Вариант № 2887077

1. B 1 № 282847. На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и залил в бак 28 литров бензина по цене 28 руб. 50 коп. за литр. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

Решение.

Цена бензина составляет $28 \cdot 28{,}5 = 798$ руб. Поэтому причитающаяся сдача 202 рубля.

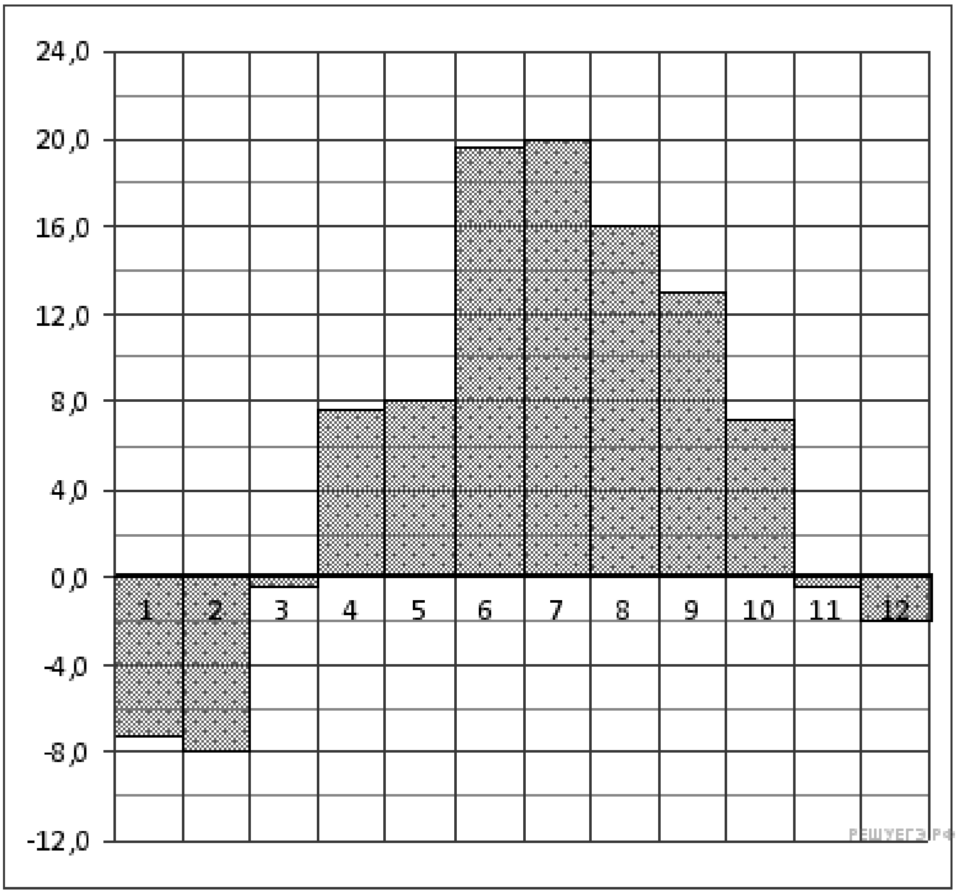
2. B 2 № 77365. Держатели дисконтной карты книжного магазина получают при покупке скидку 5%. Книга стоит 200 рублей. Сколько рублей заплатит держатель дисконтной карты за эту книгу?

Решение.

Скидка на покупку составит $200 \cdot 0{,}05 = 10$ рублей. Значит, держатель дисконтной карты заплатит за книгу $200 - 10 = 190$ рублей.

Ответ: 190.

3. B 3 № 27516. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру во второй половине 1999 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Решение.

Из диаграммы видно, что наименьшая среднемесячная температура во второй половине года составляла −2 °C (см. рисунок).

Ответ: −2.

4. B 4 № 77361. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трех городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Тверь	Липецк	Барнаул
Пшеничный хлеб (батон)	11	12	14
Молоко (1 литр)	26	23	25
Картофель (1 кг)	9	13	16
Сыр (1 кг)	240	215	260
Мясо (говядина) (1 кг)	260	280	300
Подсолнечное масло (1 литр)	38	44	50

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 2 батона пшеничного хлеба, 3 кг картофеля, 1,5 кг говядины, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

Решение.

