

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР НГУ**

УДК 330.1
ББК 65.012

З 27

Занимательные математические задачи. Дополнительные занятия для учащихся 5 классов: Учеб. пособие / Составители А. М. Быковских, Г. Я. Куклина. 2-е изд., испр. Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2010. 78 с.

Пособие предназначено для учащихся 5-х классов общеобразовательных школ, желающих расширить и углубить свои знания и умения в математике как школьной, так и олимпиадной.

**Занимательные
математические задачи**
Дополнительные занятия для учащихся 5 классов

Учебное пособие

Издание второе, исправленное

Под редакцией А. А. Никитина, А. С. Марковичева

Рецензент
к.ф.-м.н., доцент М. Г. Пашенко

Новосибирск
2010

© Новосибирский государственный
Университет, 2010
© СУНЦ НГУ, 2010
© Быковских А. М., Куклина Г. Я., 2010

Предисловие

В Новосибирском государственном университете и Специализированном учебно-научном центре НГУ накоплен значительный опыт довузовской работы со школьниками. В течение многих десятилетий преподаватели НГУ участвуют в проведении олимпиад разного уровня; успешно работают подготовительные курсы для будущих абитуриентов и заочная школа; ежегодно проводится Летняя физико-математическая школа, через которую осуществляется набор учащихся в СУНЦ НГУ; проходят Летние школы Юных программистов; ведутся факультативные и кружковые занятия в ряде школ Новосибирска.

Более десяти лет назад в ответ на запросы учащихся и родителей на подготовительных курсах НГУ приступили к занятиям по математике, физике и химии со школьниками девятых классов, желающими поступить в СУНЦ НГУ.

Предлагаемое учебное пособие в определенной мере отражает опыт занятий по математике со школьниками младших и средних классов и включает в себя темы и задачи, которые могут быть условно разнесены на три раздела:

- углубление школьного курса;
- факультативный материал;
- олимпиадные задачи начального уровня.

Стоит заметить, что в последние годы появилась возможность накапливать опыт работы со школьниками средних классов – в ряде случаев, когда родители учащихся обращались с просьбой об организации индивидуальных или групповых занятий с целью, например, подготовки в дальнейшем к поступлению в физико-математическую школу. В то же время высказывались мнения по поводу организации систематических занятий со школьниками более младших, чем девятый, классов или создания некоторой системы, позволяющей родителям и учителям приобщить ребят к занятиям математикой через увлекательные занятия – интересные задачи и интересное общение с заинтересованными взрослыми. Становится понятно, что в настоящее время ребята не всегда имеют возможность сделать верный выбор в своих увлечениях или пристрастиях, разобраться в своих способностях и наклонностях, если им вовремя не удалось окупнуться в необходимую или просто иную среду.

Вопросы мотивации, равно как и выбора предпочтений могут решаться разными путями. Нам представляется, что данное пособие может быть полезным в нескольких аспектах.

Независимо от способностей развитое мышление способствует развитию личности молодого человека. Развивая логическое, в том числе и математическое мышление ребенка мы создаем базу для более свободного выбора им своих будущих увлечений.

Нам представляется важным систематически заниматься с ребенком математикой.

В пособии предлагается множество различных задач по темам как школьным, так и олимпиадным. В зависимости от предпочтений взрослых можно выбирать темы или уровни задач. Родители ребенка или другие члены семьи, владеющие математическими знаниями, вполне могут использовать данное руководство (в совокупности с учебными пособиями как школьными, так и указанными в библиографии) как путеводитель и как повод для совместных занятий математикой со своими детьми. Нам представляется возможным использование данного пособия и школьными учителями математики – в первую очередь в роли источника материалов для дополнительных, более углубленных занятий по математике. Другим возможным вариантом применения пособия может быть использование его для практических занятий, проводимых студентами университета, выпускниками физико-математической школы, для учащихся пятых классов.

В предлагаемом пособии наряду с олимпиадными задачами предлагается начальное знакомство с геометрией. Известно, что освоение чего-то нового требует времени на начальное привыкание, адаптацию к неизвестным ранее понятиям и объектам. Нам показалось актуальным начать заниматься со школьниками пятого класса наряду с олимпиадной тематикой наглядной геометрией на плоскости и немного – геометрией в пространстве. Данное руководство, в частности, опирается на материал разноуровневых пособий, разработанных преподавателями НГУ и СУНЦ НГУ и научными сотрудниками Сибирского отделения Академии наук [5]. Хотелось бы ввести ребят в геометрический курс на уровне интуитивных понятий, познакомить их в первую очередь непосредственно с задачами для выработки геометрического видения и интуиции до изучения теоретических обоснований основных геометрических фактов и теорем.

Занятие 1. Вводное

1. У мальчика столько же сестер, сколько и братьев, а у его сестры вдвое меньше сестер, чем братьев. Сколько в этой семье братьев и сколько сестер?

2. В двух пачках всего 30 тетрадей. Если бы из первой пачки переложили во вторую две тетради, то в первой пачке стало бы вдвое больше тетрадей, чем во второй. Сколько тетрадей было в каждой пачке?

3. Тане не хватало 7 коп., а Гале – 2 коп., чтобы купить по коробке цветных карандашей. Когда они сложили свои деньги, их не хватило даже на покупку одной коробки. Сколько стоит коробка карандашей?

4. На листе бумаги записано число 686. Как, не выполняя никаких записей и вычислений, получить число, большее данного числа на 303?

5. По тропинке вдоль кустов

Шло одиннадцать хвостов,

Насчитать я также смог,

Что шагало тридцать ног.

Это вместе шли куда-то

Индюки и жеребята.

А теперь вопрос таков:

Сколько было индюков?

Спросим также у ребят:

Сколько было жеребят?

6. Витя и Вова собрали вместе 27 кг макулатуры. Если бы число килограммов макулатуры, собранной Витей, увеличить в 5 раз, а собранной Вовой – в 3 раза, то у них вместе было бы 111 кг. Сколько килограммов собрал каждый мальчик?

7. Задача Л. Н. Толстого. Пять братьев разделили после отца наследство поровну. В наследстве было три дома. Так как три дома нельзя было разделить на пять частей, то их взяли три старших брата, а меньшим за то выделили деньги. Каждый из трех братьев заплатил по 800 руб., меньшие братья разделили эти деньги между собой, и тогда у всех стало поровну. Много ли стоит один дом?

8. Вот задача не для робких!

Вычитай, дели и множь,
Плюсы ставь, а также скобки!

Верим, к финишу придешь!

$$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 3$$

$$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 4$$

$$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 5$$

$$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 6$$

$$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 7$$

$$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 50$$

$$5 \ 5 \ 5 \ 5 = 55$$

9. Расшифруйте ребус:

Шепнул

Шепнул

+ Шепнул

Шепнул

Шепнул

КРИКНУЛ

10. У Маши, Саши и Даши вместе 11 воздушных шариков. У Маши на 2 шарика меньше, чем у Даши, а у Саши на 1 шарик больше, чем у Даши. Сколько шариков у Даши?

Домашнее задание 1

1. Может ли крестьянин перевезти через реку волка, козу и капусту, если в лодку вместе с ним помещается только или волк, или коза, или капуста? (Нельзя оставить без присмотра ни волка с козой, ни козу с капустой.)

2. У овец и кур вместе 36 голов и 100 ног. Сколько овец?

3. Мать положила на стол сливы и сказала своим трем сыновьям, чтобы они, вернувшись из школы, разделили их поровну. Первым пришел Миша, он взял треть слив и ушел. Потом вернулся Петя, взял треть от лежавших на столе слив и тоже ушел. Затем пришел Коля и тоже взял треть от числа слив, которые он увидел. Сколько слив оставила мать, если Коля взял четыре сливы?

4. Колхозница принесла на базар для продажи корзину яблок. Первому покупателю она продала половину своих яблок и еще пол-яблока, второму – половину остатка и еще пол-яблока и так далее. Последнему – шестому покупателю – она также продала половину оставшихся яблок и еще пол-яблока, причем оказалось, что она продала все свои яблоки. Сколько яблок принесла для продажи колхозница?

5. Из восьмилитрового ведра, наполненного молоком, надо отлить четыре литра с помощью пустых трехлитрового и пятилитрового бидонов.

6. Сейчас Сереже 11 лет, а Вове – 1 год. Сколько лет будет Сереже и Вове, когда Сережа станет втрое старше Вовы?

Занятие 2.

Знакомство с геометрическими фигурами на плоскости

1. Изображение геометрических фигур на плоскости с помощью линейки: треугольник, квадрат, ромб, прямоугольник, параллелограмм, четырехугольник. Общие свойства и отличия различных видов четырехугольников.

2. Изображение геометрических фигур на плоскости с помощью циркуля: окружности, дуги и их комбинации. Изображения эллипса и спирали.

3. На столе один пятак лежит неподвижно, а другой катится вокруг первого, касаясь его. Сколько раз он обернется вокруг своего центра, прежде чем вернется в исходное положение?

4. На рис. 1 изображен знаменитый китайский символ равновесия темных и светлых сил в природе – «инь» и «янь». Оказывается, проведя лишь одну линию, фигуру можно разделить на две равные части, причем на равные части будет разделена каждая из частей – черная и белая. Найдите эту линию.

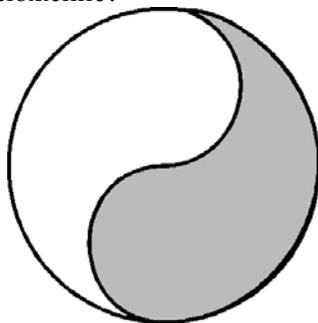


Рис. 1

5. Известно, что угол между минутной и часовой стрелками – прямой. Сколько сейчас времени?

6. Разделите фигуру на рис. 2 на четыре равные части.

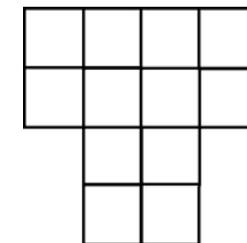


Рис. 2

Домашнее задание 2

1. Определите, сколько всего треугольников изображено на рис. 3.

2. Как разрезать круглый торт, чтобы его можно разделить и на четверых и на пяти-рых человек, причем кусков должно быть как можно меньше?

3. Разбить квадрат прямыми линиями на четыре равные части тремя способами.

4. Из 21 монет одна фальшивая. Как двумя взвешиваниями на весах с двумя чашечками без гирь определить, легче она или тяжелее?

5. Имеется три сосуда емкостью 9, 5 и 4 литра, причем первый наполнен жидкостью, а остальные пустые. Как отлить 2 литра?

6. Бактерия, помещенная в колбу, за секунду делится пополам на две бактерии, каждая из которых в свою очередь через секунду делится на две, Через две минуты колба заполняется. Сколько времени потребуется для заполнения колбы, если вначале поместить две бактерии?



Рис. 3

Занятие 3.

Геометрические фигуры на плоскости и геометрические тела в пространстве. Многоугольники и многогранники

1. Многоугольники.
2. Равенство фигур на клетчатой бумаге.
3. Правильные многоугольники.
4. Правильные многогранники.

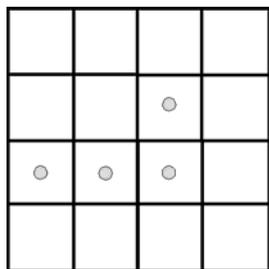


Рис. 4

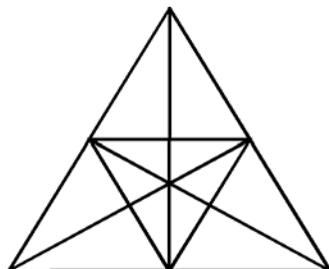


Рис. 5

5. Разделите фигуру на рис. 4 на четыре одинаковые части, чтобы в каждой части был ровно один кружок.

6. Найдите 47 треугольников в фигуре на рис. 5.

Домашнее задание 3

1. Разрежьте фигуру на рис. 6 на три равные части.

2. Двое мальчиков катались на лодке. К берегу подошел отряд солдат. Лодка так мала, что на ней могли переправиться двое мальчиков или только один солдат. Смогли ли солдаты переправиться через реку?

3. Хозяин обещал работнику за 30 дней 9 руб. и кафтан. Через три дня работник уволился и получил кафтан. Сколько стоил кафтан?

4. Сколько треугольников на рис. 7?

5. Расставьте в записи $12 + 37 - 23$ скобки и знаки

умножения так, чтобы значение этого выражения было равно 15; 57.

6. Арбуз весит столько же, сколько две одинаковые дыни, 64 яблока имеют тот же вес, что и дыня, а 16 яблок весят 1 кг. Каков вес арбуза?

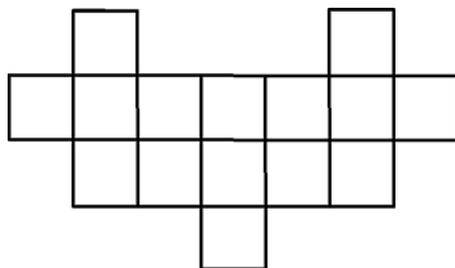


Рис. 6

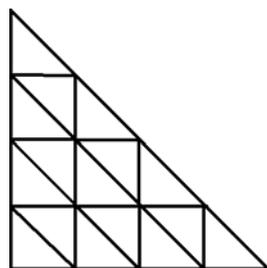


Рис. 7

Занятие 4.

**Геометрические фигуры на плоскости.
Отрезок, ломаная**

1. Отрезок, его измерение.
2. Неравенство треугольника, ломаная.
3. Жук ползет из одной вершины кубика в противоположную вершину по его граням. Найти траекторию кратчайшего пути.

4. Жук ползет по столу для настольного тенниса из одного угла стола в противоположный. Когда путь будет кратчайшим, если скорость движения жука по столу и по сетке одинакова? Когда путь будет кратчайшим, если скорость движения жука по сетке много меньше скорости движения по столу?

5. Одна из сторон треугольника равна 30 см, а вторая равна 29 см. Найдите третью сторону треугольника, если известно, что она вдвое больше одной из данных сторон.

6. Одна сторона прямоугольника в 3 раза длиннее другой, а периметр равен 68 см. Найдите длины сторон прямоугольника.

Домашнее задание 4

1. Одна из сторон треугольника равна 22 см, а вторая равна 38 см. Найдите третью сторону треугольника, если известно, что она вдвое меньше одной из данных сторон.

2. Одна сторона прямоугольника на 12 см длиннее другой, а периметр равен 1 м. Найдите длины сторон прямоугольника.

3. В хозяйстве куры и овцы. Сколько тех и других, если известно, что у всех 19 голов и 46 ног?

4. Расшифруйте запись:

$$\begin{array}{r}
 * 1 \\
 * * \\
 \text{-----} \\
 * * * . \\
 * * 8 \\
 \text{-----} \\
 2 * * 4
 \end{array}$$

5. Что больше и насколько: сумма цифр записи всех четных чисел от 1 до 100 или сумма цифр записи всех нечетных чисел от 1 до 100?
6. Из пяти цифр «3» образовать числа и расставить знаки действий и скобки так, чтобы получить число 100.

Занятие 5.

Деление натуральных чисел, признаки делимости

1. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
2. Признаки делимости на 4, 6, 8, 18.
3. К числу 15 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.
4. Коля и Петя купили одинаковые беговые лыжи. Сколько стоит одна пара лыж, если Петя уплатил стоимость лыж трехрублевыми купюрами, а Коля – пятирублевыми, а всего они дали в кассу меньше 10 купюр.
5. Задача из египетского папируса Райнда. Смотри, теперь приходит пастух с 70 быками. Сказано счетчиком скота этому пастуху рогатого скота: «Сколько скота приводишь ты из своего многочисленного стада?» Ему сказано пастухом: «Я привожу тебе две трети от трети скота; определи его мне, я хочу найти, я хочу сосчитать».
6. Два мальчика Коля и Петя стали расставлять по стенам беспорядочно раскиданные стулья. Вскоре Коля остановился и сказал Пете: «Стой, а расставь-ка ты все эти 12 стульев тремя рядами так, чтобы в каждом ряду было по 5 стульев». Петя сначала не сумел этого сделать, но потом все же расставил стулья так, как его просил Коля. После этого он сказал Коле: «А не расставишь ли ты теперь эти 12 стульев у четырех стен так, чтобы у каждой стены было по 4 стула?» Коля два раза ошибался при расстановке стульев, но в конце концов сумел это сделать. Как расставляли стулья мальчики?

Домашнее задание 5

1. Торговка, сидя на рынке, соображала: «Если бы к моим яблокам прибавить половину их да еще десяток, то у меня была бы целая сотня!» Сколько яблок было у нее?

