис. 42.

Рис. 42

6. Указание: нарисуем 9 кружков и расставим в них цифры от 1 до 9, соединим линиями всякие два кружка, цифры в которых могут стоять рядом; теперь вопрос можно сформулировать так: можно ли, идя только по линиям, обойти все кружки этой фигуры по одному разу и вернуться на прежнее место? Ответ очевиден: можно, причем единственным образом (см. рис. 43).

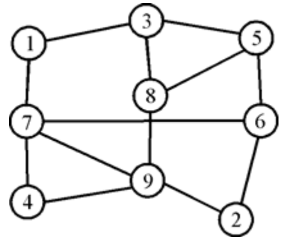

Рис. 43

Домашнее задание 30

1. Ответ: второй выиграет; всего будет сделано 42 хода, так как после каждого хода количество кучек увеличивается на 1, сначала их было 3, в конце – 45, причем 42-й ход делает второй игрок.

2. Решение: самый мудрый из мудрецов через некоторое время может догадаться с помощью следующего рассуждения: «Допустим, на мне белый колпак. Тогда каждый из двух, исключая меня, видит перед собой один белый и один черный колпак. В этом случае, предположив, что на нем также белый колпак, один из них легко догадается, что на нем не может быть белого колпака, поскольку в этом случае третий видел бы перед собой два белых колпака и мгновенно понял бы, что на нем черный колпак. А это означает, что на мне также черный колпак».

3. Ответ: 40.

4. Ответ: 50.

5. Указание: граница многоугольника, направленная к точке, будет «зубастой», как лезвие пилы.

6. Указание: так как в турнире участвует 10 команд, количество игр, сыгранных каждой командой, может быть равно любому числу от 1 до 9; поскольку команд на единичку больше, хотя бы у двух команд будет одинаковое количество матчей.

Занятие 31

3. Ответ: 11 разверток.

Домашнее задание 31

1. Указание: вырежьте полоску и сверните в соответствии со схемой.
2. Ответ: 1,25 мм.
3. Указание: у такого графа 19 нечетных вершин, что невозможно.
4. Ответ: 6 кошек уравновесят ребенка.
5. Ответ: 0.
6. Ответ: 20.

Занятие 32

1. Ответ: через $3\frac{15}{16}$ дня.
2. Ответ: $1\frac{3}{7}$ час.
3. Ответ: 28 флоринов.
4. Ответ: 315 быков.
5. Ответ: 221.
6. Ответ: $\frac{12}{25}$ дня.
7. Ответ: $\frac{6}{11}$ месяца.

Домашнее задание 32

1. Ответ: 8 верст.
2. Ответ: а) $6\frac{2}{3}$ мин.; б) 40 мин.; в) $9\frac{1}{3}$ мин.; г) $26\frac{2}{3}$ мин.
3. Ответ: на вторник. Решение: условие может быть выполнено, только если 1, 2 и 3 января придутся на вторник, среду и четверг.
4. Ответ: 89.
5. Ответ: $130°$.
6. Решение: повернуть четырехугольник на $90°$ и вставить его в образовавшуюся на фанере прорезь.

Приложение

Вариант 1

1. Ответ: возможным расположением является следующее: см. рис. 44.

1	4	1
4		4
1	4	1

Рис. 44

2. Решение: следующие тройки, показывающие количества воды в каждом из 8, 5 и 3 литровом сосудах, дают наименьшее число переливаний: 800, 350, 323, 620, 602, 152, 143, 440.
3. Ответ: цифра 0. Решение: цифр на все числа вплоть до трехзначных будет $9+90\cdot 2+900\cdot 3=2889$, поэтому число с искомой цифрой будет трехзначным; так как на трехзначные числа уйдет 1820 цифр, то есть 606 трехзначных числа и 2 цифры 607-го числа, которое равно 706, следовательно, 2009-й цифрой будет 0.
4. Решение: кофе было выпито 1 стакан, а молока – $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$, то есть и молока и кофе было выпито поровну.
5. Решение: сумма всех трехзначных чисел, кратных 3, равна $3\cdot(1+2+3+...+333)=166833$, а сумма всех трехзначных чисел, кратных 4, равна $4\cdot(1+2+3+...+249)=124500$, поэтому искомая разность равна 42 333.