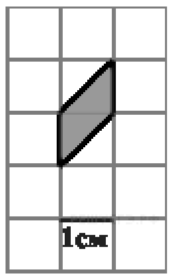
В Твери стоимость 2 батонов пшеничного хлеба, 3 кг картофеля, 1,5 кг говядины, 1 л подсолнечного масла составит $11 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 1{,}5 \cdot 260 + 1 \cdot 38 = 477$ руб.

В Липецке стоимость 2 батонов пшеничного хлеба, 3 кг картофеля, 1,5 кг говядины, 1 л подсолнечного масла составит $12 \cdot 2 + 13 \cdot 3 + 1{,}5 \cdot 280 + 1 \cdot 44 = 527$ руб.

В Барнауле стоимость 2 батонов пшеничного хлеба, 3 кг картофеля, 1,5 кг говядины, 1 л подсолнечного масла составит $14 \cdot 2 + 16 \cdot 3 + 1{,}5 \cdot 300 + 1 \cdot 50 = 576$ руб.

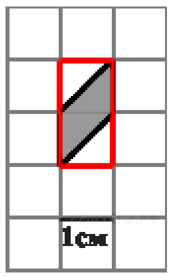
Самый дешёвый набор продуктов можно купить в Твери по цене 477 руб.

5. B 5 № 244984. Найдите площадь параллелограмма, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Решение.

Достроим четырёхугольник до прямоугольника площади 2 как показано на рисунке. Площади белых и серых частей прямоугольника равны, поэтому искомая площадь серого четырёхугольника равна 1 см^2.



6. B 6 № 320187. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

Решение.

Найдем вероятность противоположного события, состоящего в том, что цель не будет уничтожена за n выстрелов. Вероятность промахнуться при первом выстреле равна 0,6, а при каждом следующем — 0,4. Эти события независимые, вероятность их произведения равна произведению вероятности этих событий. Поэтому вероятность промахнуться при n выстрелах равна: $0,6 \cdot (0,4)^{(n-1)}$.

Осталось найти наименьшее натуральное решение неравенства

$$0,6 \cdot (0,4)^{n-1} \leq 0,02 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1} \leq \frac{1}{30}.$$

Последовательно проверяя значения n, равные 1, 2, 3 и т. д. находим, что искомым решением является $n = 5$. Следовательно, необходимо сделать 5 выстрелов.

Ответ: 5.

Примечание.

Можно решать задачу «по действиям», вычисляя вероятность уцелеть после ряда последовательных промахов:

P(1) = 0,6.
P(2) = P(1)·0,4 = 0,24.
P(3) = P(2)·0,4 = 0,096.
P(4) = P(3)·0,4 = 0,0384;
P(5) = P(4)·0,4 = 0,01536.

Последняя вероятность меньше 0,02, поэтому достаточно пяти выстрелов по мишени.

Приведем другое решение.

Вероятность поразить мишень равна сумме вероятностей поразить ее при первом, втором, третьем и т. д. выстрелах. Поэтому задача сводится к нахождению наименьшего натурального решения неравенства

$$0,4 + 0,6 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,6 + ... + (0,6)^2 \cdot (0,4)^{n-2} \geq 0,98.$$

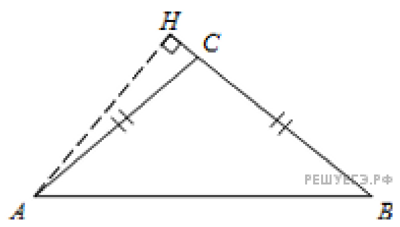
В нашем случае неравенство решается подбором, в общем случае понадобится формула суммы геометрической прогрессии, использование которой сведет задачу к простейшему логарифмическому неравенству.

7. B 7 № 282850. Найдите корень уравнения $(x-1)^3 = -8$.

Решение.

Извлекая кубический корень из обеих частей уравнения, получаем $x - 1 = -2$, откуда $x = -1$.