2. Брат и сестра получили в наследство 90 руб. Если сестра отдаст брату из своей доли 10 руб., то брат окажется вдвое богаче сестры. Сколько денег в наследство досталось брату и сколько сестре?
3. Изобразить все различные варианты по числу точек пересечения четырех прямых.
4. Девять учеников из четырех различных классов принесли в библиотеку 15 книг, причем ученики одного класса принесли одинаковое количество книг, а разных – разное. Сколько учеников принесли по одной книге?
5. Как с помощью четырех вопросов, получив ответы «да» или «нет», узнать задуманное число от 1 до 15?
6. Чтобы подняться на третий этаж дома, надо пройти 52 ступеньки. Сколько ступенек надо пройти, чтобы подняться на шестой этаж того же дома? Число ступенек между всеми этажами одинаково.

Занятие 6.

**Деление натуральных чисел с остатком.
Периодичность остатков**

1. Формулы для четных и нечетных чисел; для чисел, дающих при делении на 3 остатки: 0, 1, 2; для чисел, дающих при делении на 5 остатки 0, 1, 2, 3, 4.
2. Может ли в одном месяце быть 5 воскресений?
3. Начнем считать пальцы на руке следующим образом: пусть 1-м будет большой, 2-м – указательный, 3-м – средний, 4-м – безымянный, 5-м – мизинец, 6-м – снова безымянный, 7-м – средний, 8-м – указательный, 9-м – большой, 10-м – указательный и так далее. Какой палец будет 2009-м?
4. Найдите последнюю цифру следующих чисел: 6^{2009} , 9^{2009} , 3^{2009} , 2^{2009} .
5. Два крестьянина расположились у лесной опушки закусить. В это время к ним подошел путник и попросил поделиться завтраком, пообещав уплатить, что следует. Те согласились и достали свой скудный завтрак: у одного крестьянина было два хлебца, а у другого – такой же один. Все втроем закусили, причем ели поровну. Уходя, путник уплатил за свою долю 5 коп. Как крестьяне должны разделить эти деньги между собой?

6. Летели галки, видят – березы. Стали рассаживаться. Попробовали сесть по одной на дерево – четырех галкам не хватило деревьев. Стали садиться по две на березу – одна береза осталась незанятой. Сколько было галок и сколько – берез?

7. Разделите 7 яблок между 6 мальчиками поровну.

8. Двум братьям отец подарил несколько груш. Когда они разделили эти груши между собой не поровну, старший брат сказал другому: «Дай мне еще одну грушу, я ведь старше тебя. Тогда у меня будет груш вдвое больше, чем у тебя!» – «Ну, нет,» – ответил младший, – «хотя ты и старше меня, но я так же, как и ты, люблю груши. Дай лучше ты мне одну грушу, и тогда у нас будет груш поровну, и никому из нас не будет завидно». Сколько груш было взято вначале каждым мальчиком?

Домашнее задание 6

1. У отца есть сын, который вдвое моложе отца. Сын родился тогда, когда отцу было 24 года. Сколько теперь лет сыну?

2. Старший брат сказал младшему: «Дай мне 8 коп., тогда у меня денег будет вдвое больше, чем у тебя». А младший возразил: «Дай лучше ты мне 8 коп., тогда у нас будет денег поровну». Сколько денег у каждого из братьев?

3. Дед, отец и сын во время прогулки встретили знакомого, который спросил их, сколько им лет. «Нам 121 год», – ответил за всех дед и важно зашагал вперед. Тогда знакомый, продолжая интересоваться их возрастом, спросил отца: «Ну, скажите же, сколько вам лет?» – «Мне вместе с сыном 44 года», – отвечал отец, – «а сын на 28 лет моложе меня». Так знакомому и не пришлось узнать, сколько лет каждому из них. Не сообразите ли вы?

4. Две женщины варили кашу. Одна дала 2 фунта крупы, другая – 3 фунта. Только сварилась каша, как пришли еще две работницы. Все четыре женщины сели за стол и съели всю кашу. По окончании еды каждая из пришедших женщин уплатила по 5 коп. Как должны женщины разделить полученные деньги, если все ели поровну?

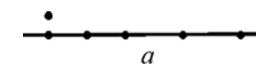
5. Найдите все числа, для которых частное от деления на 8 равно остатку.

6. Если бы ученик купил 9 ручек, то у него осталось бы 76 коп., а если бы 13 ручек, то не хватило бы 64 коп. Сколько денег было у ученика?

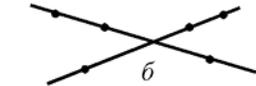
Занятие 7.

Геометрические фигуры на плоскости. Луч, прямая

1. Выполните рисунок по описанию: лучи MN и CD пересекаются в точке K , прямая AB пересекает лучи MN и CD в точках A и B .



2. Определите, сколько точек может образоваться при пересечении:



а) двух прямых; б) трех прямых; в) четырех прямых.

3. Определите, сколько различных прямых можно провести через каждые две из выбранных шести точек (рис. 8), если: а) пять из этих точек расположены на одной прямой; б) три из этих точек лежат на одной прямой, а три оставшиеся на другой прямой; в) никакие три из этих точек не лежат на одной прямой.



Рис. 8

4. Сколько различных прямых можно провести через каждые две из заданных четырех точек, если никакие три из этих точек не лежат на одной прямой?

5. Три прямые попарно пересекаются в точках A , B , C . Сколько лучей начинаются в этих точках и лежат на данных прямых?

6. Определите, на сколько частей делят плоскость:

а) две пересекающиеся прямые;

б) две непересекающиеся прямые.

7. Определите, на сколько частей делят клетчатую бумагу 4 вертикальные прямые и 3 горизонтальные прямые.

Домашнее задание 7

1. Как двумя прямыми разделить четырехугольную область (см. рис. 9):

а) на 5 частей; б) на 6 частей?

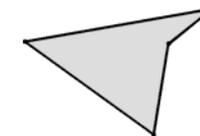


Рис. 9

2. На какое наибольшее число частей можно разделить кольцо на рис. 10 двумя прямыми?

3. Какой цифрой оканчивается произведение всех трехзначных чисел?
 4. На прямой линии посажено 10 кустов так, что расстояние между любыми соседними кустами одно и тоже. Найдите это расстояние, если расстояние между крайними кустами 90 м.

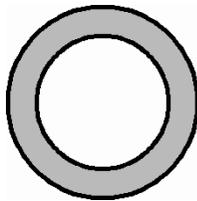


Рис. 10

5. Внучке столько месяцев, сколько лет деду. Вместе им 91 год. Сколько лет дедушке и сколько лет внучке?

6. В коробке 160 кусков мела. Каждый день для урока выдается одинаковое число кусков. Через 3 дня в коробке осталось 52 куска мела. Сколько кусков мела тратится в школе каждый день?

Занятие 8.

Геометрические фигуры на плоскости. Угол и окружность

1. Сколько углов вы можете указать на рис. 11?

2. Пусть угол AOB равен 90° . Лучи OM и OK – биссектрисы углов COB и COA . Найдите $\angle MOK$. Решите задачу, если $\angle AOB = 40^\circ$.

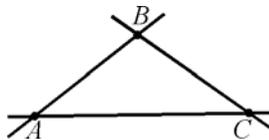


Рис. 11

3. В три часа дня стрелки часов образуют угол в 90° . Найдите момент времени, когда стрелки часов станут образовывать угол: а) 60° ; б) 120° ; в) 180° .

4. Сумма углов смежных с заданным равна 60° . Чему равен данный угол?

5. Угол AOB – развернутый, $\angle COA = \angle BOD$. Найдите величину угла AOC , если $\angle COD$ – прямой.

6. Даны две окружности. Радиус одной окружности равен 2 см, радиус другой окружности равен 1 см, и меньшая окружность проходит через центр большей окружности. Укажите общую точку этих окружностей. Определите, лежит ли окружность с меньшим радиусом внутри круга с большим радиусом.

7. Начертите отрезок MP равный 6 см. Найдите две точки A и B , которые находились бы на расстоянии 4 см от точки M и 5 см от точки P .

8. Отметьте две точки A и B так, чтобы $AB = 3$ см. С помощью циркуля постройте еще три точки C , D и E , которые находились бы от точки A на расстоянии 3 см.

Домашнее задание 8

1. Объясните, как с помощью спичек можно получить на столе угол, равный а) 60° ; б) 90° ; в) 120° . Изобразите получившиеся фигуры.

2. Величины двух смежных углов относятся как 3 : 2. Чему равны эти углы? Нарисуйте эти углы.

3. Даны два круга радиуса 1 см. При каком расстоянии между центрами этих кругов они имеют общие точки?

4. На машину погрузили 7 одинаковых мешков с мукой и 12 одинаковых мешков с крупой. Масса мешка с мукой в 2 раза больше массы мешка с крупой. Найдите массу мешка с крупой и массу мешка с мукой, если всего на машину погрузили 780 кг.

5. Напишите число 100 шестью одинаковыми цифрами. (Можно использовать знаки: +; ·; :.)

6. Из деревни A в деревню B и из B в A на рассвете одновременно вышли навстречу друг другу по одной дороге две старушки. Они встретились в полдень, но не остановились, а каждая продолжала идти с той же скоростью, и первая пришла в B в 4 ч дня, а вторая – в A – в 9 ч вечера. В котором часу был в этот день рассвет?

Занятие 9.

Числовая прямая. Модуль числа

1. На числовой прямой с началом отсчета точкой O число 1 изображается точкой E , для которой $OE = 5$ мм. Определите, на каком расстоянии от точки O изображаются числа: а) 6; б) 19; в) 25.

2. Отметьте на листе бумаги две точки A и B на расстоянии 3 см друг от друга. С помощью линейки найдите такую точку C , что $|AB| = 2$ см; $|BC| = 1$ см.

3. На отрезке AD выбраны точки B и C так, что точка B лежит между точками A и C . Длина отрезка AC равна 6 см, длина отрезка AB на 2 см меньше длины отрезка BC , длина отрезка CD в два раза

больше длины отрезка AB . Найдите длину отрезка AD и изобразите отрезок AD .

4. На числовой прямой с началом отсчета точкой O число 1 изображается точкой E , для которой $OE = 1$ мм. Определите, на каком расстоянии от точки M , изображающей число 100, находятся изображения чисел: а) 20; б) 37; в) 62.

5. Точки A и B на числовой прямой изображают числа 27 и 39. Точки C и D делят отрезок AB на три равные части. Какие числа изображаются точками C и D ?

6. Какое число на числовой прямой изображает середина C отрезка AB , если точки A и B изображают числа: а) 3 и 7; б) 22 и 26?

7. Изобразите на числовой прямой множество точек x таких, что: а) $|x| < 1$; б) $|x| \leq 1$; в) $|x| > 1$.

8. Укажите целые числа, принадлежащие промежутку $|x| \leq 3$.

Домашнее задание 9

1. Как разделить блинчик тремя прямолинейными разрезами на 4; 5; 6; 7 частей?

2. Полный бидон с молоком весит 34 кг, а наполненный до половины – 17,5 кг. Сколько весит пустой бидон?

3. На каком расстоянии от начала отсчета точки O изображается на числовой прямой число 30, если расстояние между точками A и B , изображающими числа 10 и 50 равно 120 см?

4. Ира, Наташа, Алеша и Витя собирали грибы. Наташа собрала больше всех, Ира не меньше всех, а Алеша – больше, чем Витя. Верно ли, что девочки собрали грибов больше, чем мальчики?

5. На крыше сидели голуби. Когда на крышу село еще 15 голубей, а с нее улетело 18 голубей, то на крыше стало 16 голубей. Сколько голубей сидело на крыше?

6. Матери было 25 лет, когда родился сын, и 28 лет, когда родилась дочь. Сколько лет каждому из них, если теперь им всем троим вместе 46 лет?

Занятие 10.

Действия с числовыми и буквенными выражениями

1. Запишите в виде числового выражения и найдите его значение: «У Коли было 5 орехов, а у Миши на 3 ореха больше, чем у Коли, а у Саши – в два раза меньше орехов, чем у Миши. Сколько всего орехов было у ребят?»

2. В магазине 1 кг картофеля стоит x руб., а 1 кг моркови – y руб. Запишите в виде выражения, на сколько 2 кг картофеля дешевле, чем 5 кг моркови.

3. Уменьшаемое в два раза больше вычитаемого. Чему равна их разность? Запишите результат формулой.

4. Выразите в другой форме, чему равны выражения: $(a + b)^2$; $a^2 - b^2$; $(a - b)^2$.

5. Переставляя всеми возможными способами знаки действий в выражении $2 \cdot 2 - 2 : 2$, найдите значения полученных выражений.

6. Вычислите значения выражений:

а) $(524 + 30 \cdot 12) : 52$; б) $703 - 21 \cdot (361 - 349)$.

7. Ученики 5 класса посадили 15 деревьев. Ученики 6 класса посадили на x деревьев больше, чем ученики 5 класса, а ученики 7 класса посадили на x деревьев больше, чем шестиклассники. Составьте выражение для общего числа посаженных деревьев и найдите его значение при $x = 4$.

8. Сошлись два пастуха Иван и Петр. Иван и говорит Петру: «Отдай-ка ты мне одну овцу, тогда у меня будет ровно вдвое больше овец, чем у тебя». А Петр ему отвечает: «Нет! Лучше ты отдай мне одну овцу, тогда овец у нас будет поровну!» Сколько же было овец у каждого?

9. У Юры 80 руб. На эти деньги он купил за 10 руб. билет в кино и a тетрадей по 6 руб. Сколько денег осталось у Юры? Какие значения может принимать число a ?

Домашнее задание 10

1. Из литра молока получают 150 г сливок, а из литра сливок получают 300 г масла. Сколько масла получится из 100 л молока?

2. В выражении $3 \cdot 3 + 3 : 3 - 3$ расставьте скобки так, чтобы в результате получились значения: а) 3; б) 9; в) 1.

3. Сколько существует трехзначных чисел, которые записываются только цифрами 1 и 5?

4. Для школьного праздника купили 14 коробок, по 9 пирожных в каждой, и 6 коробок, по 12 пирожных в каждой. Все пирожные разложили на 18 тарелок поровну. Сколько пирожных на каждой тарелке?

5. На числовой оси из начала отсчета точки O прыгает кузнечик: сначала на 5 единиц вправо, затем на 3 единицы влево, затем снова на 5 единиц вправо и так далее. Сможет ли он за несколько прыжков попасть в точку, изображающую число 100?

6. Можно ли треугольник разрезать так, чтобы получились три четырехугольника?

Занятие 11.

Числовые неравенства

1. В книге 264 страниц. Мальчик прочитал 44 страницы. Каких страниц больше – прочитанных или оставшихся?

2. Вася задумал число, оканчивающееся цифрой 5. Оно больше, чем 210, и меньше, чем 220. Какое число задумал Вася?

3. Точка C лежит между точками A и B , а точка D – между точками C и B . Какой из отрезков длиннее: AB или CD ; AD или AC ; CD или CB ?

4. Три школы собирали макулатуру. Первая собрала 45 ц, вторая – 1 т, а третья – 1 550 кг. Какая школа собрала больше всего макулатуры; а какая – меньше всего? Можно ли увести всю макулатуру на трехтонной грузовой машине?

5. В пионерский лагерь отправляли 260 человек. Сколько нужно заказать автобусов, если в каждом автобусе должно быть не более 30 пассажиров?

6. Лиза на 8 лет старше Насти. Два года назад ей было втрое больше лет, чем Насте. Сколько лет Лизе?

7. Литр воды весит 1 кг, а литр бензина – $7/10$ кг. Что весит больше: 3 л воды или 5 л бензина; 4 л воды или 6 л бензина; 5 л воды или 7 л бензина?

8. В гостинице 5 комнат. Сколько человек может жить в ней, если в каждой из комнат могут проживать не более четырех человек и не может быть пустой комнаты?

Домашнее задание 11

1. Периметр треугольника 36 см, а периметр прямоугольника в 3 раза меньше. На сколько сантиметров периметр треугольника больше периметра прямоугольника?

2. Девочка купила куклу, книгу, карандаш и на остальные деньги мороженое. Книга дешевле куклы на 39 руб., но дороже мороженого на 41 руб. Карандаш дешевле мороженого на 12 руб. Сколько денег было у девочки, если книга стоит 56 руб.?

3. Разрежьте фигуру на рис. 12 на 4 равные части.

4. Как с помощью семилитрового ведра и трехлитровой банки налить в кастрюлю ровно 5 л воды?

5. Кот в Сапогах поймал четырех щук и еще половину улова. Сколько щук поймал Кот в Сапогах?

6. Напишите какое-нибудь пятизначное число, которое меньше 10 101 и оканчивается цифрой 7. Сколько таких чисел можно записать?