Вариант 2

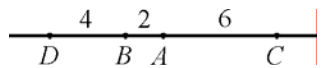

Рис. 45

1. Ответ: 40,4.
2. Ответ: 15 км.
3. Ответ: см. рис. 45.
4. Ответ: $2+2+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=4\cdot 2\cdot 2$.
5. Ответ: $9,776:3,25=3,008$.

Вариант 3

1. Ответ: 10 км.
2. Указание: воспользуйтесь фактом: $1001=7\cdot 11\cdot 13$.
3. Ответ: отцу – 42 года, сыну – 24 года.
4. Ответ: не может; противоречие с четностью, так как $122\neq 1+8x+6y$.

5. Ответ: могут; двое должны проехать 1 час на мотоцикле, затем один дойдет остаток пути пешком за 2 часа, а второй вернется за третьим за $\frac{9}{11}$ часа, который к этому времени пройдет $9\frac{1}{11}$ часть пути.

Вариант 4

1. Ответ: 40 км/час и 80 км/час.

2. Указание: поскольку $(10+8+5+4):2=13{,}5$, то меньше 14 мин. понадобиться не могло; если вначале Аня и Гриша, затем после ухода Гриши зайдет Вера, а после ухода Ани – Боря, то как раз и понадобится 14 мин.

3. Указание: команды могут сыграть от 1 до 5 матчей, а команд – 6, поэтому обязательно найдутся две с одинаковым числом матчей.

4. Ответ: не может, так как противоречие с четностью: $2009 \neq 2+6k$.

5. Ответ: 9001 и 9011.

Вариант 5

1. Ответ: 9 диагоналей.

2. Ответ: наименьшее значение m равно 5, так как $72n=60m \Leftrightarrow 6n=5m$.

3. Указание: один собрал 10 кг, тогда остальные шесть – 19 кг; если бы они все собрали различное число килограмм, то вместе не меньше $1+2+3+4+5+6=21$ кг, это больше, чем на их долю досталось.

4. Ответ: 17, так как нижние числа каждого столбца равны утроенным верхним числам минус удвоенные средние: $3\cdot 11-2\cdot 8=17$.

5. Ответ: не является, так как квадрат числа при делении на 3 имеет остаток либо 0, либо 1; а данное число имеет остаток 2, если от него отнять 2, то получим число с суммой цифр, делящейся на три.

Вариант 6

1. Ответ: 8 орехов.

2. Ответ: да, так как $0{,}01a+0{,}05b=0{,}03(a+b)$.

3. Ответ: да; так как в левой части уравнения стоит четное число, а в правой – нечетное.

4. Ответ: 240 г.

5. Ответ: из большого круга вырежем два маленьких одинаковых кружка и поменяем их местами; см. рис. 46.

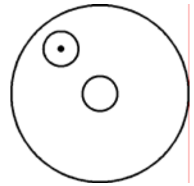

Рис. 46

Вариант 7

1. Ответ: 2 легко получить, если сократить каждую дробь на общий множитель.

2. Ответ: 100 распилов, так как чтобы распилить одно бревно, нужно пять распилов.

3. Ответ: 9 и 1; найдем на координатной оси точки такие, что расстояние от них до числа 5 равно 4.

4. Ответ: 8; решим уравнение: $\frac{1}{4}x+15=4x-15$.

5. Ответ: нет; если в карманах различное число монет, то всего монет не меньше, чем $1+2+\ldots+9=45$.

Вариант 8

1. Ответ: верно; пусть $A=100x$, а $B=100y$, тогда из условия следует, что $2x>3y \Rightarrow 5x>3y\cdot 2{,}5>7y$.

