Итак, наименьшее значение функции

$y=1+\dfrac{8}{2x-x^2-3}$ равно $1+\dfrac{8}{-2}=-3.$

Это задание может открыть в X–XI классе серию упражнений по теме «Квадратные трехчлены», при выполнении которых учащиеся вспомнят все факты, изученные по этой теме значительно раньше. Так, при решении первой задачи использовалось преобразование, называемое выделением полного квадрата:

$$ax^2+bx+c=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c=$$

$$=a\left(x^2+2\cdot\frac{b}{2a}\cdot x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}\right)+c=$$

$$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a},\text{ где } a\neq 0.$$

2. *Найдите наибольшее значение* ab, *если*

$$2a+b=6.$$

Р е ш е н и е. Из равенства $2a+b=6$ получим $b=6-2a$, откуда $ab=6a-2a^2$. Таким образом, задача равносильна нахождению наибольшего значения выражения $6a-2a^2$.

Выделим полный квадрат:

$$6a-2a^2=-2(a^2-3a)=-2\left(a^2-2\cdot\frac{3}{2}a+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)=$$

$$=-2\left(a^2-2\cdot\frac{3}{2}a+\frac{9}{4}\right)+(-2)\cdot\left(-\frac{9}{4}\right)=-2\left(a-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}.$$