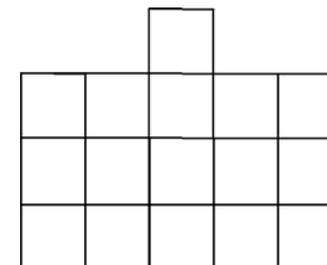


Рис. 12

Занятие 12.

Часть величины и дробь. Действия с дробями

1. Простейшие дроби, действия с ними.
2. Изображение дробей на числовой оси, основное свойство дроби.
3. Сравнение дробей, сложение и вычитание дробей.
4. Целая и дробная части числа. Приближенные значения с недостатком и избытком.
5. Умножение и деление дробей.
6. Который сейчас час, если оставшаяся часть суток вдвое больше прошедшей?
7. У Ани и Вани денег поровну. Какую часть денег должна Аня отдать Ване, чтобы у него стало в два раза больше денег, чем у нее?

8. Когда пассажир проехал половину пути, он стал смотреть в окно и смотрел до тех пор, пока не осталось проехать половину того пути, что он проехал, смотря в окно. Какую часть всего пути пассажир смотрел в окно?

Домашнее задание 12

1. У Вани на дне рождения было 5 друзей. Первому он отрезал одну шестую часть пирога, второму – одну пятую остатка, третьему – одну четверть нового остатка, четвертому – треть оставшегося к этому моменту пирога. Последний кусок Ваня разделил пополам с пятым другом. Кому достался самый большой кусок?

2. Я отпил шестую часть чашечки кофе и долил ее молоком. Затем выпил треть чашечки и долил ее молоком. Потом я выпил полчашечки и опять долил ее молоком. Наконец, я выпил полную чашечку. Чего я выпил больше: кофе или молока?

3. Вычислите значения выражений:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}; \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}.$$

4. Деду 56 лет, а внуку – 14. Когда дедушка будет вдвое старше своего внука?

5. Часы отстают каждый день на 6 мин. Через сколько дней они будут показывать опять верное время?

6. Часы с боем делают 3 удара за 4 сек. За сколько секунд они сделают 9 ударов?

Занятие 13.

Десятичная запись числа, системы счисления

- Десятичная дробь, ее целая и дробная части.
- Перевод десятичных дробей в обыкновенные дроби и наоборот.
- Десятичные приближения.
- Действия с десятичными дробями: сложение, вычитание, умножение, деление на натуральное число.
- Десятичная, двоичная и другие системы счисления.
- Какое двузначное число от перестановки цифр увеличивается в 4, 5 раза?
- Составьте таблицы сложения и умножения для систем счисления: двоичной, троичной, пятеричной.

8. Вычислите и запишите результат в десятичной системе счисления: $1100_2 + 1101_2$; $201_3 \cdot 102_3$

Домашнее задание 13

1. К трехзначному числу приписали рядом его же и разделили получившееся шестизначное число на 13, затем на 11 и на 7. Что получилось?

2. Докажите, что число, записанное шестью одинаковыми цифрами, делится на 3, 7, 11, 13 и 37.

3. Ученик прочитал 138 страниц, что составляет 23 % числа всех страниц в книге. Сколько страниц в книге?

4. Разложите 80 тетрадей на две стопки так, чтобы число тетрадей в одной стопке составляло 60 % числа тетрадей в другой.

5. Когда Ваню спросили, сколько ему лет, он подумал и сказал: «Я втрое моложе папы, но зато втрое старше Ани». Тут подбежала маленькая Аня и сообщила, что папа старше ее на 40 лет. Сколько лет Ване?

6. Найдите сотую цифру после запятой в десятичной записи числа $1/7$.

Занятие 14.

Действия с обыкновенными дробями

1. В марте 31 день, а в году 365 дней. Какую часть года составляют месяца: март, февраль, апрель?

2. Петя готовил уроки 1 час 40 мин. На математику он потратил $1/5$ этого времени, а на географию $1/4$ оставшегося времени. Сколько минут Петя готовил уроки по математике и сколько по географии?

3. На приобретение костюма покупатель израсходовал $4/5$ своих денег. Сколько денег было у покупателя, если костюм стоил 120 руб.?

4. От куска проволоки длиной a метров в первый раз отрезали b метров; а во второй раз c метров. Какой смысл имеют следующие выражения: а) $b + c$; б) $a - (b + c)$; в) $a - b$; г) $a - b - c$. Какие из этих выражений принимают одинаковые значения при любых значениях букв a, b, c ?

5. Турист прошел за первый день 18 км, что составляет $\frac{6}{5}$ пути, который он должен пройти во второй день. Сколько километров должен пройти турист за оба дня?

6. За два дня засеяли $\frac{10}{11}$ площади поля. В первый день засеяли $\frac{4}{11}$ площади поля. Какую часть поля засеяли во второй день?

7. В бидоне 24 л молока. Для приготовления завтраков израсходовали четвертую часть молока, а для приготовления обедов – половину оставшегося молока. Сколько литров молока осталось в бидоне?

Домашнее задание 14

1. За первый час было расчищено от снега $\frac{5}{17}$ всей дороги, а во второй час $\frac{9}{17}$ всей дороги. Какая часть дороги была расчищена от снега за эти два часа? На какую часть дороги было расчищено меньше в первый час, чем во второй?

2. Автомобилист проехал $\frac{2}{9}$ длины дороги. Какова длина дороги, если он проехал 40 км?

3. Произведение трех последовательных натуральных чисел равно 1 320. Найдите эти числа.

4. Сколько в действительности времени, если часы, отраженные в зеркале показывают 9 час; 8 час; 6 час 15 мин? Когда часы и их отражение покажут одинаковое время?

5. Найдите все 35 треугольников на рис. 13.

6. Задача-шутка. Полтора рыбака за полтора дня поймали полтора судака. Сколько судаков поймут 9 рыбаков за 9 дней?

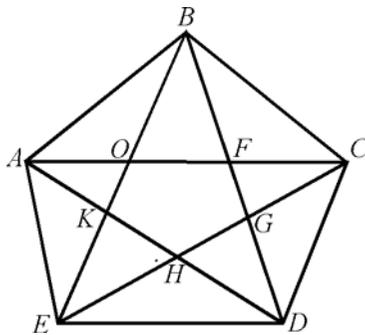


Рис. 13

Занятие 15.

Геометрические фигуры на плоскости. Квадрат, прямоугольник

1. Начертите в тетради квадрат и проведите одну его диагональ. Что больше: диагональ квадрата или его сторона? Какие углы образует диагональ со сторонами квадрата? Проведите вторую диагональ. Под каким углом пересекаются диагонали квадрата?

2. Какой длины надо взять кусок проволоки, чтобы сделать из него:

а) квадрат со стороной 5 см;

б) прямоугольник со сторонами 6 см и 4 см?

3. Можно ли из куска проволоки длиной 17 см сделать квадрат со стороной 4 см?

4. Вырежьте из бумаги 4 равных прямоугольника со сторонами 4 и 8 см. Какие многоугольники можно сложить из них, совмещая некоторые вершины различных прямоугольников?

5. У двух человек было два квадратных торта. Каждый сделал на своем торте по два прямолинейных разреза от края до края. При этом, у одного получилось три куска, а у другого – четыре. Как это могло быть?

6. Найдите периметр прямоугольника, если одна из его сторон равна 365 мм, а другая на 77 мм меньше.

7. Периметр прямоугольника составляет 72 см, одна из его сторон равна 9 см. Найдите вторую сторону прямоугольника.

8. На сколько надо увеличить сторону квадрата, чтобы периметр квадрата стал в два раза больше начального?

9. Какие повороты квадрата вокруг точки пересечения диагоналей переводят квадрат в самого себя?

10. Точки M, K, P, T лежат на сторонах квадрата $ABCD$, причем $AM = BK = CP = DT$. Докажите, что четырехугольник $MKPT$ – квадрат.

Домашнее задание 15

1. Как разрезать квадрат на шесть меньших квадратов?

2. Одна из сторон прямоугольника на 3 см больше другой. Найдите стороны прямоугольника, если периметр равен 126.

3. За день улитка поднимается по столбу на 4 м, а за ночь опускается на 2 м. За какое время улитка поднимается от основания столба до вершины столба высотой 8 м?

4. Переставляя всеми возможными способами знаки действий в выражении $25 + 7 \cdot 3 - 2$, найдите значения полученных выражений.

5. В коробке, имеющей форму куба, в один ряд укладывается 6 кубиков. Сколько всего кубиков укладывается в коробку?

6. Какой фигурой может быть пересечение треугольника и четырехугольника?

Занятие 16.

Геометрические фигуры на плоскости. Прямоугольный треугольник

1. Сколько прямоугольных треугольников вы можете найти на рис. 14?

2. На клетчатой бумаге отмечены шесть точек (рис. 15). Назовите точки, являющиеся вершинами прямоугольного треугольника. Сколько здесь может быть прямоугольных треугольников?

3. Сколько прямоугольных треугольников вы можете найти на рис. 16?

4. Разрежьте квадрат на восемь равных прямоугольных треугольников.

5. Существует ли прямоугольный треугольник, все стороны которого равны?

6. Объясните, как построить прямоугольный треугольник, у которого катеты в два раза больше катетов данного прямоугольного треугольника.

7. В прямоугольном треугольнике ABC один из углов равен 57° , а в прямоугольном треугольнике KLM один из углов равен 24° . Могут ли треугольники быть равными?

8. Дан квадрат $ABCD$. Точка K – середина стороны AB , точка M на диаго-

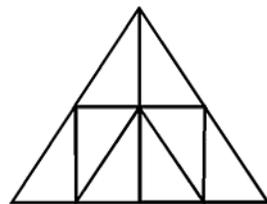


Рис. 14

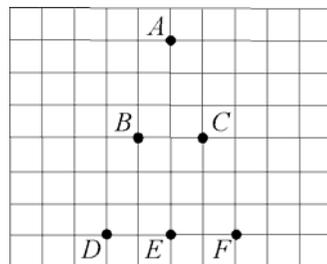


Рис. 15

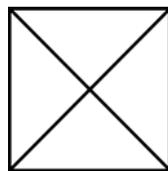


Рис. 16

нали AC расположена так, что $AM = 3MC$. Покажите, что треугольник KMD прямоугольный (рис. 17).

9. Известно, что сумма углов треугольника равна 180° , а один из углов равен разности двух других. Чему равен наибольший угол треугольника?

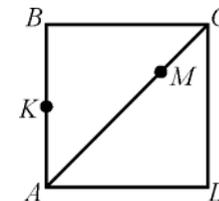


Рис. 17

Домашнее задание 16

1. Сумма двух углов прямоугольного треугольника равна 91° . Найдите все углы треугольника.

2. Разделите прямоугольный треугольник с углом 30° на четыре равных треугольника.

3. В записи $1*2*3*4*5$ замените звездочки знаками действий и расставьте скобки так, чтобы в результате получилось число 100.

4. Длина самой большой реки европейской части России Волги 3 530 км. Днепр на 1 330 км короче Волги, а Урал длиннее Днепра на 228 км. Какова длина реки Урал? На сколько километров Волга длиннее Урала?

5. На рис. 18 изображено 9 точек. Определите, сколько можно указать прямоугольных треугольников, имеющих вершины в этих точках.

6. Определите, сколько дней прошло: а) от 1 апреля 2007 г. до 21 сентября 2007 г.; б) от 21 сентября 2007 г. до 1 апреля 2008 г.

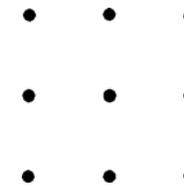


Рис. 18

Занятие 17.

Делители и кратные. Простые и составные числа

1. Определите, делится ли произведение $12 \cdot 371$ а) на 6; б) на 7.
2. Проверьте, что число 531 531 делится на 1 001. Верно ли, что 531 531 делится а) на 7; б) на 11; в) на 13?
3. Чему равно частное от деления числа вида $5k + 5m$ на 5?
4. Как изменится частное $385 : 7$, если: а) делитель умножить на 5; б) делимое умножить на 5; в) делимое разделить на 5?

5. На какое число нужно разделить 96, чтобы получить такое же частное, что и при делении этого же числа сначала на 6, а затем при делении полученного частного на 2?

6. Делится ли число $13 + 1313 + 131313$ на 13?

7. Проверьте, что разность $782 - 287$ делится на 9 и на 11. Верно ли, что разность трехзначного числа и числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке делится на 9 и на 11?

8. Выпишите первые 10 простых чисел. Какое из этих чисел делится: а) на 2; б) на 3; в) на 11?

9. В одной группе 36 спортсменов, а в другой – 40 спортсменов. Сколько имеется возможностей для построения спортсменов так, чтобы группы шли одна за другой одинаковыми рядами?

10. С конечной остановки выезжают по двум маршрутам автобусы. Первый возвращается каждые 30 мин, второй – каждые 40 мин. Через какое наименьшее время они снова окажутся на конечной остановке вместе?

11. Докажите, что: а) произведение $2^3 \cdot 3^2$ делится на 18; б) произведение $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$ делится на 59.

Домашнее задание 17

1. На сколько равных отрезков длиной в целое число сантиметров можно разрезать отрезок длиной в 60 см?

2. Какую цифру нужно поставить вместо звездочки, чтобы полученное число делилось на 9: а) $543*$; б) $6*2$; в) $25*0$; г) $*72$?

3. Покажите, что если две последние цифры образуют число, делящееся на 4, то исходное число также делится на 4.

4. Во сколько раз увеличится площадь прямоугольника, если одна его сторона увеличилась в 2,1 раза, а вторая – в 3,65 раза?

5. Маша задумала число и сказала: «Это число меньше 30, его называют, когда считают тройками и когда считают пятерками». Какое число задумала Маша?

6. Для приготовления компота составили смесь из 8 частей (по массе) сухих яблок, 4 частей урюка и 3 частей изюма. Сколько килограммов каждого из сухофруктов понадобилось для приготовления 2,7 кг такой смеси?

Занятие 18.

Десятичные дроби, действия с десятичными дробями

1. Запишите все десятичные дроби, у которых целая часть равна 29, а дробная часть составлена с помощью цифр 1, 2, 3 и содержит три десятичных знака. Расположите эти числа в порядке убывания.

2. Вычислите наиболее удобным способом, группируя слагаемые, следующие выражения:

а) $6,54 + 3,19 + 1,46 + 6,81$; б) $7,2 + 97,11 + 2,88 + 1,8$.

3. В 1 л морской воды содержится в среднем 0,00001 мг золота. Сколько золота содержится в 1 км³ морской воды?

4. Как изменится частное, если: а) делимое увеличить в 6 раз; б) делитель увеличить в 5 раз; в) и делимое, и делитель увеличить в 9 раз?

5. Вычислите наиболее простым способом следующие выражения: а) $0,25 \cdot 0,73 \cdot 4$; б) $0,5 \cdot 2,11 \cdot 0,22$.

6. Самолет вылетел с аэродрома со скоростью 500 км/ч. Через 2 час с этого же аэродрома в том же направлении вылетел другой самолет со скоростью 700 км/ч. Через сколько часов после вылета второй самолет догонит первый?

7. Ученик слесаря заработал 106,35 руб. в месяц. После получения квалификационного разряда его месячный заработок стал равен 142,85 руб. На сколько увеличился его месячный заработок? Решите задачу с помощью десятичных дробей и переводом данных ответа в копейки.

8. В двух корзинах 18,6 кг яблок. В первой корзине на 2,4 кг меньше, чем во второй. Сколько килограммов яблок было в каждой корзине?

Домашнее задание 18

1. Стороны треугольника имеют следующие длины: 10,6 м; 7,23 м; 11,5 м. Найдите периметр треугольника.

2. Свободно падающее тело пролетает 4,9 м в первую секунду после начала падения, в следующую – на 9,8 м больше, чем в первую секунду, а в третью секунду – на 9,8 м больше, чем во вторую. Сколько метров пролетит тело за 3 сек?

3. С трех лугов собрали 197 ц сена. С первого и второго лугов собрали поровну, а с третьего – на 11 ц больше, чем с первого. Сколько сена собрали с каждого луга?

4. Сколько различных двузначных чисел можно составить, используя цифры 2, 5 и 8?

5. Тетрадь дешевле шариковой ручки в 3 раза, а 3 такие ручки дороже 5 тетрадей на 60 коп. Сколько стоит одна такая тетрадь и сколько стоит одна ручка?

6. Разделите фигуру на рис. 19, на 4 равные фигуры.

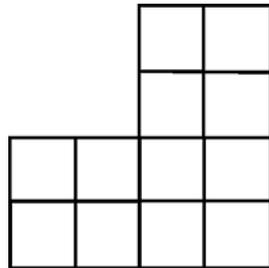


Рис. 19

Занятие 19. Пропорции

1. Найдите неизвестный член пропорций: а) $4,8:0,4 = x:1,2$; б) $9:0,3 = a:1,6$; в) $2\frac{1}{7}:x = 10:1,4$.