2. Решение: решение проведем в несколько этапов, см. рис. 47. Восстановим число в ячейке $c1$. Заметим, что сумма чисел в ячейках $c1, b2, a3$ равна сумме чисел в ячейках $c3, b3, a3$, откуда следует $9+24=15+x \Rightarrow x=18$. Далее восстановим число в $a1$. Рассуждая аналогично, получим, что $9+15=18+y \Rightarrow y=6$. Таким образом, сумма чисел на диагонали равна 45, откуда получаем окончательный ответ.

1	2	3	
			a
	15	9	b
x		24	c

1	2	3	
y			a
	15	9	b
18		24	c

1	2	3	
6	27	12	a
21	15	9	b
18	3	24	c

Рис. 47

3. Ответ: делится; данную сумму запишем в виде: $(1+2008)+(2+2007)+...+(1004+1005)+2009$.

4. Ответ: 35 копеек поскольку 1750 копеек нацело делится на 50.

5. Ответ: да, например: 1, 51, 2, 52, …, 50, 100.

Вариант 9

1. Ответ: две первые овцы справятся быстрее; проверим, что больше: $1+\frac{1}{2}$ или $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}$; для этого заметим, что $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$, а $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}<\frac{1}{4}\cdot 4=1$.

2. Ответ: Антон, Виктор, Борис; так как последовательность бегунов сохраняется, если и только если они меняются местами четное число раз.

3. Ответ: 109109…109, набор 109 повторяется 109 раз.

4. Ответ: нет, сумма $17a+13b$ должна быть четной.

5. Ответ: в красной – вершиной больше; каждому белому многоугольнику соответствует многоугольник с добавленной красной точкой; но для треугольника с красной точкой нет белого многоугольника меньшего порядка.

Вариант 10

1. Ответ: 46; все, кроме победителя, по одному бою проиграли и выбыли из соревнования.

2. Ответ: 7 ч 50 мин; заметим, что машине не пришлось ехать от места встречи до вокзала и обратно, 10 мин туда и 10 мин обратно.

3. Ответ: Вова, Боря, Коля и Юра.

4. Ответ: 2; так как первое число оканчивается на 5, второе – на 1, третье – на 6.

5. Ответ: сторона квадрата равна 6, см. рис. 48.

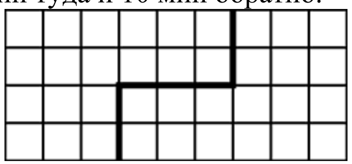

Рис. 48

Список литературы

1. Никитин А. А., Белоносов В. С., Вишневский М. П., Войтишек В. В., Зеленяк Т. И., Мальцев А. А., Марковичев А. С., Михеев Ю. В., Саханенко А. И., Смирнов Д. М. Математика: Учебник для шестых классов средних общеобразовательных учебных заведений / Под ред. А. А. Никитина. Новосибирск: Издательство НИИ МИОО НГУ, 1998.

2. Никитин А. А., Белоносов В. С., Вишневский М. П., Войтишек В. В., Зеленяк Т. И., Мальцев А. А., Марковичев А. С., Михеев Ю. В., Саханенко А. И., Смирнов Д. М. Геометрия: Учебник для седьмых классов средних общеобразовательных учебных заведений / Под ред. А. А. Никитина. Новосибирск: ИДМИ, 2000.

3. Никитин А. А., Белоносов В. С., Вишневский М. П., Войтишек В. В., Зеленяк Т. И., Мальцев А. А., Марковичев А. С., Михеев Ю. В., Саханенко А. И., Смирнов Д. М. Геометрия: Учебник для восьмых-девятых классов средних общеобразовательных учебных заведений / Под ред. А. А. Никитина. Новосибирск: ИДМИ, 2000.

4. Никитин А. А., Белоносов В. С., Вишневский М. П., Войтишек В. В., Зеленяк Т. И., Мальцев А. А., Марковичев А. С., Михеев Ю. В., Саханенко А. И., Смирнов Д. М. Математика: Учебник для пятых классов средних общеобразовательных учебных заведений / Под ред. А. А. Никитина. Издательство ИДМИ, 2001.

