

## Системы уравнений

1. Задание 21 № 73. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 3x + y = 5, \\ \frac{x+2}{5} + \frac{y}{2} = -1. \end{cases}$

**Решение.**

Подставим  $y = 5 - 3x$  во второе уравнение системы, получим уравнение относительно  $x$ :  $\frac{x+2}{5} + \frac{5-3x}{2} = -1$ . Отсюда  $x = 3$ . Подставим  $x = 3$  в уравнение  $y = 5 - 3x$ , получим:  $y = -4$ .

Ответ: (3; -4).

2. Задание 21 № 99. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x - y = -5, \\ x^2 - 2xy - y^2 = 17. \end{cases}$

**Решение.**

Подставим  $y = x + 5$  во второе уравнение системы, получим уравнение относительно  $x$ :  $x^2 - 2x(x+5) - (x+5)^2 = 17$ . Отсюда  $x = -7$  и  $x = -3$ . Подставим  $x = -7$  и  $x = -3$  в уравнение  $y = x + 5$ , получим:  $y = -2$  и  $y = 2$  соответственно.

Ответ: (-7; -2), (-3; 2).

3. Задание 21 № 311585. Решите систему уравнений:  $\begin{cases} x^2 + 3x + y^2 = 2, \\ x^2 + 3x - y^2 = -6. \end{cases}$

**Решение.**

Сложим два уравнения системы:

$$2x^2 + 6x = -4; \quad x^2 + 3x + 2 = 0; \quad (x+1)(x+2) = 0,$$

откуда получаем  $x = -2$  или  $x = -1$ .

Вычтем из первого уравнения системы второе:  $2y^2 = 8; \quad y^2 = 4$ ,

Таким образом, решения системы  $(-2; -2), (-2; 2), (-1; -2), (-1; 2)$ .

Ответ:  $(-2; -2), (-2; 2), (-1; -2), (-1; 2)$ .

4. Задание 21 № 316356. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x - y = 2, \\ x^2 - 4x + 8 = y. \end{cases}$$

**Решение.**

Решение:

$$\begin{cases} 3x - y = 2, \\ x^2 - 4x + 8 = y. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 2, \\ x^2 - 4x + 8 = 3x - 2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 2, \\ (x-2)(x-5) = 0. \end{cases}$$

Откуда

$$\begin{cases} x = 2, \\ y = 4. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 5, \\ y = 13. \end{cases}$$

Ответ: (2; 4); (5; 13)

5. Задание 21 № 333022. Решите систему  $\begin{cases} (2x+3)^2 = 5y, \\ (3x+2)^2 = 5y \end{cases}$

**Решение.**

$$\begin{cases} (2x+3)^2 = 5y, \\ (3x+2)^2 = 5y, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2x+3)^2 - (3x+2)^2 = 0, \\ (3x+2)^2 = 5y, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2x+3+3x+2)(2x+3-3x-2) = 0, \\ (3x+2)^2 = 5y, \end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases} x = -1, \\ 5y = (3x+2)^2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ y = \frac{1}{5}, \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 1, \\ 5y = (3x+2)^2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = 5. \end{cases}$$

Ответ: (1; 5);  $(-1; \frac{1}{5})$ .

**6. Задание 21 № 338528.** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2. \end{cases}$$

**Решение.**

Выразим одну переменную через другую из второго уравнения и подставим полученное выражение в первое уравнение

$$\begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ y-4 = 2x+2y-16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)(-2x+12-6) = 0, \\ y = -2x+12 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 4, \\ y = 4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 3, \\ y = 6. \end{cases}$$

Заметим, что пара корней (4; 4), не является корнями уравнения, потому что при  $x = 4$ ,  $y = 4$  знаменатель второго уравнения обращается в ноль.

Ответ: (3; 6).

**7. Задание 21 № 338545.** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^2 + y = 5, \\ 6x^2 - y = 2. \end{cases}$$

**Решение.**

Выразим переменную  $y$  из одного уравнения и подставим во второе:

$$\begin{cases} x^2 + y = 5, \\ 6x^2 - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 6x^2 - 2 = 5, \\ y = 6x^2 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x^2 = 7, \\ y = 6x^2 - 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1, \\ y = 4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 1, \\ y = 4. \end{cases}$$

Ответ: (-1; 4); (1; 4).

**8. Задание 21 № 338650.** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases}$$

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2x = 3x - 2, \\ 3x - 2 = y. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 5x + 2 = 0, \\ y = 3x - 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = \frac{2}{3}, \\ y = 0. \end{cases}$$

Ответ: (1; 1);  $(\frac{2}{3}; 0)$ .

**9. Задание 21 № 338707.** Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x^2 = 7y + 2, \\ x^2 + 2 = 7y + y^2. \end{cases}$$

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$\begin{cases} x^2 = 7y + 2, \\ x^2 + 2 = 7y + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 7y + 2, \\ 7y + 2 + 2 = 7y + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 7y + 2, \\ y^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -4, \\ y = 2. \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 4, \\ y = 2. \end{cases}$$

Ответ: (-4; 2); (4; 2).

**10. Задание 21 № 338894.** Решите систему уравнений  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 37, \\ xy = 6. \end{cases}$

**Решение.**

Выразим переменную  $y$  из второго уравнения и подставим в первое:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 37, \\ xy = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + \frac{36}{x^2} = 37, \\ y = \frac{6}{x}. \end{cases}$$

Решим первое уравнение системы. Пусть  $x^2 = t$ ,  $t \geq 0$ :

$$t + \frac{36}{t} = 37 \Leftrightarrow t^2 - 37t + 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1, \\ t = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = 1, \\ x = -6, \\ x = 6. \end{cases}$$

Система имеет четыре пары решений:

$$\begin{cases} x = -1, \\ y = -6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 1, \\ y = 6 \end{cases} \text{ или } \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6, \\ y = -1 \end{cases} \text{ или } \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = 1. \end{cases}$$

Ответ:  $(-1; -6); (1; 6); (-6; -1); (6; 1)$ .

**11. Задание 21 № 341282.** Решите систему уравнений  $\begin{cases} 3x^2 + y = 6, \\ 4x^2 - y = 1. \end{cases}$

**Решение.**

Сложив два уравнения системы, получаем  $7x^2 = 7$ , откуда  $x = -1$  или  $x = 1$ .

При  $x = -1$  получаем  $y = 3$ .

При  $x = 1$  получаем  $y = 3$ .

Решения системы уравнений:  $(-1; 3)$  и  $(1; 3)$ .

Ответ:  $(-1; 3); (1; 3)$ .