$$D = 0 \;\Leftrightarrow\; (a+1)^2 - 4\cdot 2\cdot(1-a^2) = 0 \;\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\; 9a^2 + 2a - 7 = 0 \;\Leftrightarrow\; \left[\begin{array}{l} a = \dfrac{7}{9} \\ a = -1. \end{array}\right.$$

Установим теперь, при каких значениях a выполняется второе условие, т.е. оба корня квадратного уравнения равны нулю:

$$x_1 = x_2 = -\frac{a+1}{4} = 0, \quad a = -1.$$

Следовательно, оба корня исходного уравнения равны нулю при $a = -1$.

Замечание. Некоторые учащиеся сразу сводят дело ко второму условию $x_1 = 0$ и $x_2 = 0$, не рассматривая первого $x_1 = x_2$. Но в задачах с параметром так поступать нельзя. Условие $x_1 = x_2$ приводит к уравнению $9a^2 + 2a - 7 = 0$, а условия $x_1 = 0$ и $x_2 = 0$ – к уравнению $-\dfrac{a+1}{4} = 0$. В рассматриваемой задаче один из корней первого уравнения совпал с корнем второго, однако такое счастливое совпадение обнаруживается далеко не всегда. Если эти уравнения не имеют общих корней, то ответ задачи окажется отрицательным: искомых значений a не существует.

6. ***Найдите все значения параметра b, при которых имеет ровно один корень уравнение***

$$\frac{x^2 - (2b-1)x + b^2 - b}{x^2 - 4} = 0.$$

Р е ш е н и е. Данное уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} x^2 - (2b-1)x + b^2 - b = 0 \\ x^2 - 4 \neq 0. \end{cases} \qquad (*)$$