2. Длины отрезков AB , равного 14 см, BC , равного 6 см, AD , равного 21 см, и DE связаны пропорцией $AB:AD = BC:DE$. Найдите длину отрезка DE .

3. Составьте верную пропорцию из чисел, входящих в следующие равенства: а) $3 \cdot 24 = 8 \cdot 9$; б) $2 \cdot 5 = 0,5 \cdot 20$; в) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{5}{12} \cdot \frac{9}{25}$.

4. Останется ли верной пропорция, если а) оба крайних члена разделить на 2; б) оба средних члена умножить на 5?

5. Сплав состоит из золота и меди, а их массы относятся, как 5 : 6. Сколько золота в сплаве, если масса меди равна 75 г?

6. Отношение числа мальчиков к числу девочек в классе равно $\frac{4}{5}$. Сколько в классе мальчиков, если: а) всего учащихся в классе 36; б) девочек 20?

7. Турист прошел 14 км за 3,5 час. Сколько он пройдет за 4,5 час, если будет двигаться с той же скоростью?

8. На токарном станке за 3,5 час нарезали 56 болтов. Сколько болтов можно нарезать за 12 час?

9. Во сколько раз увеличится площадь квадрата, если сторону квадрата увеличить в 2 раза?

10. Человек, получающий зарплату 800 руб., тратит в месяц на питание 500 руб., а получающий 600 руб. тратит – 400 руб. Кто из них тратит на питание большую часть зарплаты и на сколько процентов?

Домашнее задание 19

1. На пошив 12 костюмов употребили 49,2 м сукна. Сколько таких же костюмов получится из 73,8 м сукна?

2. Останется ли верной пропорция $2:3 = 8:12$, если оба члена первого отношения умножить на 11, а оба члена второго отношения умножить на 9?

3. Комиссионные магазины, продав вещь, берут с ее владельца комиссионный сбор, который составляет определенный процент от стоимости вещи. В одном комиссионном магазине за вещь, стоимостью 20 тыс. руб. взяли комиссионный сбор в 1 450 руб., а в другом за вещь стоимостью 50 тыс. руб. сбор составил 3 тыс. руб. В каком из этих магазинов комиссионный сбор больше?

4. Напишите какое-нибудь шестизначное число, которое больше 999888 и оканчивается цифрой 6. Сколько таких чисел можно записать?

5. Найдите недостающее число в ряду: 2, 3, 5, 9, ..., 33.

6. Зайцы пилият бревно. Они сделали 10 распилов. Сколько получилось чурбачков?

Занятие 20.

Текстовые задачи на части и проценты

1. Для приготовления крема берут одну часть сливочного масла и две части сахарного песка. Сколько масла и сколько сахара надо взять, чтобы приготовить 1,5 кг крема?

2. Сплав состоит из олова и свинца. На 5 частей олова приходится 2 такие же части свинца. Сколько граммов свинца в куске сплава массой 210 г?

3. В начинку для черничного пирога кладут 3 части черники и 2 части сахара. Сколько черники и сколько сахара потребуется для приготовления 1,25 кг начинки?

4. На день рождения к Васе пришли четыре друга. Первый получил $\frac{1}{5}$ пирога, второй – $\frac{1}{4}$ остатка, третий – $\frac{1}{3}$ нового остатка. Оставшуюся часть пирога Вася разделил поровну с четвертым другом. Кому досталась большая часть пирога?

5. Предприятие вложило в банк 100 млн. руб. и через месяц получило прирост вклада на 1 %. Каков прирост вклада?

6. Огурцы содержат в среднем 96 % воды. Сколько массы останется от 25 кг огурцов, если представить, что вся вода испарилась?

7. Гномик Монг в начале 2007 года был ростом 50 см. За 2007 г. он подрос на 50 %. За следующий год гномик вырос на 40 %. В каком году он подрос больше? На сколько процентов гномик подрос за два года?

8. Сколько нужно свежей малины, чтобы получить 6 кг сушеной, если малина при сушке теряет 75 % своей массы?

9. В школе 1760 учеников. В Новогодних вечерах приняли участие 75 % всех учащихся. Среди участников вечеров было 55 % девочек. Сколько мальчиков участвовало в Новогодних вечерах?

Домашнее задание 20

1. На большом круглом торте сделали 10 разрезов так, что каждый разрез идет от края до края и проходит через центр торта. Сколько получилось кусков?

2. Для детских новогодних подарков были закуплены шоколадные конфеты и карамель – всего 20 кг. Сколько было закуплено конфет того и другого сорта, если карамели взяли в три раза больше, чем шоколадных конфет?

3. В делегации иностранных гостей каждый знал или английский язык, или немецкий, а некоторые говорили на двух языках. Четверть «англичан» знала немецкий язык, а $\frac{1}{6}$ «немцев» знала английский язык. Кого в делегации больше – «англичан» или «немцев»?

4. Кофейный напиток содержит 50 % сои, 30 % ячменя, 12 % желудей, 8 % семян шиповника. Сколько граммов сои, ячменя, семени шиповника, желудей содержится в 800 г кофейного напитка?

5. Известно, что масса сушеных грибов составляет 55 % от массы свежих грибов. Сколько понадобится свежих грибов, чтобы получить 2 кг сушеных грибов?

6. Может ли натуральное число, имеющее 5 делителей, делиться на 15?

Занятие 21.

Задачи на работу и движение

1. Два поезда отошли от одной станции в противоположных направлениях. Их скорости равны 60 км/ч и 70 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними будет равно: а) 260 км; в) 132 км?

2. Две моторные лодки одновременно отправляются навстречу друг другу от двух пристаней. Одна идет со скоростью 20 км/ч, а другая – со скоростью 24 км/ч. Через сколько часов они встретятся, если расстояние между пристанями равно: а) 88 км; б) 132 км?

3. Велосипедист и мотоциклист выехали одновременно из одного пункта в одном направлении. Скорость мотоциклиста 40 км/ч, а скорость велосипедиста 12 км/ч. Какое расстояние будет между ними: а) через 1 час; б) через 3 часа?

4. Дима вышел из школы и направился к стадиону со скоростью 100 м/мин. Через 5 мин после его выхода от стадиона к школе направился Олег со скоростью 80 м/мин. Чему равно расстояние между школой и стадионом, если: а) Олег встретил Диму через 10 мин после своего выхода; б) Дима встретил Олега через 20 мин после выхода?

5. Пошел дождь. Под водосточную трубу поставили пустую бочку. В нее вливалось 8 л воды в каждую минуту, а через щель в бочке каждую минуту выливалось 3 л воды в минуту. Сколько литров воды будет в бочке через 1 мин, 3 мин? Успеет ли бочка наполниться, если ее объем 400 л, а дождь шел 1 час 10 мин?

6. Две тракторные бригады вспахали вместе 762 га. Первая бригада работала 8 дней и вспахивала за день 48 га. Сколько гектаров вспахивала за день вторая бригада, если она работала 9 дней? Какая бригада вспахала больше и на сколько?

7. Через первую трубу можно наполнить бак за 4 мин, через вторую – за 12 мин. За сколько минут можно наполнить бак через обе трубы?

8. На птицеферму привезли корм, которого хватило бы уткам на 30 дней, а гусям – на 45 дней. Рассчитайте, на сколько дней хватит привезенного корма уткам и гусям.

Домашнее задание 21

1. Катер проплыл 72 км между пристанями по течению реки за 2 часа, а против течения – за 3 часа. За сколько часов это расстояние проплывут плоты?

2. Кран, который подает в минуту 30 л воды, за 5 мин наполнил ванну. Потом кран закрыли и открыли сливное отверстие, через которое вся вода вылилась за 6 мин. Сколько литров воды вылилось за 2 мин?

3. Велосипедист стал догонять пешехода, когда между ними было 2,1 км, и догнал его через 0,25 часа. Найдите скорость велосипедиста и скорость пешехода, если скорость пешехода была в 3,4 раза меньше скорости велосипедиста.

4. Три купчихи – Сосипатра Титовна, Олимпиада Карповна и Поликсена Уваровна – сели пить чай. Олимпиада Карповна и Сосипатра Титовна выпили вдвоем 11 чашек; Поликсена Уваровна и Олимпиада Карповна – 15; Поликсена Уваровна и Сосипатра Титовна – 14. Сколько чашек выпили все три купчихи вместе?

5. Начертите два квадрата со сторонами 2 см и 5 см соответственно. Во сколько раз сторона одного квадрата больше стороны другого? Во сколько раз площадь одного квадрата больше, чем площадь другого?

6. Петя провел три прямые линии и отметил на них 6 точек. Оказалось, что на каждой прямой он отметил 3 точки. Покажите, как он это сделал.

*Занятие 22.***Геометрические фигуры на плоскости. Площади**

1. Понятие площади, ее основные свойства.
2. Единицы измерения площади.
3. Разрежьте прямоугольник со сторонами 4 см и 9 см на две части, из которых можно составить квадрат.
4. Поля шахматной доски раскрашены в белый и черный цвета. Чему равна площадь всех белых полей, если сторона одной клетки шахматной доски равна 3 см?
5. Пол комнаты шириной 3 м и длиной 6 м нужно покрыть квадратными плитками со стороной в 30 см. Сколько таких плиток потребуется для покрытия всего пола?

6. Выразите в квадратных миллиметрах следующие площади:
 $30\frac{1}{5}\text{ см}^2$; $\frac{2}{7}\text{ м}^2$.

Домашнее задание 22

1. Найдите площадь прямоугольника, если его длина на 4 см больше ширины, а периметр равен 18 см.

2. Кристаллик кубической формы имеет массу 1 г. Определите массу кристалла той же формы и из того же материала, имеющего в четыре раза большие размеры.

3. Площадь прямоугольника 32 м^2 , его длина вдвое больше ширины. Определите стороны прямоугольника.

4. Имеется квадратный пруд, по углам которого растут четыре дуба. Пруд потребовалось увеличить, сохранив квадратную форму, причем так, чтобы дубы оставались на прежнем месте, но не были бы затоплены водой, и стояли бы у берегов пруда. Как это сделать?

5. Как от куска материи в $\frac{2}{3}\text{ м}$ отрезать полметра, не имея под руками метра?

6. Книги стоят на трех полках. С первой полки взяли одну книгу, со второй – две, с третьей – три и поставили на пустую четвертую полку, после чего на всех полках книг стало поровну. Сколько всего книг стоит на полках?

*Занятие 23.***Геометрические фигуры на плоскости.
Вычисления площадей на клетчатой бумаге**

1. Площади прямоугольника и квадрата.
2. Приближенные значения площади фигуры на клетчатой бумаге.
3. Площадь прямоугольного треугольника.
4. Вычисления площадей многоугольных фигур на клетчатой бумаге.
5. Площади равносторонних фигур.
6. Показать, что площадь любого прямоугольника с вершинами в узлах клетчатой бумаги выражается целым числом клеточек.
7. Как получить прямоугольник той же площади, что и заданный треугольник?

8. Как разрезать левую фигуру на рис. 20 на части, из которых можно сложить правую фигуру?

9. На какие части надо разрезать квадрат 6 на 6 клеточек, чтобы сложить из них фигуру на рис. 21?

10. Чья площадь больше: квадрата 5 на 5 клеточек или кольца, изображенного на рис. 22?

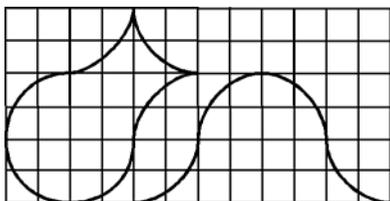


Рис. 20

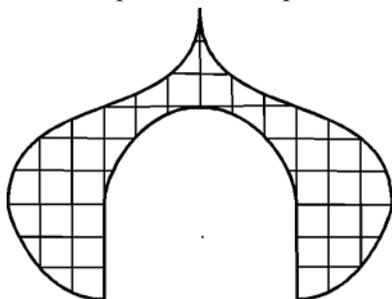


Рис. 21

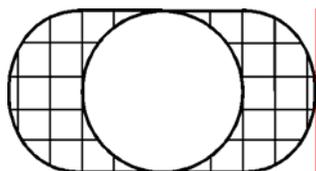


Рис. 22

Домашнее задание 23

1. Сравните площади заштрихованных на рис. 23 квадратов.
2. Разрежьте квадрат на 20 равных треугольников и сложите из них 5 равных маленьких квадратов.
3. Разрежьте фигуру на рис. 24 по линиям сетки на три одинаковые части.

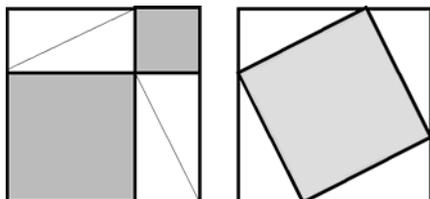


Рис. 23

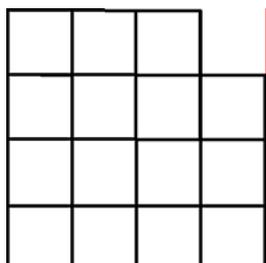


Рис. 24

4. Двузначное число в 5 раз больше суммы своих цифр. Что это за число?

5. Сколько прабабушек и прадедушек было всего у всех ваших прабабушек и прадедушек?

6. На кондитерской фабрике в каждую коробку шоколадных конфет вкладывают талон. За 10 накопленных талонов покупателю бесплатно выдается коробка конфет. Какую часть стоимости коробки составляет стоимость одного талона?

Занятие 24.

Задачи на раскраски, замощения и разрезания

1. Можно ли разбить на доминошки, каждая из двух клеток, шахматную доску без противоположных углов?

2. Треугольный замок разделен на 100 одинаковых треугольных залов. В середине каждой стены между залами сделана дверь. Сколько залов сможет осмотреть человек, не желающий нигде побывать более одного раза?

3. Двадцать пять жуков сидели по - одному на клетках доски пять на пять. Каждый перелетел на соседнюю клетку, имеющую общую сторону с начальной клеткой. Докажите, что хотя бы одна клетка осталась свободной.

4. Замостите плоскость крестиками из пяти клеточек; крестами из семи клеток, изображенными на рис. 25.

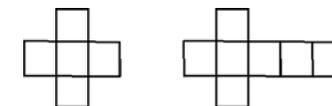


Рис. 25

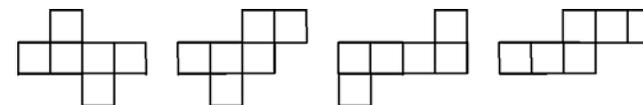


Рис. 26

5. Проверьте, что копиями любой из разверток куба, изображенных на рис. 26, можно замостить плоскость.

6. Замостите плоскость одинаковыми пятиугольниками; семиугольниками; девятиугольниками.

Домашнее задание 24

1. Каждый десятый математик – философ. Каждый сотый философ – математик. Кого больше: философов или математиков?
2. Сколько детей в семье, если 7 из них любят капусту, 6 – морковь, 5 – горох, 4 – капусту и морковь, 3 – капусту и горох, 2 – морковь и горох, а 1 любит и капусту, и горох, и морковь?
3. Как изменится цена товара, если сначала ее увеличить на 100 %, а затем уменьшить на 50 %?
4. За весну Обломов сбавил в весе 25 %, за лето прибавил 20 %, за осень похудел на 10 %, а за зиму прибавил 20 %. Похудел он или поправился за год?
5. Я иду от дома до школы 30 мин., а мой брат – 40 мин. Через сколько минут я догоню брата, если он вышел из дома на 5 мин. раньше меня?
6. Вода при замерзании увеличивается на $\frac{1}{10}$ своего объема. На какую часть объема уменьшается лед при превращении в воду?

Занятие 25.

Задачи на переливания и взвешивания

1. Имеются два ведра: одно емкостью 4 л, другое – 9 л. Можно ли набрать из реки ровно 6 л воды?
2. Из полного восьмилитрового ведра отлейте 4 л с помощью пустых трехлитровой банки и пятилитрового бидона. На землю ничего выплескивать нельзя.
3. В бочке не менее 13 ведер бензина. Можно ли отлить 8 ведер с помощью девятиведерной и пятиведерной бочек?
4. Отлейте из цистерны 13 л молока, пользуясь бидонами емкостью 17 и 5 литров.
5. Имеются 4 пакета и чашечные весы без гирь. За пять взвешиваний расположите пакеты по весу.
6. Из четырех деталей одна отличается по весу от остальных, имеющих одинаковый вес. Можно ли выделить ее двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь?

