ограничения на значения дробей $\frac{c}{a}$ и $-\frac{b}{a}$. Оказывается, здесь опять работает теорема Виета. В самом деле, если сумма $\left(x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}\right)$ и произведение $\left(x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}\right)$ двух чисел x_1 и x_2 положительны, то и сами числа x_1 и x_2 положительны. Если их произведение $\frac{c}{a}$ положительно, а сумма $-\frac{b}{a}$ отрицательна, то числа x_1 и x_2 отрицательны. Если же произведение $x_1 \cdot x_2$ отрицательно, т.е. $\frac{c}{a} < 0$, то, значит, x_1 и x_2 имеют разные знаки.

12. *При каких значениях параметра* a *уравнение* $\log_2(4^x - a) = x$ *имеет два различных действительных корня*?

Р е ш е н и е. Для всех x, удовлетворяющих условию $4^x - a > 0$, уравнение $\log_2(4^x - a) = x$ равносильно уравнению $4^x - a = 2^x$.

Пусть $2^x = y$, $y > 0$, тогда уравнение $4^x - a = 2^x$ примет вид $y^2 - y - a = 0$ и, следовательно, уравнение $4^x - a = 2^x$ имеет два различных действительных корня, если квадратное уравнение $y^2 - y - a = 0$ имеет два различных положительных корня. Последнее возможно при одновременном выполнении условий $D > 0$, $-a > 0$:

$$\begin{cases} 1 + 4a > 0 \\ -a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -\dfrac{1}{4} \\ a < 0. \end{cases}$$

Итак, для любого действительного значения $a \in \left(-\frac{1}{4}; 0\right)$ уравнение $4^x - a = 2^x$ имеет два различных действительных корня, удовлетворяющих условию $4^x - a > 0$.

В заключение хотелось бы отметить: тот факт, что рассмотренные задачи взяты из практики вступительных экзаменов в вузы, придает им в глазах учащихся большую значимость.