8. B 8 № 27353. В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 4, $CH = 8$. Найдите $\operatorname{tg} ACB$.

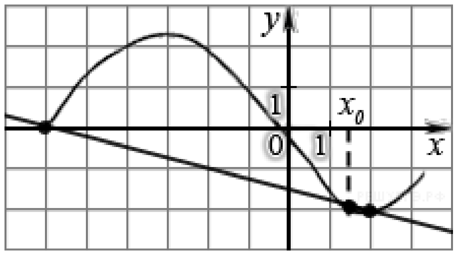


Решение.

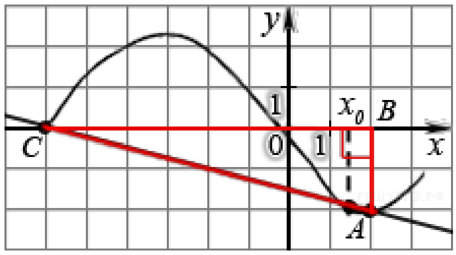
$$\operatorname{tg}\angle ACB = \operatorname{tg}(\pi - \angle ACH) = -\operatorname{tg}\angle ACH = -\frac{AH}{CH} = -0,5.$$

Ответ: –0,5.

9. B 9 № 27506. На рисунке изображён график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



Решение.
Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Построим треугольник с вершинами в точках A (2; −2), B (2; 0), C (−6; 0). Угол наклона касательной к оси абсцисс будет равен углу, смежному с углом ACB



$$y'\ (x_0) = \operatorname{tg}(180^\circ - \angle ACB) = -\operatorname{tg}(\angle ACB) = -\frac{AB}{BC} = -\frac{2}{8} = -0,25.$$

Ответ: −0,25.

10. B 10 № 245359. Найдите квадрат расстояния между вершинами C и A_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1=3$.

Решение.

Рассмотрим прямоугольный треугольник AA_1C, в котором A_1C является гипотенузой. По теореме Пифагора

$$A_1C^2 = AA_1^2 + AC^2.$$

В прямоугольнике $ABCD$ AC – диагональ, $AB=CD$. Значит,

$$AC^2 = AD^2 + CD^2 = 16 + 25 = 41,$$
$$A_1C^2 = 9 + 41 = 50.$$

Ответ: 50.

11. B 11 № 26782. Найдите значение выражения $\dfrac{2\sin(\alpha - 7\pi) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha + \pi)}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{2\sin(\alpha - 7\pi) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{\sin(\alpha + \pi)} = \frac{-2\sin(\pi - \alpha) + \sin\alpha}{-\sin\alpha} = \frac{-2\sin\alpha + \sin\alpha}{-\sin\alpha} = 1.$$

Ответ: 1.

12. B 12 № 27998. Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча (в секундах) определяется по формуле $t = \dfrac{2v_0 \sin\alpha}{g}$. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.

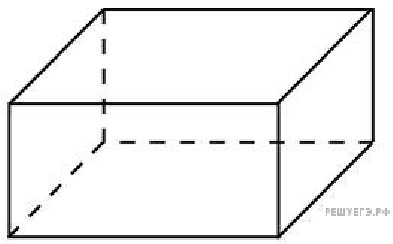
Решение.

Задача сводится к решению неравенства $t(\alpha) \geq 3$ на интервале $(0^\circ;\quad 90^\circ)$ при заданных значениях начальной скорости и ускорения свободного падения:

$$\frac{2 \cdot 30 \cdot \sin\alpha}{10} \geq 3 \Leftrightarrow \sin\alpha \geq \frac{1}{2} \underset{0^\circ<\alpha<90^\circ}{\Leftrightarrow} 30^\circ \leq \alpha < 90^\circ.$$

Ответ: 30.

13. B 13 № 27078. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 60. Площадь одной его грани равна 12. Найдите ребро параллелепипеда, перпендикулярное этой грани.



Решение.

Объем прямоугольного параллелепипеда равен $V = Sh$, где S — площадь грани, а h — высота перпендикулярного к ней ребра. Тогда

$$h = \frac{V}{S} = \frac{60}{12} = 5.$$

Ответ: 5.