5. Никитин А. А., Белоносов В. С., Вишневский М. П., Войтишек В. В., Зеленяк Т. И., Мальцев А. А., Марковичев А. С., Михеев Ю. В., Саханенко А. И., Смирнов Д. М. Математика: Учебник для седьмых классов средних общеобразовательных учебных заведений / Под ред. А. А. Никитина. Новосибирск: Издательство НИИ МИОО НГУ, 1998.

6. Никитин А. А., Белоносов В. С., Вишневский М. П., Войтишек В. В., Зеленяк Т. И., Мальцев А. А., Марковичев А. С., Михеев Ю. В., Саханенко А. И., Смирнов Д. М. Математика: Учебник для восьмых классов средних общеобразовательных учебных заведений / Под ред. А. А. Никитина. Новосибирск: РИЦ НГУ, 2001.

7. Подготовительные курсы по математике в СУНЦ НГУ для учащихся 9-х классов: Учеб. пособие / Сост.: Д. Г. Храмцов, Г. Я. Куклина, А. Ю. Авдюшенко / Под ред. А. А. Никитина, А. С. Марковичева. Новосибирский государственный университет, Специализированный учебно-научный центр НГУ, 2008.

8. Подготовительные курсы по математике в СУНЦ НГУ для учащихся 8-х классов: Учеб. пособие / Сост.: А. М. Быковских, Г. Я. Куклина / Под ред. А. А. Никитина, А. С. Марковичева. Новосибирский государственный университет, Специализированный учебно-научный центр НГУ, 2008.

9. Бабинская И. Л. Задачи математических олимпиад. М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1975.

10. Клименченко Д. В. Задачи по математике для любознательных. Книга для учащихся 5–6 классов средней школы. М.: Просвещение, 1992.

11. Спивак А. В. Тысяча и одна задача по математике. Книга для учащихся 5–7 классов. М.: Просвещение, 2002.

12. Шарыгин И. Ф., Ерганжиева Л. Н. Наглядная геометрия: Учеб. пособие для учащихся V–VI классов. М.: МИРОС, 1995.

13. Шрайнер А. А Олимпиадные задачи. Новосибирск, 1980.

14. Шрайнер А. А. Задачи районных математических олимпиад Новосибирской области. Новосибирск: НГПУ, 2000.

15. Урман А. А., Храмцов Д. Г., Шрайнер А. А. Задачи городских и районных математических олимпиад. Новосибирск: Новосибирский государственный педагогический университет, Новосибирский государственный университет, 2004.

16. Белоносов В. С., Фокин М. В. Задачи вступительных экзаменов по математике: Учеб. пособие. Новосибирск: Сиб. Унив. изд-во, 2005.

17. Сурмин А. Г., Ерофеев В. И. Вычислительные задачи по математике с решениями: Учеб. пособие. Новосибирск: Сиб. Унив. изд-во, 2003.

18. Сурмин А. Г., Ерофеев В. И. Задачи по математике, предлагавшиеся на вступительных экзаменах в ВКИ НГУ в 1993–2001 гг. Новосибирск: НГУ, 2001.

19. Барсуков А. Н. Алгебра. Учебник для 6–8 классов. М.: Просвещение, 1970.

20. Звавич Л. И., Аверьянов Д. И., Пигарев Б. П., Трушанина Т. Н. Задания для проведения письменного экзамена по математике в 9 классе: Пособие для учителя. М.: Просвещение, 1996.

21. Полонский В. Б., Рабинович Е. М., Якир М. С. Геометрия: задачник к школьному курсу. М.: АСТ-ПРЕСС: Магистр-S, 1998.

22. Атанасян Л. С., Бутузов А. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Геометрия: Учебник для 7–9 классов средней школы. М.: Просвещение, 1994.

23. Атанасян Л. С., Бутузов А. Ф., Кадомцев С. Б., Юдина И. И. Геометрия: Дополнительные главы к школьному учебнику 9 класса. М.: Просвещение, 1997.

24. Киселев А. П., Рыбкин Н. А. Геометрия: Планиметрия: 7–9 классы: Учебник и задачник. М.: Дрофа, 1995.

25. Гусев В. А., Литвиненко В. Н., Мордкович А. Г. Практикум по элементарной математике: Геометрия. М.: Просвещение, 1992.

26. Каганов Э. Д. 400 самых интересных задач с решениями по школьному курсу математики для 6–11 классов. М.: ЮНВЕС, 1997.

27. Гордин Р. К. Это должен знать каждый матшкольник. М.: МНЦМО, 2003.

28. Галицкий М. Л., Гольдман А. М., Звавич Л. И. Сборник задач по алгебре: Учеб. пособие для 8–9 классов с углубленным изучением математики. М.: Просвещение, 2001.

29. Лурье М. В. Задачи на составление уравнений. Техника решения. М.: Учебно-научный центр довузовского образования, ФИЗМАТЛИТ, 2002.

30. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. М.: МЦНМО, 2004.

31. Варианты вступительных экзаменов в Школу имени А. Н. Колмогорова / Сост.: Н. Б. Алфутова, В. В. Загорский, Т. П. Корнеева, М. В. Смуров, А. В. Устинов. М.: Школа имени А. Н. Колмогорова, Самообразование, 2000.

32. Петраков И. С. Математика для любознательных. М.: Просвещение, 2000.

33. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Математические олимпиады Московской области. 1993–2002. М.: изд-во МФТИ, 2003.

34. Агаханов Н. Х., Купцов Л. П., Нестеренко Ю. В., Резниченко С. В., Слинько А. М. Математические олимпиады школьников. 9 класс. М.: Просвещение, 1997.

35. Агаханов Н. Х., Купцов Л. П., Нестеренко Ю. В., Резниченко С. В., Слинько А. М. Математические олимпиады школьников. 10 класс. М.: Просвещение, 1998.

36. Агаханов Н. Х., Купцов Л. П., Нестеренко Ю. В., Резниченко С. В., Слинько А. М. Математические олимпиады школьников. 11 класс. М.: Просвещение, 1999.

37.LXIII Московская математическая олимпиада. М.: МЦНМО, 2000.

38.LXIV Московская математическая олимпиада. М.: МЦНМО, 2001.

39.Кордемский Б. А., Ахадов А. А. Удивительный мир чисел. М.: Просвещение, 1986.

40.Игнатьев Е. И. В царстве смекалки. М.: Наука, 1978.

41.Олехник С. Н., Нестеренко Ю. В., Потапов М. К. Старинные занимательные задачи. М.: Наука, 1988.

42.Кордемский Б. А. Математическая смекалка. СПб.: Манускрипт, 1994.

43.Произволов В. В. Задачи на вырост. М.: Бюро Квантум, 2003. Приложение к журналу «Квант» № 5/2003.

44.Аменицкий Н. Н., Сахаров И. П. Забавная арифметика. М.: Наука, 1991.

45.Зубелевич Г. И. Сборник задач московских математических олимпиад. М.: Просвещение, 1971.

46.Сборник задач московских математических олимпиад: Пособие для внеклассной работы по математике / Сост.: А. А. Леман / Под ред. В. Г. Болтянского. М.: Просвещение, 1965.

47.Гальперин Г. А., Толпыго А. К. Московские математические олимпиады / Под ред. А. Н. Колмогорова. М.: Просвещение, 1986.

48.Васильев Н. Б., Гутенмахер В. Л., Работ Ж. М., Тоом А. Л. Заочные математические олимпиады. М.: Наука, 1981.

49.Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки. Киров: АСА, 1994.

50.Каннель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. Как решают нестандартные задачи. М.: МЦНМО, 2004.

51.Дынкин Е. Б., Молчанов С. А., Розенталь А. Л., Толпыго А. К. Математические задачи. Библиотечка физико-математической школы. М.: Наука, 1971.