Домашнее задание 25

1. В девяти мешках все монеты настоящие, весят по 10 г, а в одном – все фальшивые, весят по 11 г. Одним взвешиванием на точных весах со стрелкой определите, в каком мешке фальшивые монеты.
2. Имея два полных десятилитровых бидона молока и пустые четырехлитровую и пятилитровую кастрюли, отмерьте по 2 л молока в каждую кастрюлю.
3. Как из восьмилитрового ведра с молоком отлить 1 л с помощью трехлитровой банки и пятилитрового бидона?
4. Поезд проходит мимо светофора за 5 сек., а мимо платформы длиной 150 м – за 15 сек. Найдите длину поезда и его скорость.
5. Встретились три друга: Белов, Чернов и Рыжов. Один из них – блондин, другой – брюнет, а третий – рыжий. Брюнет сказал Белову: «Ни у одного из нас цвет волос не соответствует фамилии». Какой цвет волос у каждого?
6. Из 81 монеты одна фальшивая: она тяжелее остальных. Найдите ее за 4 взвешивания на чашечных весах без гирь.

Занятие 26.

Задачи с возрастaми

1. Сыну 10 лет. Его возраст составляет $\frac{2}{7}$ возраста отца. Сколько лет отцу?
2. Сыну 8 лет, его возраст составляет $\frac{2}{9}$ возраста отца. Возраст отца составляет $\frac{3}{5}$ возраста бабушки. Сколько лет бабушке?
3. Возраст отца относится к возрасту сына, как 11 : 2. Сколько лет сыну, если отцу 44 года?
4. Матери 47 лет, троим ее сыновьям 10, 12, 15 лет. Как скоро сумма возрастов сыновей сравняется с возрастом матери?
5. В футбольной команде 11 игроков, их средний возраст равен 22 годам. Во время матча один из игроков выбыл. При этом средний возраст команды стал равен 21 году. Сколько лет выбывшему игроку?
6. Внуку столько же месяцев, сколько лет бабушке. Бабушке с внуком вместе 52 года. Сколько лет бабушке и сколько лет внуку?
7. Дочери в настоящее время 8 лет, а матери 38 лет. Через сколько лет мать будет втрое старше дочери?

8. В семье шестеро детей. Пятеро из них соответственно на 2, 6, 8, 12 и 14 лет старше младшего, причем, возраст каждого ребенка простое число. Сколько лет младшему?

Домашнее задание 26

1. Дочери 12 лет. Ее возраст составляет $\frac{2}{5}$ возраста ее матери. Сколько лет матери?

2. На прямой отметили четыре точки A , B , C и D . Сколько получилось отрезков?

3. Скорый поезд догонит товарный через 21 мин. Найдите расстояние между поездами, если скорость товарного поезда 1,2 км/мин, а скорого – 1,5 км/мин.

4. Когда Гулливер попал в Лилипутию, он обнаружил, что там все вещи ровно в 12 раз короче, чем на его родине. Сможете ли вы сказать, сколько спичечных коробков поместится в спичечный коробок Гулливера?

5. В семье четверо детей, им 5, 8, 13 и 15 лет. Детей зовут Аня, Боря, Вера, Галя. Сколько лет каждому ребенку, если одна девочка ходит в детский сад, Аня старше Бори и сумма лет Ани и Веры делится на 3?

6. Разделите фигуру на рис. 27 на четыре равные фигуры.

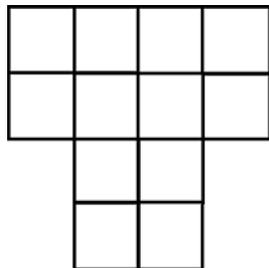


Рис. 27

Занятие 27.

Геометрические фигуры на плоскости.

Длина окружности. Площадь круга

1. Формулы вычисления длины окружности и площади круга.
2. Найдите радиус Земли, считая длину земного экватора равной 40 000 км.
3. Как изменится площадь круга, если его радиус увеличить в 3 раза; уменьшить в 5 раз?
4. Диаметр колеса автомобиля равен 60 см. Автомобиль проехал 1 км. Сколько полных оборотов сделало колесо?

5. Пройдет ли медная проволока сечением 4 мм^2 в отверстие диаметром 2,5 мм?

6. Шайба имеет вид кольца, внутренний диаметр которого равен 6 мм. Найдите диаметр шайбы, если известно, что площадь отверстия в 2 раза меньше площади кольца.

Домашнее задание 27

1. Найдите ширину прямоугольника, если его длина на 7 см больше ширины, а полупериметр равен 23 см.

2. Разрежьте квадратный лист на две неравные части так, чтобы из них можно было бы составить треугольник.

3. В книге 200 страниц. Сколько раз цифра 5 напечатана при нумерации страниц?

4. На прямой линии взяли 5 различных точек. Сколько различных отрезков с концами в этих точках можно образовать?

5. Вдоль дороги через каждый километр стоят столбы. Во сколько раз отрезок дороги, отмеченный ста столбами, длиннее отрезка дороги, отмеченного десятью столбами?

6. На острове живут два племени: аборигены, которые всегда говорят правду, и пришельцы, которые всегда лгут. Путешественник с проводником-островитянином отправились в путь и встретили другого островитянина. Проводник, спросив у встречного, какого он племени, сказал путешественнику, что тот говорит о себе, что он – абориген. Кем был этот проводник: пришельцем или аборигеном?

Занятие 28.

Четность

1. Каждый из людей, когда-либо живших на Земле, сделал определенное число рукопожатий. Показать, что число людей, сделавших нечетное число рукопожатий, четно.
2. Покажите, что сумма трех последовательных нечетных чисел нечетна.
3. Почему произведение двух нечетных чисел является нечетным числом?
4. Как вы считаете, какой, четной или нечетной, будет сумма: а) нечетного числа четных чисел; б) четного числа четных чисел; в) нечетного числа четных чисел, г) нечетного числа нечетных чисел.

5. Лист бумаги разрезали на 3 части, некоторые из полученных частей снова разрезали на 3 части, и так несколько раз. Объясните, почему при подсчете нельзя получить в точности 256 частей.

6. Можно ли разменять 25-ти рублевую купюру одиннадцатью купюрами достоинством 1, 3 и 5 руб.?

7. Петя и Миша играют в такую игру. Петя берет в каждую руку по монетке: в одну – 10 коп, а в другую – 15 коп. После этого содержимое левой руки он умножает на 4, 10, 12, а содержимое правой руки на 7, 13, 21. Затем Петя складывает два получившихся произведения и называет Мише результат. Может ли Миша, зная этот результат, определить, в какой руке у Пети – правой или левой – монета достоинством 10 коп? Если может, то почему?

Домашнее задание 28

1. Можно ли разменять 25-ти рублевую купюру десятью купюрами достоинством 1, 3 и 5 руб.?

2. Запишите все трехзначные числа, сумма цифр которых равна 3.

3. Из города выехал велосипедист со скоростью 13,4 км/ч. Через 2 часа вслед за ним выехал другой велосипедист, скорость которого 17,4 км/ч. Через сколько часов после своего выезда второй велосипедист догонит первого?

4. Что обойдется дороже: покупка 19 сливочных мороженых или покупка 14 шоколадных, если шоколадное мороженое в $1\frac{1}{3}$ раза дороже сливочного?

5. Белоснежка вырезала из батиста большой квадрат и положила его в сундук. Пришел Первый Гном, достал квадрат, разрезал его на четыре квадрата и положил все четыре снова в сундук. Потом пришел Второй Гном, достал один из квадратов, разрезал его на четыре части и положил все четыре снова в сундук. Потом пришел Третий Гном ... Тоже самое проделали все остальные Гномы. Сколько квадратов лежало в сундуке после того, как ушел Седьмой Гном?

6. Вычеркните в числе 4000538 пять цифр так, чтобы оставшееся число стало наибольшим.

Занятие 29.

Объемы простейших тел в пространстве

1. Прямоугольный параллелепипед и его объем.

2. Объемы цилиндра и шара.

3. Длина, ширина и высота параллелепипеда равны 8, 4 и 2 см соответственно. Найдите длину ребра куба, имеющего такой же объем.

4. Найдите объем шара, если его радиус равен 3 см; 1,5 м.

5. Диаметр Земли в 4 раза больше диаметра Луны. Во сколько раз объем Земли больше объема Луны?

6. Резервуар для нефти имеет форму полушара радиуса 8 м. Сколько нефти он вмещает?

Домашнее задание 29

1. Расстояние между двумя машинами, едущими по шоссе, равно 200 км. Скорости машин: 60 км/час и 80 км/час. Какое расстояние будет между ними через час?

2. Есть 9 кг крупы и чашечные весы с гирями 50 и 200 г. Как в три приема отвесить 2 кг крупы?

3. Миша говорит: «Позавчера мне было 10 лет, а в следующем году мне исполнится 13 лет». Может ли такое быть?

4. Учитель задал на уроке трудную задачу. В результате количество мальчиков, решивших задачу, оказалось равно количеству девочек, не решивших. Кого в классе больше: решивших задачу или девочек?

5. На складе хранятся гвозди в ящиках по 24, 23, 17 и 16 кг. Можно ли отправить со склада 100 кг гвоздей, не распечатывая ящики?

6. В трех ящиках находятся мука, крупа и сахар. На первом написано «крупа», на втором – «мука», на третьем – «крупа или сахар». Причем содержимое каждого ящика не соответствует надписи. В каком ящике что находится?

Занятие 30. Комбинаторика

1. В алфавите племени АУАУ имеется две буквы – «А» и «У». Сколько различных слов по три буквы в каждом можно составить, используя алфавит этого племени?

2. Запишите все двузначные числа, которые можно составить из цифр 0, 1, 2, используя при записи каждую цифру один раз. Сколько получится чисел, если каждую цифру использовать не один раз?

3. В четверг в первом классе должны быть три урока: русский язык, математика и физкультура. Сколько различных вариантов расписания можно составить на этот день?

4. Из четырех игр: шашки, лото, конструктор и эрудит – надо выбрать две. Сколькими способами можно осуществить этот выбор?

5. Дано число 4352. Запишите все числа, большие данного, которые можно получить с помощью перестановки цифр этого числа.

6. Начертите окружность и отметьте на ней три точки. Обведите получившиеся при этом дуги карандашами разного цвета. Сколько карандашей вам понадобилось? Сколько дуг у вас получилось?

7. Сколькими способами три друга могут поделить между собой два банана, две груши и два персика так, чтобы каждый получил по два различных фрукта?

8. В телеигре участвуют пять человек, из них трое выходят в финал. Сколько существует различных вариантов тройки финалистов?

9. Вася закрыл свой велосипед на замок с кодом, составленный из двух цифр и обратил внимание, что сумма их цифр равна 10. На завтра он забыл этот код, но к счастью, запомнил сумму кода цифр. Он решил выписать все возможные варианты на листочке. Сколько пройдет времени, и Вася наверняка сможет освободить свой велосипед, если на проверку одного кода ему нужна одна минута?

Домашнее задание 30

1. Сколькими способами можно выбрать два цветка, если есть васильки, маки, ромашки и тюльпаны. Сколько получится таких пар, если их составлять из двух разных цветков?

2. Имеются ручки четырех цветов: красные, синие, зеленые, черные – и два вида записных книжек. Сколько различных наборов из ручки и записной книжки можно составить из этих предметов?

3. Сколько существует двузначных чисел, у которых первая цифра больше второй?

4. От Заречной до Мухино Петя шел 0,8 часа со скоростью 5,5 км/ч, а от Мухино до Каменки ехал на велосипеде 1,4 часа со скоростью 12,5 км/ч. На сколько километров Мухино дальше Каменки, чем от Заречной?

5. Если школьник купит 11 тетрадей, то у него останется 5 руб. А на 15 тетрадей у него не хватает 7 руб. Сколько денег у школьника?

6. Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна 26. Найдите уменьшаемое.

Занятие 31. Математические игры, стратегии

1. Аня и Ваня выписывают восьмизначное число, ставя цифры по очереди, начиная со старшего разряда. Начинает Аня. Может ли Ваня добиться, чтобы получившееся число делилось на 9?

2. Играют двое. Первый пишет на доске ненулевую цифру, второй приписывает справа к ней некоторую цифру. Затем первый приписывает слева к получившемуся числу некоторую цифру. Первый стремится к тому, чтобы получившееся на доске трехзначное число делилось на 11, а второй хочет ему помешать. Кто выигрывает при правильной игре?

3. Алеша Попович и Добрыня Никитич воюют с девятиглавым змеем. По очереди богатыри ходят к его пещере и отрубают одну, две или три головы. Как начавшему бой Алеше обрести славу победителя змея, то есть отрубить последнюю голову?

4. Имеются две кучи камней. Двое играющих берут по очереди камни. Разрешается взять один камень из любой кучи или по одному камню из обеих куч. Выигрывает взявший последние камни. При каком числе камней в кучах выиграет начинающий?

5. В одной куче 18 конфет, а в другой – 23. Двое по очереди съедают одну из куч, а другую делят на две кучи. Кто не может поделить (если в куче одна конфета), проигрывает. Есть ли у начинающего выигрышная стратегия?

6. Имеются одинаковые кучи камней. Двое играющих берут по очереди любое число камней из любой кучи, но только из одной. Выигрывает взявший последние камни. Кто выиграет при правильной игре, если было 2 кучи камней?

Домашнее задание 31

1. В правительстве 20 министров. По крайней мере, один из них честен. Из любых двух министров хотя бы один продажен. Сколько честных министров?

2. В чемпионате страны по хоккею участвует 14 команд. Каждая две команды должны сыграть между собой один матч. Сколько матчей должно быть сыграно в чемпионате?

3. Пять участников олимпиады набрали по 15, 14, 13 баллов и заняли первое, второе и третье места, а вместе они набрали 69 баллов. Сколько участников заняли каждое призовое место?

4. Заяц пробегает 500 м за 25 сек., собака – 300 м за 10 сек. За какое время собака догонит зайца, если расстояние между ними было 120 м?

5. В первенстве по шахматам участвуют 5 команд. Каждая две команды должны сыграть между собой один матч. Докажите, что в любой момент состязаний имеются две команды, сыгравшие одинаковое количество матчей.

6. Один из пяти братьев разбил окно. Андрей сказал: «Это или Витя, или Толя». Витя сказал: «Это не я и не Юра». Толя сказал: «Вы оба говорите неправду». Дима сказал: «Нет, один из них сказал правду, а другой солгал». Юра сказал: «Нет, Дима, ты не прав». Отец знает, что не менее трех братьев сказали правду. Кто разбил окно?

Занятие 32.

Инварианты, конструкции

1. На столе стоят 7 стаканов дном вверх. Разрешено переворачивать одновременно любые два из них. Можно ли поставить все стаканы дном вниз?

2. Круг разбит на 6 секторов. В секторах стоят 6 шашек, по одной в каждой. За один ход разрешается передвинуть 2 шашки, на один сектор каждую, в одинаковых или противоположных направлениях. Можно ли за несколько ходов собрать все шашки в одном секторе?

3. Каждая из расположенных по кругу 12 ламп может находиться в одном из двух состояний: гореть или не гореть. За один ход можно изменить состояние любых трех ламп, расположенных подряд. Вна-

чале горит только одна лампа. Можно ли добиться того, чтобы горели все 12 ламп?

4. Даны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Разрешено к любым двум из них прибавить по единице. Можно ли за несколько шагов уравнять эти числа?

5. Можно ли раскрасить ребра куба тремя красками, чтобы к каждой вершине сходились ребра всех трех цветов?

6. В начале во всех клетках таблицы 3×3 стоят нули. Можно выбрать квадрат 2×2 и увеличить на 1 все четыре его числа. Удастся ли за несколько таких операций получить изображенную на рис. 28 таблицу?

4	9	5
10	18	12
6	13	7

Рис. 28

Домашнее задание 32

1. Когда у пастуха спросили, сколько у него овец, он ответил, что 60 овец пьют воду, а остальные 0,6 всех овец пасутся. Сколько же всего овец?

2. Сумма цифр двузначного числа равна 12. Если цифру десятков умножить на 2, а цифру единиц на 3 и сложить оба произведения, то в сумме получится 29. Найдите это число.

3. Который сейчас час, если до конца суток осталось $\frac{3}{5}$ того, что уже прошла от начала суток?

4. На одной чаше весов лежит кусок мыла, а на другой $\frac{3}{4}$ такого же куска и еще $\frac{3}{4}$ кг. Весы в равновесии. Сколько весит весь кусок?

5. Что быстрее: а) проехать весь путь на велосипеде или б) $\frac{2}{3}$ пути – на мотоцикле, что в 2 раза быстрее, чем на велосипеде; и $\frac{1}{3}$ – пешком, что в 2 раза медленнее?

6. Мальчик заменил каждую букву своего имени порядковым номером этой буквы в русском алфавите. Получилось число 510 141. Как звали мальчика?