14. B 14 № 99582. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

Решение.

В первый день турист прошел $a_1 = 10$ км, во второй – $a_2, \ldots$, в последний – a_6 км. Всего он прошел $S_n = 120$ км. Каждый день турист проходил больше, чем в предыдущий день, на d км, $S_n = \frac{2a_1 + d \cdot (n-1)}{2} n, n = 6$ дней. Таким образом,

$$d = \frac{(\frac{2S_n}{n} - 2a_1)}{n-1} = \frac{\frac{240}{6} - 20}{5} = 4 \text{ км}.$$

Тогда за третий день турист прошел

$$a_3 = a_1 + 2d = 10 + 2 \cdot 4 = 18 \text{ км}.$$

Ответ: 18.

15. B 15 № 26709. Найдите наибольшее значение функции $y = 14x - 7\operatorname{tg}x - 3,5\pi + 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3};\quad \frac{\pi}{3}\right]$.

Решение.

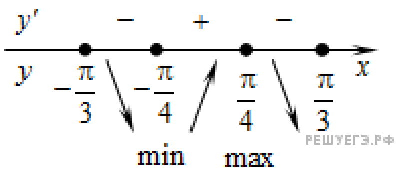
Найдем производную заданной функции:

$$y' = 14 - 7\cdot\frac{1}{\cos^2 x} = \frac{7(2\cos^2 x - 1)}{\cos^2 x} = \frac{7\cos 2x}{\cos^2 x}.$$

Найдем нули производной на заданном отрезке:

$$\begin{cases} \cos 2x = 0, \\ -\frac{2\pi}{3} \le 2x \le \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{2}, \\ 2x = -\frac{\pi}{2}, \end{array}\right. \\ -\frac{2\pi}{3} \le 2x \le \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4}, \\ x = -\frac{\pi}{4}. \end{array}\right.$$

Определим знаки производной функции на заданном отрезке и изобразим на рисунке поведение функции:



Наибольшим значением функции на заданном отрезке будет наибольшее из чисел $y\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ и $y\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Найдем их:

$$y\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 14\cdot\left(-\frac{\pi}{3}\right) - 7\mathrm{tg}\frac{\pi}{3} - \frac{7}{2}\pi + 11 = -\frac{35}{6}\pi - 7\sqrt{3} + 11,$$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 14\cdot\frac{\pi}{4} - 7\mathrm{tg}\frac{\pi}{4} - \frac{7}{2}\pi + 11 = 4.$$

Заметим, что $y\left(\frac{\pi}{4}\right) > y\left(-\frac{\pi}{3}\right)$, поэтому наибольшее значение функции на отрезке равно −4.

Ответ: 4.

16. С 1 № 502313. а) Решите уравнение $\left(25^{\cos x}\right)^{\sin x} = 5^{\cos x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

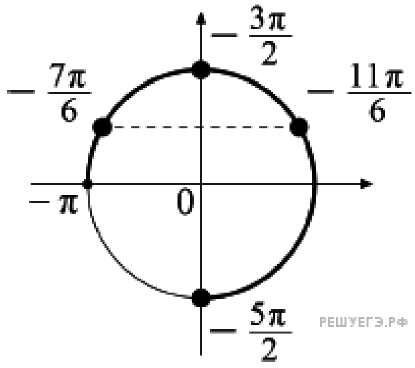
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$5^{2\sin x\cos x}=5^{\cos x}\Leftrightarrow 2\sin x\cos x=\cos x\Leftrightarrow \cos x\cdot(2\sin x-1)=0.$$

Значит, либо $\cos x=0$, откуда $x=\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n,$ либо $\sin x=\frac{1}{2},$ откуда $x=\frac{\pi}{6}+2\pi n$ или $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ \in\mathbb{Z}.$

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$. Получим числа: $-\frac{5\pi}{2};\ -\frac{11\pi}{6};\ -\frac{3\pi}{2};\ -\frac{7\pi}{6}.$

