Первое уравнение системы при любом значении b имеет два действительных корня, так как его дискриминант $D = (2b - 1)^2 - 4(b^2 - b) = 1 > 0$ и, следовательно, система имеет единственное решение лишь в случае, когда один из корней этого уравнения удовлетворяет условию $x^2 - 4 = 0$, а другой корень этому условию не удовлетворяет.

Пусть $x = 2$ является решением уравнения (*), тогда $4 - (2b - 1) \cdot 2 + b^2 - b = 0$, т.е. $b^2 - 5b + 6 = 0$, откуда $b_1 = 2$, $b_2 = 3$. При $b = 2$ уравнение (*) принимает вид $x^2 - 3x + 2 = 0$ и имеет корни 2 и 1. При $b = 3$ уравнение (*) приводится к виду $x^2 - 5x + 6 = 0$; здесь корни 3 и 2. В обоих случаях второй корень уравнения (*) не равен -2.

Пусть $x = -2$ является решением уравнения (*), тогда $(-2)^2 - (2b - 1) \cdot (-2) + b^2 - b = 0$, т.е. $b^2 + 3b + 2 = 0$, откуда $b_3 = -2$, $b_4 = -1$. Аналогично предыдущему можно проверить, что в обоих случаях второй корень уравнения (*) не равен 2.

Таким образом, исходное уравнение имеет ровно один корень при $b = -2$, $b = -1$, $b = 2$, $b = 3$.

7. *При каких значениях параметра c графики функций $y = cx^2 - x + c$ и $y = cx + 1 - c$ не имеют общих точек?*

Решение. Рассмотрим два случая: $c = 0$ и $c \neq 0$.

Если $c = 0$, то графики функций $y = -x$ и $y = 1$ имеют одну общую точку $(-1; 1)$.

Если $c \neq 0$, то графики функций $y = cx^2 - x + c$ и $y = cx + 1 - c$ не имеют общих точек, если уравнение $cx^2 - x + c = cx + 1 - c$ не имеет действительных решений.

Квадратное уравнение

$$cx^2 - (c + 1)x + 2c - 1 = 0$$

не имеет действительных корней тогда и только тогда, когда его дискриминант D отрицателен.