Приложение.
**Варианты школьных и городских олимпиад
 по математике для 5 класса**

Вариант 1

1. Найдите способ, как разложить семь алмазов в четыре одинаковые шкатулки, чтобы вес всех шкатулок получился одинаковым, если вес алмазов 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 г.
2. Цифра десятков в записи некоторого двузначного числа втрое больше числа единиц. Если эти цифры переставить, то получится число, меньше данного на 36. Найдите исходное число.
3. В феврале некоторого года было 2 505 600 сек. Високосным ли был этот год?
4. Три пятиклассника купили 14 пирожков, причем Коля купил в два раза меньше, чем Вася, а Женя – больше Коли, но меньше Васи. Сколько пирожков купил каждый?
5. Нарисуйте 8 точек и соедините их отрезками так, чтобы отрезки не пересекались и из каждой точки исходили ровно 4 отрезка.

Вариант 2

1. Десять работников должны были закончить работу за 8 дней. Когда они проработали 2 дня, выяснилось, что надо закончить работу через 2 дня. Сколько еще надо нанять работников?
2. Компьютер умножает число на 2, затем из этого результата вычитает число K , затем умножает результат на 2 и снова вычитает K и так далее. Эту операцию он выполняет 100 раз. Придумайте число, которое после работы на компьютере не изменится.
3. Из 18 одинаковых кубиков сложили прямоугольный параллелепипед высотой 3 кубика. Найдите площадь поверхности параллелепипеда, если площадь поверхности одного кубика равна 1 см^2 .
4. Сумма шести различных натуральных чисел равна 22. Найдите эти числа.
5. Решите уравнение: $(x - (x - \dots - (x - 1) \dots)) = 1$, где в левой части 10 пар скобок.

Вариант 3

1. Аня выполнила действия: $2007 \cdot 2009 \cdot 2011 - 2008 \cdot 2010$. Какова последняя цифра ответа?
2. Пять кошек поймали 5 мышек за 5 мин. Сколько кошек поймут 10 мышек за 10 мин?
3. Среднее арифметическое шести чисел равно 345, а среднее арифметическое четырех других чисел равно 555. Чему равно среднее арифметическое всех других чисел?
4. У двух мальчиков был один велосипед, на котором они отправились в соседнюю деревню. Ехали по очереди, но всякий раз, когда один ехал, другой шел пешком, а не бежал. При этом они ухитрились прибыть в деревню намного быстрее, чем если бы оба шли пешком. Как им это удалось?
5. Напишите в строку пять чисел, чтобы сумма любых двух соседних была отрицательной, а сумма всех чисел положительной.

Вариант 4

1. Разделите головку сыра в виде таблетки на 8 равных частей тремя разрезами.
2. Восстановите пример: $** + ** = 197$.
3. Известно, что 4 карандаша и 3 тетради стоят 96 руб., а 2 карандаша и 2 тетради – 54 руб. Сколько стоят 8 карандашей и 7 тетрадей?
4. Три сосуда вместимостью 20 л наполнены водой, причем в первом – 11 л, во втором – 7 л, а в третьем – 6 л. Как разлить воду поровну по трем сосудам, если разрешается переливать в сосуд только такое количество воды, сколько в нем уже имеется?
5. Вася задумал число, прибавил к нему один, сумму умножил на два, произведение разделил на три и отнял от результата четыре. Получил шесть. Какое число задумал Вася?

Вариант 5

1. Сумма двух чисел равна 80, а их разность равна 8. Найдите эти числа.
2. На поляне паслись ослы. К ним подошли несколько ребят. «Сядем по одному на осла», – предложил старший из ребят. Двум

мальчикам ослов не хватило. «Слезайте, сядем по двое на осла», – снова предложил старший. Один осел остался без седока. Сколько ослов и сколько мальчиков было на поляне?

3. Используя цифру 4 четыре раза, скобки, знаки действий, представьте все числа от 0 до 10.

4. Костя разложил на столе 5 камешков на расстоянии 3 см один от другого. Каково расстояние от первого камешка до последнего?

5. Два муравья отправились в гости к стрекозе. Один всю дорогу прополз, а второй половину пути ехал на гусенице, что было в два раза медленнее, чем ползти, а вторую половину пути скакал на кузнечике, что было в 10 раз быстрее. Какой муравей первым придет в гости, если они вышли одновременно?

Вариант 6

1. В магазин привезли 223 л масла в бидонах по 10 и 17 л. Сколько было бидонов?

2. В одном ряду 8 камешков на расстоянии 2 см один от другого. В другом ряду 15 камешков на расстоянии 1 см один от другого. Какой ряд длиннее?

3. Как из восьмилитрового ведра с молоком отлить 1 л с помощью трехлитровой банки и пятилитрового бидона?

4. Сумма двух последовательных четных чисел равна 150. Найдите их.

5. Из двух пунктов, расстояние между которыми равно 100 км, выехали одновременно навстречу друг другу два всадника, скорость одного – 15 км/час, другого – 10 км/час. Вместе с первым бежала собака со скоростью 20 км/час. Встретив второго всадника, она повернула назад и побежала к первому, добежав до него, она снова повернула и так бегала между ними до тех пор, пока всадники не встретились. Сколько километров пробежала собака?

Вариант 7

1. Замените знак звездочки в числе *43* цифрами так, чтобы число делилось на 45.

2. Является ли число $12345 \times 6789 + 789 \times 654321$ простым?

3. Пять лет назад брату и сестре вместе было 8 лет. Сколько лет им будет вместе через 5 лет?

4. Кирпич весит 2 кг и еще полкирпича. Сколько весит кирпич?

5. В ящике лежат 100 черных и 100 белых шаров. Какое наименьшее число шаров надо вытащить, не заглядывая в ящик, чтобы среди них наверняка было 2 шара одного цвета?

Вариант 8

1. Сумма трех последовательных чисел равна 330. Найдите эти числа.

2. Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна 26. Найдите уменьшаемое.

3. Когда отцу было 27 лет, сыну – 3 года. Сейчас сыну в три раза меньше лет, чем отцу. Сколько лет каждому из них сейчас?

4. Установите закономерность в последовательности и запишите еще три числа: 253, 238, 223, 208, 193.

5. В бутылке, стакане, кувшине и банке налито молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в бутылке, сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом, в банке – не лимонад и не вода. Стакан стоит около банки и сосуда с молоком. Куда налита каждая жидкость?

Вариант 9

1. Сколько нулей стоит в конце числа, равного произведению чисел от 3 до 33 включительно?

2. Найдите наибольшее четырехзначное число, две средние цифры которого образуют число, в 6 раз большее числа тысяч и в 3 раза большее числа единиц этого числа.

3. В пятом классе учеников в 3 раза больше, чем классов в школе, а девочек в 6 раз больше, чем мальчиков в одиннадцатом классе. Можно ли так рассадить пятый класс, чтобы в каждом ряду, в классе три ряда, сидело одинаковое число мальчиков?

4. Известно, что 115 т перевозят 21 автомобилем, грузоподъемность которых 3, 5 и 8 т. Пяти- и восьмитонных машин в два раза больше, чем трехтонных. Найти число пятитонных автомобилей.

5. Имеется 25 шариков одинаковых размеров, но 24 одного веса, а один легче остальных. Как тремя взвешиваниями на весах с двумя чашечками без гирь найти легкий шарик?

Вариант 10

1. Трехзначное число, в записи которого нет нулей, обладает свойством: сумма цифр десятков и сотен равна цифре единиц. Записать все такие числа, которые делятся на 9.

2. Расшифровать запись, заменив звездочки цифрами:
 $** \times ** = 1 + **$.

3. Часть пути от A до B идет в гору, часть – горизонтально, часть – под гору. Путь под гору в 5 раз меньше горизонтального и на 85 км меньше, чем в гору. Найти длины этих участков, если весь путь равен 407 км.

4. Найдите площадь прямоугольника, если его длина на 4 см больше ширины, а полупериметр равен 18 см.

5. Труба заполняет резервуар кубической формы за один час. За сколько времени две такие же трубы заполнят куб, который в четыре раза выше исходного?

Ответы и подсказки

Занятие 1

1. Ответ: 3 сестры и 4 брата.
2. Ответ: 22 и 8 тетрадей.
3. Ответ: 8 копеек.
4. Подсказка: некоторые цифры (0, 8, 6, 9) обладают интересным свойством, используя которое и находим решение.
5. Ответ: 7 индюков, 4 жеребят.
6. Ответ: Витя – 15 кг, Вова – 12 кг.
7. Ответ: дом стоит 2 000 руб.
8. Ответ:
 $(5 + 5 + 5) : 5 = 3$
 $(5 \cdot 5 - 5) : 5 = 4$
 $(5 - 5) \cdot 5 + 5 = 5$
 $(5 \cdot 5 + 5) : 5 = 6$
 $(5 + 5) : 5 + 5 = 7$
 $5 \cdot 5 + 5 \cdot 5 = 50$
 $(5 + 5) \cdot 5 + 5 = 55$

9. Ответ:
 $6\ 2\ 8\ 7\ 5\ 0$
 $6\ 2\ 8\ 7\ 5\ 0$
 $+ 6\ 2\ 8\ 7\ 5\ 0$
 $6\ 2\ 8\ 7\ 5\ 0$
 $6\ 2\ 8\ 7\ 5\ 0$

 $3\ 1\ 4\ 3\ 7\ 5\ 0$

10. Ответ: у Даши 4 шарика.

Домашнее задание 1

1. Указание: один из вариантов. Крестьянин перевозит козу, затем возвращается за волком, меняет волка на козу, затем перевозит капусту, и напоследок перевозит козу.

2. Ответ: 14 овец.
3. Ответ: 27 слив.
4. Ответ: 63 яблока.
5. Указание:

8 литров	5 литров	3 литра
8	-	-
3	5	-
3	2	3
6	2	-
6	-	2
1	5	2
1	4	3
4	4	-

6. Ответ: 15 и 5 лет.

Занятие 2

3. Ответ: пятак делает два оборота.
4. Ответ: надо провести линию, аналогичную той, что отделяет белое от черного.
5. Ответ: сейчас три часа.
6. Ответ: надо разделить фигуру на уголки.

Домашнее задание 2

1. Ответ: 28 треугольников.
2. Ответ: разбить на 5 равных секторов, один из которых разбить на 4 сектора.
3. Ответ: можно разбить на 4 квадрата, на 4 треугольника, на 4 прямоугольника.
4. Указание: разбиваем на три группы по 7 монет в каждой.
5. Указание: заполняем 4-х литровый сосуд, переливаем из него в 5-литровый, затем заполняем 4-х литровый и из него доливаем в 5-литровый и так далее.
6. Ответ: 1 мин. 59 сек.

Занятие 3

Домашнее задание 3

1. Ответ: разрезаем на «крестики».
2. Ответ: мальчики на лодке плывут к другому берегу. Один из них остается там, другой возвращается. Один солдат переправляется, вылезает, а мальчик возвращает лодку. И так далее...
3. Ответ: 1 руб. стоил кафтан.
4. Ответ: 27 треугольников.
5. Ответ: $15 = (1 + 2 + 3) \cdot (7 - 2 \cdot 3)$ и $57 = 1 + 2 + 3 \cdot (7 - 2) \cdot 3$.
6. Ответ: 8 кг.

Занятие 4

5. Ответ: 58 см.
6. Ответ: 85 и 255 мм.

Домашнее задание 4

1. Ответ: 19 см.
2. Ответ: 19 и 31 см.
3. Ответ: 15 кур и 4 овцы.
4. Ответ: $31 \cdot 84$.
5. Ответ: сумма цифр нечетных чисел на 49 больше суммы цифр четных. Указание: Запишем 2 ряда чисел:

1	3	5	...	97	99
2	4	...	98	100	
6. Ответ: $33 \cdot 3 + 3 : 3 = 100$.

Занятие 5

3. Ответ: 1155, 3150, 4155, 6150, 7155, 9150.
4. Ответ: 15 руб.
5. Ответ: 315.
6. Ответ: треугольник и квадрат.

Домашнее задание 5

1. Ответ: 60.
2. Ответ: 50 и 40.
3. Ответ: наибольшее число точек пересечения – 6.
4. Ответ: 6 учеников.
5. Ответ: метод деления пополам: меньше 8? И так далее.
6. Ответ: 130 ступенек.

Занятие 6

4. Ответ: 6, 9, 3, 2.
5. Ответ: 5 коп – второму крестьянину.
6. Ответ: 10 галок, 6 берез.
7. Ответ: по $1/6$ части яблока.
8. Ответ: 5 и 7 груш.

Домашнее задание 6

1. Ответ: 24 года.
2. Ответ: 56 и 40 коп.
3. Ответ: 8, 36, 77 лет.
4. Ответ: 3 и 7 коп.
5. Ответ: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63.
6. Ответ: 1 ручка стоит 35 коп., ученик имел 3 руб. 91 коп.

Занятие 7

2. Ответ: а) 1; б) 1, 2, 3; в) 1, 2, 3, 4, 5, 6.
3. Ответ: а) 6; б) 11; в) 15.
4. Ответ: 6.
5. Ответ: 12.
6. Ответ: а) 4; б) 3.
7. Ответ: $5 \cdot 4 = 20$.

Домашнее задание 7

2. Ответ: на 5 частей.
3. Ответ: 0.
4. Ответ: 10 м.
5. Ответ: 84 года и 7 лет.
6. Ответ: 36 кусков.

Занятие 8

1. Ответ: 18 углов (включая развернутые).
2. Ответ: 45° ; 20° .
3. Ответ: а) в 14 ч; б) в 16 ч; в) в 18 ч.
4. Ответ: 150° .
5. Ответ: 45° .
6. Ответ: да.

Домашнее задание 8

2. Ответ: 108° и 72° .
3. Ответ: если расстояние не больше 2 см.
4. Ответ: 30 кг масса мешка с крупой и 60 кг масса мешка с мукой.
5. Ответ: $99 + 99 : 99$.
6. Ответ: рассвет был в 6 часов утра.

Занятие 9

1. Ответ: а) 30 мм; б) 95 мм; в) 125 мм.
3. Ответ: 10 см.
4. Ответ: а) 8 см; б) 63 мм; в) 38 мм.
5. Ответ: 31 и 35.
6. Ответ: а) 5; б) 24.
8. Ответ: -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3.

Домашнее задание 9

2. Ответ: 1 кг.
3. Ответ: 90 см.
4. Ответ: верно. Наташа собрала грибов больше, чем Алеша, а Ира не меньше, чем Витя.
5. Ответ: 19.
6. Ответ: 5 лет сыну; 8 лет дочери; 30 лет матери.

Занятие 10

1. Ответ: 17 орехов.
2. Ответ: $5x - 3y$.
3. Ответ: $2x - x = x$.
4. Ответ: $a^2 + 2ab + b^2$; $(a - b) \cdot (a + b)$; $a^2 - 2ab + b^2$.
5. Ответ: 3; 2; 1; 0.
6. Ответ: а) 17; б) 451.
7. Ответ: 57.
8. Ответ: 7 овец у Ивана и 5 овец у Петра.
9. Ответ: $70 - 6 \cdot a$; где a принимает значения от 1 до 11.

Домашнее задание 10

1. Ответ: 4,5 кг.
2. Ответ: $3 \cdot (3 + 3 : 3 - 3)$; б) $3 \cdot (3 + 3 : 3) - 3$; в) $(3 \cdot 3 + 3) - 3$.
3. Ответ: 8 чисел.
4. Ответ: 11 пирожных.
5. Ответ: да.
6. Ответ: можно.

Занятие 11

1. Ответ: оставшихся страниц больше в 5 раз.
2. Ответ: 215.
3. Ответ: AB длиннее CD ; AD длиннее AC ; CB длиннее CD .
4. Ответ: третья школа собрала больше макулатуры. Можно.
5. Ответ: 9 автобусов.
6. Ответ: 14 лет.
7. Ответ: 5 л бензина весят больше 3 л воды; 6 л бензина весят больше 4 л воды; 5 л воды весят больше 7 л бензина.
8. Ответ: 5; 6; 7; 8; ...; 20.

Домашнее задание 11

1. Ответ: на 24 см.
2. Ответ: 1 руб. 69 коп.
4. Ответ: с помощью трехлитровой банки нальем 6 л воды в ведро. Еще раз нальем 3 л воды в банку и наполним семилитровое ведро доверху. Тогда в банке останется 2 л воды, которую выльем в

кастрюлю. Добавим к ним 3 л воды с помощью банки, получим всего 5 л воды. Возможны и другие варианты.

5. Ответ: поскольку 4 щуки составляют половину улова, то весь улов – 8 щук.

6. Ответ: всего 10 чисел.

Занятие 12

Домашнее задание 12

1. Ответ: всем досталось поровну.

2. Ответ: я выпил чашку кофе и чашку молока: $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1$.