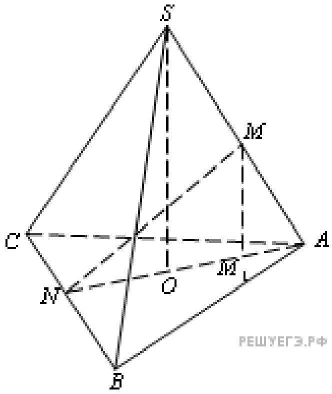


Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi n;\ \frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};$ б) $-\frac{5\pi}{2};\ -\frac{11\pi}{6};\ -\frac{3\pi}{2};\ -\frac{7\pi}{6}.$

17. C 2 № 484560. В правильной треугольной $SABC$ пирамиде с основанием ABC известны ребра $AB=24\sqrt{3}$ $SC=25$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер AS и BC.

Решение.

Пусть N — середина ребра BC, а M — середина AS. Прямая AS проецируется на плоскость основания в прямую AN. Поэтому проекция точки M — точка M_1 — лежит на отрезке AN. Значит, прямая AN является проекцией прямой AM, следовательно, угол M_1NM — искомый. Поскольку $MM_1 \parallel SO$, где O — центр основания, MM_1 — средняя линия треугольника SAO.



Тогда

$$AO = CO = \frac{2}{3}AN = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot 24\sqrt{3} = 24,$$

$$NM_1 = AN - \frac{1}{2}AO = \frac{2}{3}AN = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 24\sqrt{3} = 24.$$

Кроме того,

$$MM_1 = \frac{1}{2}SO = \frac{1}{2}\sqrt{SC^2 - CO^2} = \frac{7}{2}.$$

Из прямоугольного треугольника MM_1N находим:

$$\operatorname{tg}\angle M_1NM = \frac{MM_1}{NM_1} = \frac{7}{48}.$$

Ответ: $\operatorname{arctg}\frac{7}{48}$.

18. C 3 № 500640. Решите систему $\begin{cases} 2^x + 6\cdot 2^{-x} \le 7, \\ \dfrac{2x^2-4x}{x-4} \le 0. \end{cases}$

Решение.

Произведем эквивалентные преобразования системы

$$\begin{cases} 2^x + 6\cdot 2^{-x} \le 7, \\ \dfrac{2x^2-4x}{x-4} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4^x - 7\cdot 2^x + 6 \le 0, \\ \dfrac{x^2-2x}{x-4} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2^x-1)(2^x-6) \le 0, \\ \dfrac{x(x-2)}{x-4} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le \log_2 6, \\ \left[\begin{array}{l} x \le 0, \\ 2 \le x < 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, \\ 2 \le x \le \log_2 6. \end{array}\right.$$

Ответ: $\{0\} \cup [2, \log_2 6]$.

19. C 4 № 501458. Расстояние между параллельными прямыми равно 6. На одной из них лежит вершина C, на другой — основание AB равнобедренного треугольника ABC. Известно, что $AB = 16$. Найдите расстояние между центрами окружностей, одна из которых вписана в треугольник ABC, а вторая касается данных параллельных прямых и боковой стороны треугольника ABC.

Решение.

Пусть CH — высота треугольника ABC, r и Q — радиус и центр вписанной окружности, $CH = 6$,

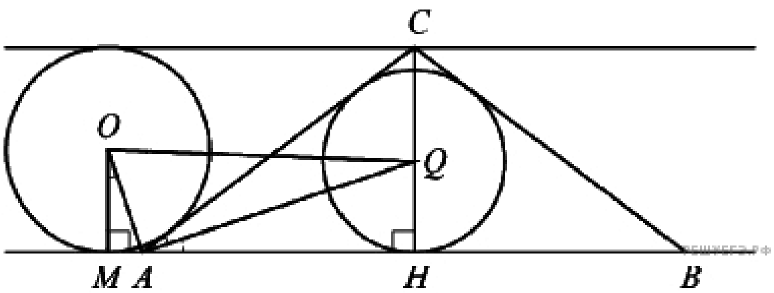
$AH = 8$, поэтому $AC = 10$. Найдем площадь, полу периметр и радиус вписанной окружности треугольника ABC:

$$S = \frac{CH \cdot AB}{2} = \frac{6 \cdot 16}{2} = 48,\ p = \frac{1}{2}(AC + AB + CB) = AC + AH = 18.$$