52.Дынкин Е. Б., Молчанов С. А., Розенталь А. Л. Математические соревнования. Арифметика и алгебра. Библиотечка физико-математической школы. М.: Наука, 1970.

53.Васильев Н. Б., Молчанов С. А., Розенталь А. Л., Савин А. П. Математические соревнования. Геометрия. Библиотечка физико-математической школы. М.: Наука, 1974.

54.Московские математические регаты / Сост.: А. А. Блинков. М.: МЦНМО, 2001.

55.Фомин Д. В. Санкт-Петербургские математические олимпиады. СПб.: Политехника, 1994.

56.Рукшин С. Е. Математические соревнования в Ленинграде-Санкт-Петербурге. Первые пятьдесят лет. Ростов н/Д.: МарТ, 2000.

57.Берлов С. Л., Иванов С. В., Кохась К. П. Петербургские математические олимпиады. СПб. – М. – Краснодар: Лань, 2003.

58. Задачи Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике 2003 года / Сост.: К. П. Кохась, С. В. Иванов, А. И. Храбров и др. СПб.: Невский диалект; БХВ-Петербург, 2003.

59.Медников Л. Э., Мерзляков А. С. Математические олимпиады. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.

60.Петров Н. Н. Математические игры // Математика в школе. М.: «Школа-Пресс», 1997. № 6.

61.Муштари Д. Х. Подготовка к математическим олимпиадам. – Казань: Казанское математическое общество, 2000.

62.Олимпиады по математике, 2–3 классы / Сост.: Г. Т. Дьячкова. Волгоград: ИТД «Корифей», 2008.

63.Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике 2008 года / Сост.: С. Л. Берлов, К. П. Кохась, А. И. Храбров и др. СПб.: Невский диалект; БХВ-Петербург, 2008.

64.Фарков А. В. Математические олимпиады. Ко всем программам по математике за 5–6 классы. М.: Изд-во Экзамен, 2008.

65.Фарков А.В. Математические олимпиады. Издательство «ЭКЗАМЕН» Москва 2008

66.Чулков П. В. Математика. Школьные олимпиады: методическое пособие, 5–6 классы / Сост.: П. В. Чулков. М.: Изд-во НЦ ЭНАС, 2007.

67.Барсуков Е. Г. Необычная математика: хитрые задачки для школьников всех возрастов. М.: ИКЦ «МарТ», Ростов н/Д: ИКЦ «МарТ», 2007.

68.Виленкин Н. Я., Чесноков А. С., Шварцбурд С. И., Жохов В. И. Математика. Учебник для 5 класса средней школы. СПб.: ИЧП «Хардфорд», 1995

69.Дорофеев Г. В., Шарыгин И. Ф. и другие. Учебник для 5 класса общеобразовательных школ. М.: Просвещение, 2000.

70.Козлова Е. Г. Сказки и подсказки. М.: МИРОС, 1994.

71.Арнольд В. И. Задачи для детей от 5 до 15 лет. М.: МЦНМО, 2007.

72.Арнольд И. В. Принципы отбора и составления арифметических задач. М.: МЦНМО, 2008.

73.Ткачева М. В. Домашняя математика. М.: Просвещение, 1993.

74.Серегин Г. М. Понятие процента в школьном курсе математики. Новосибирск: НГПУ, 1994.

75. Мазаник А. А. Реши Сам. Минск: Народная Асвета, 1980.

76.Германович П. Ю. Сборник задач по математике на сообразительность. М.: Государственное учебно-педагогическое изд-во Министерства просвещения РСФСР, 1960.

Оглавление

Учебное издание

Быковских Алла Михайловна,
Куклина Галина Яковлевна

Занимательные математические задачи

Дополнительные занятия для учащихся 6 классов

Верстка Т. В. Ивановой

Подписано в печать 14.02.2010 Формат 60x84/16
Заказ № Усл. печ. л. 6,3
Уч.-изд. л. 5,1
Тираж 300 экз.

Редакционно-издательский центр НГУ
630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 2