Таким образом, сумма квадратов корней уравнения принимает наименьшее значение, когда значение выражения $2a^2 + 4a - 3 = 2(a + 1)^2 - 5$ оказывается наименьшим, т.е. при $a = -1$.

Но при $a = -1$ уравнение $x^2 - (2a + 1)x + a^2 + 2 = 0$ *не имеет* действительных корней. Это означает, что следует провести более тщательный анализ поведения функции $y(a) = 2(a + 1)^2 - 5$. Парабола, задающая эту функцию, направлена ветвями вверх и имеет вершину в точке с абсциссой $a = -1$. Значит, при $a \in [-1; +\infty)$ функция $y(a)$ возрастает, и, следовательно, первое значение, которое ей разрешено принимать, будет минимальным. Поскольку $a \geq \frac{7}{4}$, «первым» значением функции $y(a)$ оказывается то, которое достигается при $a = \frac{7}{4}$. Следовательно, сумма квадратов корней этого уравнения принимает наименьшее значение при $a = \frac{7}{4}$.

В классе следует еще раз подчеркнуть, что при решении использовалась только та информация, с которой учащиеся знакомы еще с IX класса, в частности теорема Виета:

если x_1, x_2 – действительные корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, то

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Все четыре задания объединены не только общей темой, но и общим способом преобразования трехчлена – способом выделения полного квадрата. Этот способ трудно воспринимается учащимися, но весьма эффективен в задачах на нахождение наибольшего и наименьшего значений.

5. *При каких значениях параметра* a *оба корня уравнения* $2x^2 + (a + 1)x + 1 - a^2 = 0$ *равны нулю?*

Р е ш е н и е. Выясним сначала, при каких значениях a выполняется первое условие, т.е. уравнение имеет равные корни: