

## Уравнения

## 1. Задание

21 № 311546.

Один из корней уравнения  $3x^2 + 5x + 2m = 0$  равен  $-1$ . Найдите второй корень.

**Решение.**

Подставим известный корень в уравнение:  $3 - 5 + 2m = 0$ . Получим уравнение относительно  $m$ . Решим его:  $2m = 2$ ;  $m = 1$ . Подставим  $m$  в уравнение:  $3x^2 + 5x + 2 = 0$ , откуда

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{6} = \frac{-5 \pm 1}{6}, \quad x_1 = -1, \quad x_2 = -\frac{2}{3}.$$

Ответ:  $-\frac{2}{3}$ .

2. Задание 21 № 311586. Решите уравнение:  $x^3 - 3x^2 - 8x + 24 = 0$ .**Решение.**

Раскладывая на множители левую часть уравнения, получаем  $(x - 3)(x^2 - 8) = 0$ . Таким образом, корни уравнения  $x = -2\sqrt{2}$ ,  $x = 2\sqrt{2}$ ,  $x = 3$ .

Ответ:  $-2\sqrt{2}$ ,  $2\sqrt{2}$ ,  $3$ .

3. Задание 21 № 311587. Решите уравнение:  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ .**Решение.**

Сделаем замену  $y = x^2$ . Получаем уравнение  $y^2 - 5y + 4 = 0$ .

Корни:  $y = 1$ ,  $y = 4$ .

Если  $y = 1$ , то  $x = -1$  или  $x = 1$ .

Если  $y = 4$ , то  $x = -2$  или  $x = 2$ .

Ответ:  $-2$ ;  $-1$ ,  $1$ ,  $2$ .

4. Задание 21 № 311589. Решите уравнение:  $x^3 = x^2 - 7x + 7$ **Решение.**

Перенесем все члены в левую часть и разложим ее на множители:

$$x^3 - x^2 + 7x - 7 = 0; \quad x^2(x - 1) + 7(x - 1) = 0; \quad (x - 1)(x^2 + 7) = 0.$$

$x^2 + 7 > 0$  при всех значениях  $x$ , поэтому  $x - 1 = 0$ . Значит,  $x = 1$ .

Ответ:  $1$ .

5. Задание 21 № 311591. Решите уравнение:  $(2x - 3)^2 = (1 - 2x)^2$ .**Решение.**

Перенесем все члены влево и применим формулу разности квадратов:

$$(2x - 3)^2 - (1 - 2x)^2 = 0; \quad -2(4x - 4) = 0; \quad x = 1.$$

Другой способ. Раскроем скобки, пользуясь формулой квадрата разности:

$$4x^2 - 12x + 9 = 1 - 4x + 4x^2; \quad 8x = 8; \quad x = 1.$$

Ответ:  $1$ .

6. Задание 21 № 311618. Решите уравнение  $(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 3x - 10)^2 = 0$ .**Решение.**

Квадрат любого числа неотрицателен. Сумма двух неотрицательных чисел равна нулю, только если они оба равны нулю. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 - 25 = 0, \\ x^2 + 3x - 10 = 0. \end{cases}$$

Из первого уравнения  $x = -5$  или  $x = 5$ .

Из второго уравнения  $x = -5$  или  $x = 2$ .

Системе удовлетворяет единственное значение  $x = -5$ .

Ответ:  $-5$ .

**7. Задание 21 № 338053.** Решите уравнение  $x^3 + 4x^2 = 9x + 36$ .

**Решение.**

Преобразуем уравнение:

$$\begin{aligned} x^3 + 4x^2 = 9x + 36 &\Leftrightarrow x^2(x+4) - 9(x+4) = 0 \Leftrightarrow (x+4)(x^2-9) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x+4)(x-3)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4, \\ x = -3, \\ x = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: -4; -3; 3.

**8. Задание 21 № 338070.** Решите уравнение  $(x-2)^2(x-3) = 12(x-2)$ .

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$\begin{aligned} (x-2)^2(x-3) = 12(x-2) &\Leftrightarrow (x-2)^2(x-3) - 12(x-2) = 0 \Leftrightarrow (x-2)((x-2)(x-3) - 12) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 5x - 6) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+1)(x-6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = 2, \\ x = 6. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: -1; 2; 6.

**9. Задание 21 № 338079.** Решите уравнение  $(x-3)(x-4)(x-5) = (x-2)(x-4)(x-5)$ .

**Решение.**

Преобразуем уравнение:

$$\begin{aligned} (x-3)(x-4)(x-5) = (x-2)(x-4)(x-5) &\Leftrightarrow (x-3)(x-4)(x-5) - (x-2)(x-4)(x-5) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x-4)(x-5)(x-3-x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4, \\ x = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: 4; 5.

**10. Задание 21 № 338086.** Решите уравнение  $x^2 - 2x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 8$ .

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$x^2 - 2x + \sqrt{3-x} = \sqrt{3-x} + 8 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2, \\ x = 4. \end{cases}$$

Поскольку подкоренное выражение не может быть меньше нуля, область допустимых значений исходного уравнения ограничивается неравенством  $3-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$ , значит, решением уравнения является только  $x = -2$ .

Ответ: -2.

**11. Задание 21 № 338179.** Решите уравнение  $(x+5)^3 = 25(x+5)$ .

**Решение.**

Преобразуем уравнение:

$$\begin{aligned} (x+5)^3 = 25(x+5) &\Leftrightarrow (x+5)^3 - 25(x+5) = 0 \Leftrightarrow (x+5)((x+5)^2 - 25) \Leftrightarrow (x+5)(x^2 + 10x + 25 - 25) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x+5)(x^2 + 10x) = 0 \Leftrightarrow (x+5) \cdot x(x+10) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10, \\ x = -5, \\ x = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: -10; -5; 0.

**12. Задание 21 № 338498.** Решите уравнение  $-3x^2 - 14x - 7 = (x-1)^2$ .

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$\begin{aligned} -3x^2 - 14x - 7 = (x-1)^2 &\Leftrightarrow -3x^2 - 14x - 7 = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow 4x^2 + 12x + 8 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: -1; -2.

**13. Задание 21 № 338529.** Решите уравнение  $x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1)$ .

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$\begin{aligned} x(x^2 + 2x + 1) = 6(x + 1) &\Leftrightarrow x(x + 1)^2 - 6(x + 1) = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x(x + 1) - 6) = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (x + 1)(x^2 + x - 6) = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x + 3)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = -3, \\ x = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: -3; -1; 2.

**14. Задание 21 № 338598.** Решите уравнение  $\frac{4}{x-9} + \frac{9}{x-4} = 2$ .

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$\begin{aligned} \frac{4}{x-9} + \frac{9}{x-4} = 2 &\Leftrightarrow \frac{4(x-4) + 9(x-9)}{(x-9)(x-4)} = 2 \Leftrightarrow 2(x^2 - 13x + 36) = 13x - 97 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2x^2 - 39x + 169 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{39-13}{4}, \\ x = \frac{39+13}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6,5, \\ x = 13. \end{cases} \end{aligned}$$

Ответ: 6,5; 13.

**15. Задание 21 № 338632.** Решите уравнение  $10x^2 - 12x + 1 = -10x^2$ .

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$10x^2 - 12x + 1 = -10x^2 \Leftrightarrow 20x^2 - 12x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,1, \\ x = 0,5. \end{cases}$$

Ответ: 0,1; 0,5.

**16. Задание 21 № 338662.** Решите уравнение  $\frac{3}{2}x^2 - 2x - 2 = 0$ .

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$\frac{3}{2}x^2 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{4}{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3}, \\ x = 2. \end{cases}$$

Ответ:  $-\frac{2}{3}$ ; 2.

**17. Задание 21 № 338757.** Решите уравнение  $\frac{1}{(x-2)^2} - \frac{1}{x-2} - 6 = 0$ .

**Решение.**

Пусть  $\frac{1}{x-2} = t$ , тогда уравнение примет вид

$$t^2 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2, \\ t = 3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-2} = -2, \\ \frac{1}{x-2} = 3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,5, \\ x = \frac{7}{3}. \end{cases}$$

Ответ: 1,5;  $\frac{7}{3}$ .

**18. Задание 21 № 338851.** Решите уравнение  $8x^2 + 4x + 38 = 3x^2 + 5x + 86$ .

**Решение.**

Последовательно получаем:

$$8x^2 + 4x + 38 = 3x^2 + 5x + 86 \Leftrightarrow 5x^2 - x - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ x = 3,2. \end{cases}$$

Ответ: -3; 3,2.

**19. Задание 21 № 338860.** Решите уравнение  $x^6 = (6x - 5)^3$ .

**Решение.**

Извлечём кубический корень:

$$x^6 = (6x - 5)^3 \Leftrightarrow x^2 = 6x - 5 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ x = 5. \end{cases}$$

Ответ: 1; 5.

**20. Задание 21 № 338951.** Решите уравнение  $(x+2)^4 - 4(x+2)^2 - 5 = 0$ .

**Решение.**

Пусть  $(x+2)^2 = t$ ,  $t \geq 0$ , тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 - 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1, \\ t = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = -\sqrt{5}, \\ x+2 = \sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 - \sqrt{5}, \\ x = -2 + \sqrt{5}. \end{cases}$$

Ответ:  $-2 - \sqrt{5}$ ;  $-2 + \sqrt{5}$ .

**21. Задание 21 № 338991.** Решите уравнение  $x^4 = (x-20)^2$ .

**Решение.**

Извлечем квадратный корень:

$$x^4 = (x-20)^2 \Leftrightarrow |x^2| = |x-20| \Leftrightarrow x^2 = |x-20| \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = x-20, \\ x^2 = 20-x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 20 = 0, \\ x^2 + x - 20 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5, \\ x = 4. \end{cases}$$

Ответ: -5; 4.

**22. Задание 21 № 339026.** Решите уравнение  $\frac{2x^2 + 7x + 3}{x^2 - 9} = 1$ .

**Решение.**

Данное уравнение эквивалентно системе:

$$\begin{cases} \frac{2x^2 + 7x + 3}{x^2 - 9} = 1, \\ x^2 - 9 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 7x + 3 = x^2 - 9, \\ (x-3)(x+3) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 7x + 12 = 0, \\ x \neq -3, \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -4, \\ x = -3, \end{cases} \\ x \neq -3, \\ x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = -4.$$

Ответ: -4.

**23. Задание 21 № 340902.** Решите уравнение  $(x-4)(x-5)(x-6) = (x-2)(x-5)(x-6)$ .

**Решение.**

Исходное уравнение приводится к виду:

$$-2(x-5)(x-6) = 0,$$

откуда  $x = 5$  или  $x = 6$ .

Ответ: 5; 6.