Тогда $r = \frac{S}{p} = \frac{8}{3}$. Кроме того, по теореме Пифагора

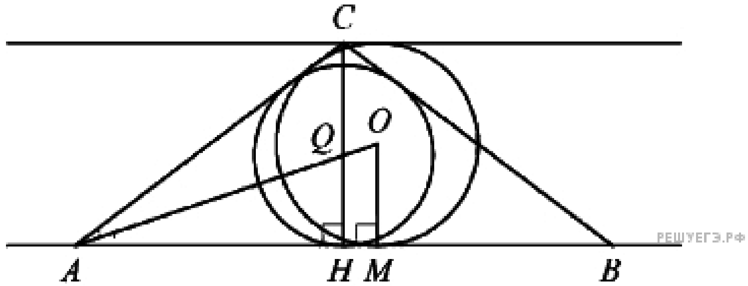
$$AQ = \sqrt{AH^2 + QH^2} = \sqrt{64 + \frac{64}{9}} = \frac{8\sqrt{10}}{3}.$$

Пусть окружность с центром в точке O касается боковой стороны AC равнобедренного треугольника ABC и данных параллельных прямых. Радиус этой окружности равен 3, поскольку он вдвое меньше расстояния между прямыми. Точку касания окружности с прямой AB обозначим M.



Пусть точки B и M лежат по разные стороны от точки A (рис. 1). Центр окружности, вписанной в угол, лежит на его биссектрисе, поэтому AO и AQ — биссектрисы смежных углов $\angle MAC$ и $\angle CAB$ соответственно. Значит, $\angle OAQ = 90^0$, и $\angle MOA = \angle QAH$, поскольку эти углы образованы парами соответственно перпендикулярных прямых. Следовательно, прямоугольные треугольники OMA и AHQ подобны с коэффициентом $\frac{OM}{AH} = \frac{3}{8}$. Поэтому

$$OQ = \sqrt{OA^2 + AQ^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{8}AQ\right)^2 + AQ^2} = \sqrt{\frac{9}{64} + 1} \cdot AQ = \frac{\sqrt{73}}{8} \cdot \frac{8\sqrt{10}}{3} = \frac{\sqrt{730}}{3}.$$



Пусть точки B и M лежат по одну сторону от точки A (рис. 2). Центр окружности, вписанной в угол, лежит на его биссектрисе, поэтому лучи AO и OQ совпадают и являются биссектрисой угла MAC Значит, прямоугольные треугольники AOM и AQH подобны с коэффициентом $\frac{OM}{QH} = \frac{3}{8/3} = \frac{9}{8}$. Тогда

$$OQ = AO - AQ = \frac{9}{8}AQ - AQ = \frac{1}{8} \cdot \frac{8\sqrt{10}}{3} = \frac{\sqrt{10}}{3}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{730}}{3}$, $\frac{\sqrt{10}}{3}$.

20. C 5 № 484639. При каких p данная система имеет решения: $\begin{cases} x^2+px+2=0, \\ \sin^2\pi p+\sin^2\pi x+2^{|y|}=\left|\sin\dfrac{\pi x}{2}\right| \end{cases}$?

Решение.

Поскольку $\sin^2\pi p \geq 0$ и $\sin^2\pi x \geq 0$, $|y| \geq 0$ и, значит, $2^{|y|} \geq 1$, левая часть второго уравнения системы не меньше, чем 1. Так как его правая часть не больше 1, оно равносильно системе

$$\begin{cases} \sin^2\pi p=0, \\ \sin^2\pi x=0, \\ 2^{|y|}=1, \\ \left|\sin\dfrac{\pi x}{2}\right|=1, \end{cases}$$

из которой находим, что $p\in\mathbb{Z}$, $x=2k+1$, $k\in\mathbb{Z}$, $y=0$.

Первое уравнение имеет целые коэффициенты и целый корень $x_1=2k+1$. Так как $x_1+x_2=-p$, x_2 — тоже целое число и из равенства $x_1x_2=2$ получаем, что это нечетное число, делящее число 2. Такими числами являются 1 и -1.

При $x=1$ находим $p=-3$, при $x=-1$ находим $p=3$.

Ответ: система имеет решения при $p=\pm3$.

21. C 6 № 501734. а) Чему равно число способов записать число 1292 в виде $1292=a_3\cdot10^3+a_2\cdot10^2+a_1\cdot10+a_0$, где числа a_i — целые, $0\leq a_i\leq 99$, $i=0;1;2;3$?

б) Существуют ли 10 различных чисел N таких, что их можно представить в виде $N=a_3\cdot10^3+a_2\cdot10^2+a_1\cdot10+a_0$, где числа a_i — целые, $0\leq a_i\leq 99$, $i=0;1;2;3$ ровно 130 способами?

в) Сколько существует чисел N таких, что их можно представить в виде $N=a_3\cdot10^3+a_2\cdot10^2+a_1\cdot10+a_0$, где числа a_i — целые, $0\leq a_i\leq 99$, $i=0;1;2;3$ ровно 130 способами?

Решение.

Каждое число $0 \le a_i \le 99$ однозначно представляется в виде $a_i = 10b_i + c_i$, где $0 \le b_i \le 9$ и $0 \le c_i \le 9$ $(i = 0;\ 1;\ 2;\ 3)$. Значит, для каждого представления некоторого числа N в виде $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$ имеет место единственное представление N в виде $N = 10n + m$, где $n = b_3 \cdot 10^3 + b_2 \cdot 10^2 + b_1 \cdot 10 + b_0$ и $m = c_3 \cdot 10^3 + c_2 \cdot 10^2 + c_1 \cdot 10 + c_0$ — произвольные целые числа от 0 до 9999. Число способов записать число N в виде $N = a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$ равно числу способов записать число N в виде $N = 10n + m$.

а) Для представления числа 1292 в виде $1292 = 10n + m$ в качестве n можно взять любое целое число от 0 до 129. При этом $m = 1292 - 10n$ определено однозначно. Таким образом, искомое число способов равно 130.

б) Повторяя рассуждения предыдущего пункта, несложно показать, что каждое из чисел от 1290 до 1299 представимо в требуемом виде ровно 130 способами.

в) Рассмотрим представление некоторого числа N в виде $N = 10n + m$, где n и m — некоторые целые числа от 0 до 9999. Представим m в виде $m = 10k + l$, где l — цифра единиц числа m, а k — некоторое целое число от 0 до 999. Тогда выполнено:

$$N = 10n + 10k + l \Leftrightarrow N - l = 10(n + k) \Leftrightarrow \frac{N - l}{10} = n + k.$$

Найдём все числа K, представимые ровно 130 способами в виде $K = n + k$, где n — некоторое целое число от 0 до 9999, а k — некоторое целое число от 0 до 999.

Пусть для некоторого числа K представления $K = n_1 + k_1$ и $K = n_2 + k_2$ таковы, что n_1 — наименьшее возможное я, а n_2 — наибольшее возможное n. Тогда $n_1 = 0$ или $k_1 = K - n_1 = 999$, иначе бы было представление $K = (n_1 - 1) + (k_1 + 1)$. Аналогично, $n_2 = 9999$ или $k_2 = K - n_2 = 0$.

Заметим, что для любого целого n_0 такого, что $n_1 < n_0 < n_2$, имеется представление $K = n_0 + k_0$, поскольку $0 \le n_1 < n_0 < n_2 \le 9999,\ 0 \le k_2 < k_0 < k_1 \le 999$. Таким образом, количество представлений равно $n_2 - n_1 + 1$. Если $n_1 = 0;\ n_2 = 9999$ или $k_1 = 999,\ k_2 = 0$, то представлений больше. Значит, или $n_1;\ n_2 = 129;\ k_2 = 0;\ K = 129;\ N = 1290 + l$, или $n_2 = 9999;\ n_1 = 9870; k_1 = 999;\ K = 10869;\ N = 108690 + l$, где l — произвольная цифра. Таким образом, искомое количество чисел равно 20.

Ответ: а) 130; б) да; в) 20.