3. Ответ: 3/4; 5/6.

4. Ответ: через 28 лет.

5. Ответ: 120 дней.

6. Ответ: удары через 2 сек., то есть 9 ударов – через 16 сек.

Занятие 13

Домашнее задание 13

1. Ответ: исходное трехзначное число.

2. Указание: разложить на множители, получим $111 \cdot 1001 = 3 \cdot 37 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$.

3. Ответ: 600 стр.

4. Ответ: 30 и 50.

5. Ответ: Ване 15 лет.

6. Ответ: цифра 8, $\frac{1}{7} = 0,(142857)$.

Занятие 14

1. Ответ: $\frac{31}{365}; \frac{28}{365}; \frac{30}{365}$.

2. Ответ: 20 мин по математике; 20 мин по географии.

3. Ответ: 150 руб.

4. Ответ: а) сколько метров проволоки отрезали; б) и г) сколько метров проволоки осталось; в) сколько метров проволоки осталось после первого раза.

5. Ответ: $18 + 15 = 33$ км.

6. Ответ: 6/11 поля засеяли во второй день.

7. Ответ: 9 л молока осталось.

Домашнее задание 14

1. Ответ: 14/17; в первый час на 4/17 меньше.

2. Ответ: 180 км.

3. Ответ: 10; 11; и 12.

4. Ответ: 3 часа; 4 часа и 3 часа 30 мин.

6. Ответ: $9 \cdot 6 = 54$.

Занятие 15

1. Ответ: диагональ больше стороны квадрата; диагональ образует со стороной квадрата угол 45° . Диагонали квадрата пересекаются под прямым углом.

2. Ответ: а) 20 см; б) 20 см.

3. Ответ: нельзя.

4. Ответ: прямоугольник, квадрат.

5. Ответ: это может получиться, если в первом случае разрезы не пересекались между собой, а во втором – пересекались.

6. Ответ: 1206 мм.

7. Ответ: 27 см.

8. Ответ: в два раза.

9. Ответ: на 90° или 180° как по часовой, так и против часовой стрелки.

10. Ответ: $MK = KP = PT = MT$ и $\angle MKP = \angle KPT = \angle PTM = \angle TMK = 90^\circ$.

Домашнее задание 15

2. Ответ: 30 см и 33 см.

3. Ответ: к концу третьего дня.

4. Ответ: $25 + (7 \cdot 3 - 2) = (25 + 7 \cdot 3) - 2 = 44$; $(25 + 7) \cdot 3 - 2 = 94$;
 $25 + 7 \cdot (3 - 2) = 33$.

5. Ответ: 216.

6. Ответ: пересечением может быть точка, отрезок, треугольник, четырехугольник, пятиугольник, шестиугольник, семиугольник или пустое множество.

Занятие 16

1. Ответ: 10.
2. Ответ: два.
3. Ответ: восемь.
5. Ответ: не существует.
6. Ответ: пусть задан треугольник ABC с прямым углом B . На лучах BA и BC отложим отрезки $BP = 2BA$ и $BK = 2BC$. Треугольник BPK будет искомым.
7. Ответ: нет, $57 + 24 \neq 90^\circ$.
8. Ответ: проведите из точки K горизонтальную прямую, а из точки M – вертикальную. Видно, что угол KMD равен сумме острых углов прямоугольного треугольника с катетами в полторы и четыре с половиной клеточки.
9. Ответ: 90° .

Домашнее задание 16

1. Ответ: 90° ; 1° ; 89° .
3. Ответ: $1 \cdot (2 + 3) \cdot 4 \cdot 5 = 100$.
4. Ответ: 2428. Волга длиннее Урала на 1102 км.
5. Ответ: 44 треугольника.
6. Ответ: 173; 192.

Занятие 17

1. Ответ: а) делится; б) делится.
2. Ответ: $531531 = 531 \cdot 1001 = 531 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$.
3. Ответ: $k + 1$.
4. Ответ: а) уменьшится в 5 раз; б) увеличится в 5 раз; в) уменьшится в 5 раз.
5. Ответ: на 12.
6. Ответ: делится, так как каждое слагаемое делится на 13.
7. Ответ: верно.
8. Ответ: а) 2; б) 3; в) 11.
9. Ответ: две.
10. Ответ: 120 мин.
11. Ответ: а) делится и на 2, и на 9; б) делится и на 15, и на 2.

Домашнее задание 17

1. Ответ: на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 15, 30, 60.
2. Ответ: а) 6; б) 1; в) 2; г) 9.
3. Ответ: 100 делится на 4.
4. Ответ: в 7,665 раза.
5. Ответ: 15.
6. Ответ: 1,44 кг сухих яблок; 0,72 кг урюка; 0,54 кг изюма.

Занятие 18

1. Ответ: 29, 22; 29, 21; 29, 12; 29, 11.
2. Ответ: а) 18; б) 109.
3. Ответ: 10 кг.
4. Ответ: а) увеличится в 6 раз; б) уменьшится в 5 раз; в) не изменится.
5. Ответ: а) 0,73; б) 0,2321.
6. Ответ: через 5 часов.
7. Ответ: на 36 руб. 50 коп.
8. Ответ: 10,5 кг и 8,1.

Домашнее задание 18

1. Ответ: 29,33 м.
2. Ответ: 44,1.
3. Ответ: 62 ц; 62 ц; 73 ц.
4. Ответ: 6 чисел.
5. Ответ: тетрадь стоит 15 коп; ручка – 45 коп.

Занятие 19

1. Ответ: а) 1,44; б) 48; в) 0,3.
2. Ответ: 9 см.
3. Ответ: $3 : 9 = 8 : 24$; $2 : 0,5 = 20 : 5$; $\frac{3}{4} : \frac{9}{25} = \frac{5}{12} : \frac{1}{5}$.
4. Ответ: нет; нет.
5. Ответ: 62,5 г.
6. Ответ: 16 мальчиков.
7. Ответ: 18 км.
8. Ответ: 192 болта.
9. Ответ: в 4 раза.

10. Ответ: получающий 600 руб. тратит больше.

Домашнее задание 19

1. Ответ: 18 костюмов.
2. Ответ: останется верной.
3. Ответ: в первом магазине сбор больше.
4. Ответ: всего 11 чисел.
5. Ответ: чтобы получить следующее число, надо умножить предыдущее на 2 и вычесть 1. Значит, недостающее число 17.
6. Ответ: 11 чурбачков. Чурбачков всегда на 1 больше, чем распилов, поскольку первый распил делит бревно на две части, а каждый следующий – прибавляет еще один чурбачек.

Занятие 20

1. Ответ: 0,5 кг масла и 1 кг сахара.
2. Ответ: 140 г свинца и 350 г олова.
3. Ответ: $\frac{3}{4}$ кг черники и $\frac{1}{2}$ кг сахара.
4. Ответ: всем досталось поровну.
5. Ответ: 10^6 .
6. Ответ: 1 кг огурцов.
7. Ответ: за 2008 год Гномик попрос больше. На 110 %.
8. Ответ: 24 кг.
9. Ответ: 726 девочек и 594 мальчика.

Домашнее задание 20

1. Ответ: 10 разрезов – это 20 радиусов, которые делят круглый торт на 20 секторов.
2. Ответ: 5 кг шоколадных конфет и 15 кг карамели.
3. Ответ: «англичан».
4. Ответ: 400 г сои; 240 г ячменя; 96 г желудей; 64 г семян шиповника.
5. Ответ: 40 кг свежих, чтобы получить 2 кг сухих.
6. Ответ: нет, так как число 15 имеет 4 делителя, а добавление даже 3 (т. е. числа 45) дает 6 делителей.

Занятие 21

1. Ответ: а) через 3 ч; б) через 4 ч.
2. Ответ: а) 88 км; б) 132 км.
3. Ответ: а) 28 км; б) 84 км.
4. Ответ: а) 1300 м; б) 3200 м.
5. Ответ: 5 л; 10 л; 15 л; не успеет.
6. Ответ: 42 га; на 6 га.
7. Ответ: за 3 мин.
8. Ответ: на 12 дней.

Домашнее задание 21

1. Ответ: за 12 ч.
2. Ответ: 25 л.
3. Ответ: 11,9 км/ч; 3,5 км/ч.
4. Ответ: 20 чашек.
5. Ответ: $4 : 25$.
6. Ответ: возможный вариант показан на рис. 29.

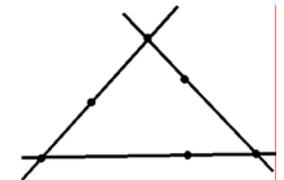


Рис. 29

Занятие 22

Домашнее задание 22

1. Ответ: 77.
2. Ответ: 64 г.
3. Ответ: 4.
4. Указание: сделать вершины исходного квадрата серединами сторон нового.
5. Указание: сложить пополам и снова пополам.
6. Ответ: 24 книги.

Занятие 23

Домашнее задание 23

1. Иллюстрация теоремы Пифагора.
2. Указание: если принять площадь большого квадрата за 20 клеточек, то площади маленьких квадратов должны быть равны четырем клеточкам, и содержать четыре равных треугольника.
3. Указание: каждая равная часть должна содержать пять клеточек.

4. Ответ: 45.
5. Ответ: 64.
6. Ответ: 9 талонов.

Занятие 24

Домашнее задание 24

1. Ответ: философов в 10 раз больше, чем математиков.
2. Ответ: 10 детей.
3. Ответ: не изменится.
4. Ответ: похудел на 2,8 %: $0,75 \cdot 1,2 \cdot 0,9 \cdot 1,2 = 0,972$.
5. Ответ: 15 мин.
6. Ответ: на 1/11.

Занятие 25

Домашнее задание 25

1. Ответ: занумеруем мешки от 0 до 9. Возьмем из каждого мешка столько монет, каков его номер. Если бы все монеты были настоящие, то они весили бы 450 г. Избыток веса совпадает с номером мешка.

2. Решение:

$$\begin{aligned} 10+10+0+0 &= 10+6+4+0 = 10+6+0+4 = 6+6+4+4 = \\ &= 5+6+4+5 = 9+6+0+5+9+6+4+1 = 9+7+4+0 = \\ &= 9+7+0+4 = 8+7+0+5 = 8+10+0+2 = 8+6+4+2 = \\ &= 10+6+2+2. \end{aligned}$$

3. Решение: $8+0+0 = 5+0+3 = 5+3+0 = 2+3+3 = 2+5+1$.
4. Ответ: 75 м и 15 м/сек.
5. Ответ: Белов – рыжий, Чернов – блондин, Рыжов – брюнет.
6. Указание: делим на 3 части перед каждым взвешиванием.

Занятие 26

1. Ответ: 35 лет отцу.
2. Ответ: 60 лет деду.
3. Ответ: 9 лет сыну.
4. Ответ: через 5 лет.
5. Ответ: 32 года игроку.

6. Ответ: 48 лет и 4 года.
7. Ответ: через 7 лет.
8. Ответ: возраст младшего ребенка не может быть четным числом, так как иначе возрасты старших детей не будут простыми числами. Он не может оканчиваться на 1, 3, 7, 9 – иначе возраст одного из старших детей будет делиться на 5. Единственное простое число, удовлетворяющее этим условиям – 5.

Домашнее задание 26

1. Ответ: 30 лет матери.
2. Ответ: 6 отрезков.
3. Ответ: 6,3 км.
4. Ответ: $12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728$ коробков.
5. Ответ: Варе 5 лет; Боре 8 лет; Ане 13 лет; Гале 15 лет.

Занятие 27

Домашнее задание 27

1. Ответ: $S = 120 \text{ см}^2$.
2. Указание: отрезать по прямой линии, соединяющей вершину квадрата и середину смежной стороны.
3. Ответ: $20 + 20 = 40$.
4. Ответ: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$.
5. Ответ: в 11 раз.
6. Ответ: абориген.

Занятие 28

1. Ответ: так как руки образуют пары, то общее число рук четно.
2. Указание: используйте формулу записи нечетного числа.
4. Ответ: при разрезании каждого нового листа количество листов увеличивается на 2, сумма нечетного числа 3 и четного числа – нечетное число.
5. Ответ: сумма четных чисел – четна; сумма четного числа нечетных чисел – четна.
6. Ответ: например, $6 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 2 \cdot 1$.
7. Ответ: если называет нечетное число, то 15 коп в правой руке, если четное число, то 10 коп в правой руке.

Домашнее задание 28

1. Ответ: 102; 111; 201; 210; 300.
2. Ответ: 6,7 часа.
3. Ответ: покупка 19 сливочных мороженых дорожке.
4. Ответ: нет, так как сумма четного числа нечетных чисел – четна.
5. Ответ: $1 + 3 \cdot 7 = 22$ квадрата.
6. Ответ: число 58.

Занятие 29

Домашнее задание 29

1. Ответ: все зависит от того, в какую сторону ехали автомашины. Если навстречу друг другу, то 60 км. Если в разные стороны, то 340 км. Если второй догонял первого, то 180 км. Если второй уходил от первого, то 220 км.

2. Ответ: вначале используем операцию деления пополам, а затем имеющиеся гирьки:

$$9 : 2 = 4,5 \Rightarrow 4,5 : 2 = 2,25 \Rightarrow 2,25 - 0,2 - 0,05 = 2.$$

3. Ответ: да. Пусть Миша родился 31 декабря, а сегодня – 1 января.

4. Ответ: количество девочек совпадает с количеством решивших задачи.

5. Ответ: можно: $4 \cdot 17 \text{ кг} + 2 \cdot 16 \text{ кг} = 100 \text{ кг}$.

6. Ответ: сахар, крупа, мука. В третьем не крупа и не сахар, поэтому – мука, в первом не крупа, но и не мука, то есть – сахар, тогда во втором – крупа.

Занятие 30

1. Ответ: 8 слов.
2. Ответ: а) 10; 12; 20; 21; б) 6 чисел.
3. Ответ: 6 способов.
4. Ответ: 6 способов.
5. Ответ: 8 чисел.
6. Ответ: 6 дуг.
7. Ответ: 6 способов.
8. Ответ: 10 способов.
9. Ответ: 9 минут.

Домашнее задание 30

1. Ответ: 6 способов.
2. Ответ: 8 наборов.
3. Ответ: 45 чисел.
4. Ответ: на 13,1 км.
5. Ответ: 38 руб.
6. Ответ: 13.

Занятие 31

Домашнее задание 31

1. Ответ: ровно один.
2. Ответ: 91.
3. Ответ: первое место – один, а остальные – по два.
4. Ответ: через 12 сек.
5. Ответ: рассуждения от противного.
6. Ответ: Толя.

Занятие 32

Домашнее задание 32

1. Ответ: 150 овец.
2. Ответ: 75.
3. Ответ: 15 час.
4. Ответ: 3 кг.
5. Ответ: одинаково.
6. Ответ: Дима.

Приложение

Вариант 1

1. Ответ: вес одной доли алмазов равен 7 г.
2. Ответ: 62.
3. Ответ: да, так как 2 505 600 не кратно 28.
4. Ответ: Коля – 3 пирожка, Женя – 5, Вася – 6.
5. Ответ: см. рис. 29.

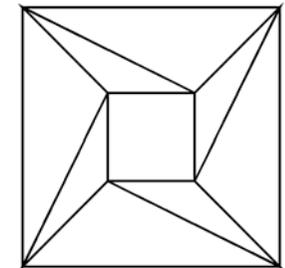


Рис. 29

Вариант 2

1. Ответ: 20 человек.
2. Ответ: число K . Число не изменится после первой операции, если $2x - K = x$. Если оно не изменится после первой операции, то оно не изменится и после сотой.
3. Ответ: 54 и 42 см^3 . Условию задачи удовлетворяет параллелепипед с размерами: $\begin{bmatrix} 3 \times 1 \times 6 \\ 3 \times 2 \times 3 \end{bmatrix}$.
4. Ответ: 1; 2; 3; 4; 5; 7.
5. Ответ: x – любое число, так как после раскрытия скобок переменные x сократятся.

Вариант 3

1. Ответ: 3, так как первое слагаемое оканчивается на 3, а второе – на 0.
2. Ответ: 5 кошек.
3. Ответ: 429, так как сумма всех 10 чисел равна $345 \cdot 6 + 555 \cdot 4 = 4290$.
4. Ответ: первый на велосипеде проезжает половину пути, оставляет велосипед второму и остаток пути идет пешком.
5. Ответ: например: 3; -4; 3; -4; 3.

Вариант 4

1. Ответ: один разрез вдоль поверхности, а два перпендикулярных – поперек.
2. Ответ: $99 + 98 = 197$.
3. Ответ: 204 руб.
4. Ответ: переливания в литрах:
 $11 + 7 + 6 = 4 + 14 + 6 = 8 + 14 + 2 = 8 + 12 + 4 = 8 + 8 + 8$.
5. Ответ: 14, будем двигаться от ответа, с конца или кратко:
 $(4 + 6) \cdot 3 : 2 - 1 = 14$.

Вариант 5

1. Ответ: 36 и 44.
2. Ответ: 6 мальчиков и 4 осла.
3. Ответ: например:

- 4 + 4 - 4 - 4 = 0; 4 : 4 + 4 - 4 = 1; 4 : 4 + 4 : 4 = 2; (4 + 4 + 4) : 4 = 3;
- (4 - 4) × 4 + 4 = 4; (4 × 4 + 4) : 4 = 5; 4 + (4 + 4) : 4 = 6; 4 + 4 - 4 : 4 = 7;
- 4 + 4 + 4 + -4 = 8; 4 + 4 + 4 : 4 = 9; (44 - 4) : 4 = 10.
4. Ответ: 12 см.
5. Ответ: первый: пока второй ехал на гусенице, первый уже добрался до места.

Вариант 6

1. Ответ: 9 семнадцати и 7 десятилитровых.
2. Ответ: одинаковы.
3. Ответ: ход решения в литрах:
 $8 + 0 + 0 = 5 + 0 + 3 = 5 + 3 + 0 = 2 + 3 + 3 = 2 + 5 + 1$.
4. Ответ: 74 и 76.
5. Ответ: 80 км, так как за час всадники сближались на 25 км, следовательно, они встретились через 4 часа.

Вариант 7

1. Ответ: 6435 или 2430.
2. Ответ: нет, оно четно.
3. Ответ: 28 лет.
4. Ответ: 4 кг.
5. Ответ: 3 шара.

Вариант 8

1. Ответ: 109, 110, 111. Если бы каждое из чисел равнялось меньшему из них, то сумма их была бы на 3 меньше заданной.
2. Ответ: 13.
3. Ответ: 12 и 36. Разница в возрасте между отцом и сыном постоянна. Так как сыну в 3 раза меньше лет, чем отцу, то 24 – это удвоенный возраст сына.
4. Ответ: разность между соседними числами – 15. Продолжение последовательности: ..., 178, 163, 148.
5. Ответ: вода – в стакане, лимонад – в бутылке, квас – в банке, молоко – в кувшине.

Вариант 9

1. Ответ: столько же, сколько пятерок, то есть 7.
2. Ответ: 4248.

3. Ответ: число мальчиков равно $m = 3k - 6n$, где k – количество классов, а n – число мальчиков в одиннадцатом классе.

4. Ответ: 6.

5. Ответ: разбиваем на три группы: 9, 9, 7. Помещаем первые две группы на весы. В случае равновесия добавляем два шарика к третьей группе и разбиваем на 3, 3, 3. Снова сравниваем первые две группы, далее в случае равновесия снова разбиваем на 1, 1, 1.

Вариант 10

1. Ответ: 189, 819, 279, 729, 369, 639, 459, 549.

2. Ответ: $10 \times 10 = 1 + 99$.

3. Ответ: под гору – 46 км, горизонтально – 230 км, на гору – 131 км.

4. Ответ: 77 см.

5. Ответ: 32 часа.

Список литературы

1. Подготовительные курсы по математике в СУНЦ НГУ для учащихся 9-х классов: Учеб. Пособие / Д. Г. Храмцов, Г. Я. Куклина, А. Ю. Авдюшенко. Под ред. А. А. Никитина, А. С. Марковичева. Новосибир. гос. ун-т, Специализированный учебно-научный центр НГУ, 2008.

2. Подготовительные курсы по математике в СУНЦ НГУ для учащихся 8-х классов: Учеб. Пособие / Составители: А. М. Быковских, Г. Я. Куклина. Под ред. А. А. Никитина, А. С. Марковичева. Новосибир. гос. ун-т, Специализированный учебно-научный центр НГУ, 2008.

3. Никитин А. А., Белоносов В. С., и др. Геометрия: Учебник для седьмых классов средних общеобразовательных учебных заведений / Под ред. А. А. Никитина. Новосибирск: ИДМИ, 2000.

4. Никитин А. А., Белоносов В. С. и др. Геометрия: Учебник для восьмых-девятых классов средних общеобразовательных учебных заведений / Под ред. А. А. Никитина. Новосибирск: ИДМИ, 2000.

5. Никитин А. А., Белоносов В. С. и др. Математика: Учебник для пятых классов средних общеобразовательных учебных заведений / Под ред. А. А. Никитина. Новосибирск: ИДМИ, 2001.

6. Никитин А. А., Белоносов В. С. и др. Математика: Учебник для шестых классов средних общеобразовательных учебных заведений / Под ред. А. А. Никитина. Новосибирск: НИИ МИОО НГУ, 1998.

7. Никитин А. А., Белоносов В. С. и др. Математика: Учебник для седьмых классов средних общеобразовательных учебных заведений / Под ред. А. А. Никитина. Новосибирск: НИИ МИОО НГУ, 1998.

8. Никитин А. А., Белоносов В. С. и др. Математика: Учебник для восьмых классов средних общеобразовательных учебных заведений / Под ред. А. А. Никитина. Новосибирск: РИЦ НГУ, 2001.

9. Бабинская И. Л. Задачи математических олимпиад. М.: Наука, 1975.

10. Клименченко Д. В. Задачи по математике для любознательных: Книга для учащихся 5–6 классов средней школы. М.: Просвещение, 1992.

11. Спивак А. В. Тысяча и одна задача по математике: Книга для учащихся 5–7 классов. М.: Просвещение, 2002.

12. Шарыгин И. Ф., Ерганжиева Л. Н. Наглядная геометрия: Учеб. пособие для учащихся V–VI классов. М.: МИРОС, 1995.

13. Шрайнер А. А. Олимпиадные задачи. Новосибирск: НГПУ, 1980.

14. Шрайнер А. А. Задачи районных математических олимпиад Новосибирской области. Новосибирск: НГПУ, 2000.

15. Урман А. А., Храмцов Д. Г., Шрайнер А. А. Задачи городских и районных математических олимпиад. Новосибирск: Новосибир. гос. пед. ун-т, Новосибир. гос. ун-т, 2004.

16. Белоносов В. С., Фокин М. В. Задачи вступительных экзаменов по математике: Учеб. пособие. Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2005.

17. Сурмин А. Г., Ерофеев В. И. Вычислительные задачи по математике с решениями: Учеб. пособие. Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2003.

18. Сурмин А. Г., Ерофеев В. И. Задачи по математике, предлагавшиеся на вступительных экзаменах в ВКИ НГУ в 1993–2001 гг. Новосибирск: НГУ, 2001.

19. Барсуков А. Н. Алгебра. Учебник для 6–8 классов. М.: Просвещение, 1970.

20. Звавич Л. И., Аверьянов Д. И., Пигарев Б. П., Трушанина Т. Н. Задания для проведения письменного экзамена по математике в 9 классе: Пособие для учителя. М.: Просвещение, 1996.
21. Полонский В. Б., Рабинович Е. М., Якир М. С. Геометрия: задачник к школьному курсу. М.: АСТ-ПРЕСС: Магистр-S, 1998.
22. Атанасян Л.С., Бутузов А.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия: Учебник для 7–9 классов средней школы. М.: Просвещение, 1994.
23. Атанасян Л. С., Бутузов А. Ф., Кадомцев С. Б., Юдина И. И. Геометрия: Дополнительные главы к школьному учебнику 9 класса. М.: Просвещение, 1997.
24. Киселев А. П., Рыбкин Н. А. Геометрия: Планиметрия: 7–9 классы: Учебник и задачник. М.: Дрофа, 1995.
25. Гусев В. А., Литвиненко В. Н., Мордкович А. Г. Практикум по элементарной математике: Геометрия. М.: Просвещение, 1992.
26. Каганов Э. Д. 400 самых интересных задач с решениями по школьному курсу математики для 6–11 классов. М.: ЮНВЕС, 1997.
27. Гордин Р. К. Это должен знать каждый матшкольник. М.: МНЦМО, 2003.
28. Галицкий М. Л., Гольдман А. М., Звавич Л. И. Сборник задач по алгебре: Учеб. пособие для 8–9 классов с углубленным изучением математики. М.: Просвещение, 2001.
29. Лурье М. В. Задачи на составление уравнений. Техника решения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
30. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. М.: МЦНМО, 2004.
31. Варианты вступительных экзаменов в Школу имени А. Н. Колмогорова / Составители: Н. Б. Алфутова, В. В. Загорский, Т. П. Корнеева, М. В. Смуров, А. В. Устинов. М.: Школа им. А. Н. Колмогорова, Самообразование, 2000.
32. Петраков И. С. Математика для любознательных. М.: Просвещение, 2000.
33. Агаханов Н.Х., Подлипский О.К. Математические олимпиады Московской области. 1993–2002. М.: Изд-во МФТИ, 2003.
34. Агаханов Н. Х., Купцов Л. П., Нестеренко Ю. В., Резниченко С. В., Слинко А. М. Математические олимпиады школьников. 9 класс. М.: Просвещение, 1997.

35. Агаханов Н. Х., Купцов Л. П., Нестеренко Ю. В., Резниченко С. В., Слинко А. М. Математические олимпиады школьников. 10 класс. М.: Просвещение, 1998.
36. Агаханов Н. Х., Купцов Л. П., Нестеренко Ю. В., Резниченко С. В., Слинко А. М. Математические олимпиады школьников. 11 класс. М.: Просвещение, 1999.
37. LXIII Московская математическая олимпиада. М.: МЦНМО, 2000.
38. LXIV Московская математическая олимпиада. М.: МЦНМО, 2001.
39. Кордемский Б. А., Ахадов А. А. Удивительный мир чисел. М.: Просвещение, 1986.
40. Игнатъев Е. И. В царстве смекалки. М.: Наука, 1978.
41. Олехник С. Н., Нестеренко Ю. В., Потапов М. К. Старинные занимательные задачи. М.: Наука, 1988.
42. Кордемский Б. А. Математическая смекалка. СПб.: Манускрипт, 1994.
43. Произволов В. В. Задачи на вырост. М.: Бюро Квантум, 2003. Приложение к журналу «Квант» № 5/2003.
44. Аменицкий Н. Н., Сахаров И. П. Забавная арифметика. М.: Наука, 1991.
45. Зубелевич Г. . Сборник задач московских математических олимпиад. М.: Просвещение, 1971.
46. Сборник задач московских математических олимпиад. Пособие для внеклассной работы по математике / Составитель: А. А. Леман. Под ред. В. Г. Болтянского. М.: Просвещение, 1965.
47. Гальперин Г. А., Толпыго А. К. Московские математические олимпиады / Под ред. А. Н. Колмогорова. М.: Просвещение, 1986.
48. Васильев Н. Б., Гутенмахер В. Л., Работ Ж. М., Тоом А. Л. Заочные математические олимпиады. М.: Наука, 1981.
49. Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки. Киров: АСА, 1994.
50. Каннель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. Как решают нестандартные задачи. М.: МЦНМО, 2004.
51. Дынкин Е. Б., Молчанов С. А., Розенталь А. Л., Толпыго А. К. Математические задачи: Библиотечка физико-математической школы. М.: Наука, 1971.

52. Дынкин Е. Б., Молчанов С. А., Розенталь А. Л. Математические соревнования. Арифметика и алгебра: Библиотечка физико-математической школы. М.: Наука, 1970.
53. Васильев Н. Б., Молчанов С. А., Розенталь А. Л., Савин А. П. Математические соревнования. Геометрия: Библиотечка физико-математической школы. М.: Наука, 1974.
54. Московские математические регаты/ Составитель: А. А. Блинков. М.: МЦНМО, 2001.
55. Фомин Д. В. Санкт-Петербургские математические олимпиады. СПб.: Политехника, 1994.
56. Рукшин С. Е. Математические соревнования в Ленинграде-Санкт-Петербурге. Первые пятьдесят лет. Ростов н/Д.: МарТ, 2000.
57. Берлов С. Л., Иванов С. В., Кохась К. П. Петербургские математические олимпиады. СПб.– М.– Краснодар: Лань, 2003.
58. Задачи Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике 2003 года. Составители: Кохась К. П., Иванов С. В., Храбров А. И. и др. СПб.: Невский диалект; БХВ-Петербург, 2003.
59. Медников Л. Э., Мерзляков А. С. Математические олимпиады. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.
60. Петров Н. Н. Математические игры // Математика в школе. 1997, № 6. М.: Школа-Пресс, 1997.
61. Муштари Д. Х. Подготовка к математическим олимпиадам. Казань: Казанское математическое общество, 2000.
62. Олимпиады по математике, 2–3 классы / Составитель: Г. Т. Дьячкова. Волгоград: ИТД «Корифей», 2008.
63. Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике 2008 года / Составители: С. Л. Берлов, К. П. Кохась, А. И. Храбров и др. СПб.: Невский диалект; БХВ-Петербург, 2008.
64. Фарков А. В. Математические олимпиады. Ко всем программам по математике за 5–6 классы. М.: Изд-во Экзамен, 2008.
65. Фарков А. В. Математические олимпиады. М.: Изд-во Экзамен, 2008
66. Чулков П. В. Математика: Школьные олимпиады: методическое пособие, 5–6 классы / Составитель: П. В. Чулков. М.: Изд-во НИЦ ЭНАС, 2007.
67. Барсуков Е. Г. Необычная математика: хитрые задачки для школьников всех возрастов. М.: ИКЦ «МарТ», Ростов н/Д: ИКЦ «МарТ», 2007.

68. Виленкин Н. Я., Чесноков А. С., Шварцбурд С. И., Жохов В. И. Математика: Учебник для 5 класса средней школы. СПб.: ИЧП «Хардфорд» 1995
69. Дорофеев Г. В., Шарыгин И. Ф. и другие. Учебник для 5 класса общеобразовательных школ. М.: Просвещение, 2000.
70. Козлова Е. Г. Сказки и подсказки. М.: МИРОС, 1994.
71. Арнольд В. И. Задачи для детей от 5 до 15 лет. М.: МЦНМО, 2007.

Содержание

Предисловие.....	3
Занятие 1. Вводное	5
Занятие 2. Знакомство с геометрическими фигурами на плоскости	7
Занятие 3. Геометрические фигуры на плоскости и геометрические тела в пространстве. Многоугольники и многогранники	8
Занятие 4. Геометрические фигуры на плоскости. Отрезок, ломаная	10
Занятие 5. Деление натуральных чисел, признаки делимости	11
Занятие 6. Деление натуральных чисел с остатком. Периодичность остатков	12
Занятие 7. Геометрические фигуры на плоскости. Луч, прямая	14
Занятие 8. Геометрические фигуры на плоскости. Угол и окружность	15
Занятие 9. Числовая прямая. Модуль числа	16
Занятие 10. Действия с числовыми и буквенными выражениями ...	18
Занятие 11. Числовые неравенства	19
Занятие 12. Часть величины и дробь. Действия с дробями	20
Занятие 13. Десятичная запись числа, системы счисления	21
Занятие 14. Действия с обыкновенными дробями.....	22
Занятие 15. Геометрические фигуры на плоскости. Квадрат, прямоугольник	24
Занятие 16. Геометрические фигуры на плоскости. Прямоугольный треугольник	25
Занятие 17. Делители и кратные. Простые и составные числа	26
Занятие 18. Десятичные дроби, действия с десятичными дробями	28
Занятие 19. Пропорции	29
Занятие 20. Текстовые задачи на части и проценты.....	30

Занятие 21. Задачи на работу и движение	32
Занятие 22. Геометрические фигуры на плоскости. Площади	33
Занятие 23. Геометрические фигуры на плоскости. Вычисления площадей на клетчатой бумаге	34
Занятие 24. Задачи на раскраски, замощения и разрезания.....	36
Занятие 25. Задачи на переливания и взвешивания	37
Занятие 26. Задачи с возрастaми	38
Занятие 27. Геометрические фигуры на плоскости. Длина окружности. Площадь круга.....	39
Занятие 28. Четность	40
Занятие 29. Объемы простейших тел в пространстве	42
Занятие 30. Комбинаторика.....	43
Занятие 31. Математические игры, стратегии	44
Занятие 32. Инварианты, конструкции.....	45
Приложение. Варианты школьных и городских олимпиад по математике для 5 класса.....	47
Ответы и подсказки	51
Список литературы.....	69

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Учебное издание

Составители:
Быковских Алла Михайловна,
Куклина Галина Яковлевна

**ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ**
Дополнительные занятия для учащихся **5 классов**

Верстка Т. В. Ивановой

Подписано в печать 10.02.2010
Заказ №

Формат 60x84/16
Усл. печ. л. 4,5
Уч.-изд. л. 5,6
Тираж 300 экз.

Редакционно-издательский центр НГУ
630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 2

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК