И.Л. Касаткина

ФИЗИКА

ПОЛНЫЙ КУРС ПОДГОТОВКИ

ЕГЭ-2009

РАЗБОР РЕАЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

- Вся школьная программа по физике
- Разбор реальных экзаменационных заданий ЕГЭ
- Все основные законы и формулы

И.Л. Касаткина

Физика.
Полный курс подготовки

Разбор реальных экзаменационных заданий

Москва
АСТ • Астрель

УДК 53(075.4)
ББК 22.3я729
К28

Серия основана в 2006 году

Касаткина, И.Л.

К28 Физика. Полный курс подготовки : разбор реальных экзаменационных заданий / И.Л. Касаткина — М. : АСТ : Астрель, 2009. — 366, [2] с.

ISBN 978-5-17-052604-8 (ООО «Издательство АСТ»)
ISBN 978-5-271-20930-7 (ООО «Издательство Астрель»)

В пособии кратко изложен весь курс физики средней школы. Приведены основные законы и формулы, показаны особенности их применения на отдельных примерах. Даны ответы на множество качественных вопросов, встречающихся в тестах части А и показано решение задач средней и повышенной трудности частей В и С Единого государственного экзамена (ЕГЭ) по физике. Для проверки знаний приведены 5 проверочных экзаменов типа ЕГЭ по разным разделам курса физики и ко всем даны пояснения и решения.

Вкладыш в конце пособия содержит все основные формулы физики с названием входящих в них величин и их размерностей, а также формулы математики, необходимые для решения физических задач.

Пособие незаменимо при подготовке к ЕГЭ по физике. Оно может быть полезным учащимся старших классов школ, лицеев, гимназий и колледжам, а также абитуриентам и лицам, занимающимся самообразованием.

УДК 53(075.4)
ББК 22.3я729

Общероссийский классификатор продукции
ОК-005-93, том 2; 953000 — книги, брошюры

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.60.953.Д.009937.09.08 от 15.09.2008г.

ISBN 978-5-17-052604-8 (ООО «Издательство АСТ»)
ISBN 978-5-271-20930-7 (ООО «Издательство Астрель»)

Содержание

Вступление

Дорогие ребята! Вы приняли решение после окончания средней школы поступать в физико-математический или технический вуз. Значит, вам предстоит сдавать Единый государственный экзамен (ЕГЭ) по физике — важнейшему предмету, без знания которого невозможен научно-технический прогресс ни в одной стране мира. Законы физики лежат в основе всех специальных предметов, изучаемых в естественно-научных или технических вузах, — без их понимания и умения применять на практике не может состояться толковый инженер. Набрав высокие баллы на ЕГЭ по физике, вы сможете по вашему выбору поступить в лучшие университеты страны, и, что важно, на бюджетные отделения.

Но не секрет: у некоторых из вас с изучением этого непростого предмета имеются проблемы, особенно при решении задач. Наше пособие написано, чтобы помочь вам справиться с ними и как можно лучше подготовиться к экзамену.

Вам следует знать, что при сдаче Единого государственного экзамена, который проводится в письменной форме, вы должны будете ответить на 30 вопросов части А, решить 4 задачи из части В и 6 задач из части С. По крайней мере, столько заданий предлагалось на этом экзамене в последние годы. Примерно четверть вопросов части А являются качественными, проверяющими знание теории, а остальные задания этой части — это относительно простые задачи, для решения которых достаточно знать основные законы и формулы физики и находить из этих формул или из соответствующих графиков нужные величины. В части В предлагаются задачи средней трудности — типа тех, что имеются в вашем школьном задачнике Рымкевича и учебниках для средней школы. А вот часть С содержит действительно трудные задачи, для решения которых недостаточно знать основные законы и формулы, надо еще уметь нестандартно мыслить. Но чтобы научиться этому, необходимо прежде всего:

1) знать законы физики — не вызубрить! — а помнить, понимать и уметь применять на практике: при ответах на теоретические вопросы и решении задач;

2) выучить назубок все основные формулы;

3) научиться решать задачи средней трудности;

4) перейти к задачам повышенной трудности.

Без выполнения этих условий вам вряд ли удастся справиться с задачами из части С и набрать высокий балл. Правда, если вы даже не доведете до конца их решение, но сумеете записать основные формулы и приступить к решению, вам уже добавят баллы.

Некоторые из вас говорят: мне физика нравится, вот только задач я боюсь. Не надо бояться задач — они не дерутся, не кусаются. Их не надо бояться — их надо решать. Задачи те же загадки — кто-то придумал, а ты отгадай. Все вы когда-то любили отгадывать загадки. Вот и сейчас полюбите решать задачи — это очень увлекательное занятие.

Но для начала надо понять физические законы и выучить формулы. Мы не устанем повторять: выучите, выучите формулы! Выучите их назубок — так, чтобы, разбуди вас ночью, вы могли любую из них отчеканить, не задумываясь. Потому что незнание хотя бы одной из них, даже самой простенькой, может не позволить вам справиться с задачей, за которую выставляют наибольшее количество баллов. Так зачем же рисковать?

Некоторые говорят: ой, формул так много, я все не запомню! Запомните, если захотите. Когда вы были маленькими, еще в начальной школе, вам предстояло запомнить огромную таблицу умножения, — и ведь справились. И здесь справитесь. А чтобы вам помочь, мы в краткой теории к каждой теме привели все законы и формулы, необходимые для решения задач этой темы. Остается только их выучить. Их, конечно, немало, — но ведь многие из них следуют из других формул. Мы записали все формулы, чтобы в процессе решения вы могли вспомнить нужную, а не выводить ее. Для вашего удобства в этой книжке помещен вкладыш, содержащий таблицу всех формул с их нумерацией. Положив рядом с собой эту таблицу, вы легко найдете нужную формулу в процессе работы над теорией и при решении задач. Повесьте таблицу на стенку и повторяйте формулы каждый день. При этом, конечно, надо знать название всех величин, входящих в формулу, и их размерности, — иначе это не формула, а узор.

Наше пособие включает четыре раздела:

I. Механика.

II. Гидродинамика. Молекулярная физика. Термодинамика.

III. Электромагнетизм.

IV. Колебания и волны. Оптика. Теория относительности. Физика атома.

Каждый раздел содержит несколько тем. В начале каждой темы излагается краткая теория и приводятся все нужные законы и формулы. В конце раздела предложен *ПРОВЕРОЧНЫЙ ЭКЗАМЕН*, состоящий, как и на настоящем ЕГЭ, из трех частей. В части А содержатся качественные вопросы и несложные задачи, подобные тем, что могут встретиться на ЕГЭ в этой части. В части В приведены четыре типовые задачи средней трудности, а в части С — шесть более серьезных задач. После этого подробно разъясняются правильные ответы на задания части А и показано решение задач из частей В и С.

Не факт, что именно эти задания встретятся вам на экзамене. Но уже то, что вы будете готовы к встрече с подобными вопросами и задачами, существенно повысит ваши возможности. И если, поработав с этим пособием, вы сумеете потом решить любую из его задач и ответить на любой вопрос — *никуда не подглядывая*! — вы сделаете гигантский шаг на пути к высоким баллам на ЕГЭ. А после того, как проработаете эту книгу, беритесь за другие — с более трудными, олимпиадными задачами. И все у вас получится.

Зато потом, когда вы станете студентами лучших вузов страны, — представляете, какое это будет счастье! Ради него стоит потрудиться.

В конце пособия мы привели систему единиц СИ, а также необходимые теоремы и формулы математики, без которых задачи физики не решить. Ведь математика — инструмент физики, без нее никакую задачку не «вскрыть». Поэтому их тоже надо знать назубок.

ЖЕЛАЕМ ВАМ ВЫСОКИХ БАЛЛОВ НА ЕГЭ !

Раздел I. Механика

Механика изучает механическое движение тел. Механическим движением называют изменение положения тел относительно друг друга с течением времени.

Механику разделяют на *кинематику, динамику* и *статику.*

Кинематика — раздел механики, где изучают движение тел, не рассматривая причины, влияющие на него.

Динамика — раздел механики, где изучают движение тел с учетом причин, влияющих на движение.

Статика — раздел механики, где изучают условия равновесия тел.

Тема 1. Кинематика

Параметрами кинематики, т. е. величинами, описывающими движение тел, являются: *координата x, путь S, перемещение $\vec{S}$, время t, скорость $\vec{v}$, ускорение $\vec{a}$.*

***Координата** x — точка, определяющая положение тела в пространстве в данный момент времени.*

***Путь** S — это длина траектории тела.* Путь — скалярная величина.

Перемещение $\vec{S}$ — это вектор, соединяющий начальное и конечное положения тел, и направленный к конечному положению.

Единица координаты, пути и модуля перемещения в Системе Интернациональной (СИ) — *метр* (м). *Метр* — основная единица СИ.

В процессе движения путь может только увеличиваться, а перемещение — и увеличиваться, и уменьшаться, например, когда вы поворачиваете обратно. При прямолинейном движении в одном направлении путь равен модулю перемещения, а при криволинейном — путь больше модуля перемещения. Когда вы едете на такси, то платите за путь, а когда — на поезде, то за перемещение. Если, выйдя из дома, вы через некоторое время вернулись обратно, то ваше перемещение равно нулю, а путь равен длине траектории вашего движения. Существует тело, относительно которого ваше перемещение всегда равно нулю, — это ваше собственное тело.

***Время** t — это количественная мера протяженности процесса.* Время — скалярная и всегда положительная величина. Единица времени в СИ — *секунда* (с). Секунда — основная единица СИ.

Скорость $\vec{v}$ — это *количественная характеристика быстроты перемещения. Скорость* (по модулю) *при равномерном движении — это отношение пути ко времени, за которое этот путь пройден. Скорость* — векторная величина. Направление вектора скорости $\vec{v}$ совпадает с направлением вектора перемещения $\vec{S}$. Единица скорости в СИ — *метр в секунду* (м/с или м · с$^{-1}$).

Координата равномерного движения определяется формулой 1:

$$x = x_0 + v_x t.$$

Путь при равномерном движении определяется формулой 2 (стр. 12):

$$S = vt.$$

При движении с переменной скоростью различают *среднюю* и *мгновенную скорости*.

Средняя путевая скорость — это отношение пути ко времени, за которое этот путь пройден:

$$v_{ср} = \frac{S}{t}.$$

Мгновенная скорость — *это скорость в данный момент времени или в данной точке траектории.*

Мгновенная скорость равна первой производной координаты тела по времени (формула 11):

$$v = x'.$$

Спидометр автомобиля показывает мгновенную скорость, а когда говорят, что скорость самолета 400 м/с, имеют в виду его среднюю скорость.

Быстроту изменения скорости характеризует ускорение a.

Ускорение $\vec{a}$ ***(по модулю) при равноускоренном движении*** — *это отношение изменения скорости ко времени, за которое это изменение произошло* (формула 4):

$$a = \frac{v - v_0}{t}.$$

Ускорение — векторная величина. Вектор ускорения $\vec{a}$ совпадает по направлению с вектором изменения скорости $\Delta\vec{v}$. Единица ускорения в СИ — *метр на секунду за секунду* (м/с^2 ил м · с$^{-2}$).

$$a_{ср} = \frac{\Delta v}{t}.$$

При любом переменном движении *среднее ускорение* есть отношение изменения скорости ко времени, за которое это изменение произошло.

Мгновенное ускорение есть первая производная скорости по времени (формула 12) или вторая производная координаты по времени (формула 13):

$$a = v' = x''.$$

Чтобы описать движение тела, нужно выбрать *систему отсчета.*

Система отсчета — это система координат, в начале которой располагается тело отсчета и прибор для измерения времени (часы).

А. Виды прямолинейного движения

Равномерное прямолинейное движение — это движение с постоянной скоростью.

Формулы равномерного и прямолинейного движения — это формулы 1) и 2).

На рис. 1, 2 и 3 представлены графики координаты, пути и скорости равномерного движения.

На графиках координаты и пути равномерного движения скорость численно равна тангенсу угла наклона графика к оси времени. На графике скорости равномерного движения путь численно равен площади прямоугольника, ограниченного самим графиком, осью времени и перпендикулярами, восстановленными из точек, соответствующих начальному и конечному моментам времени движения.

Равноускоренное движение — это движение с постоянным ускорением.

К формулам равноускоренного движения относятся формулы 3)–10).

Графики координаты, пути и скорости равноускоренного движения представлены на рис. 4, 5 и 6.

Графики координаты и пути равноускоренного движения представляют собой ветви параболы. Та парабола, которая ближе к оси координат или к оси путей, соответствует большему ускорению. На графиках координаты и пути скорость численно равна тангенсу угла наклона к оси

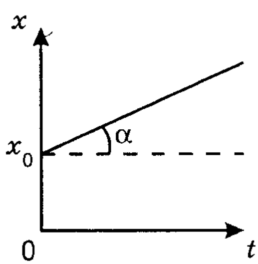


Рис. 1

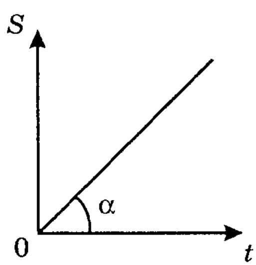


Рис. 2

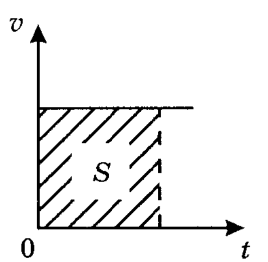


Рис. 3

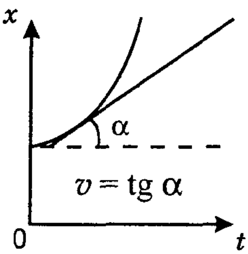


Рис. 4

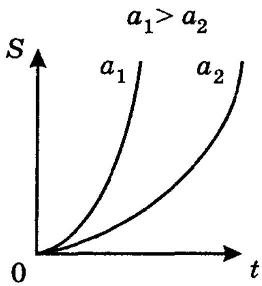


Рис. 5

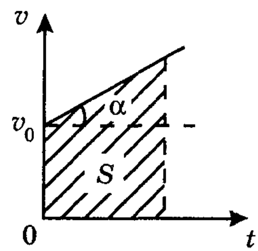


Рис. 6

времени прямой линии, проведенной касательно параболе. Если такая касательная линия параллельна оси времени, значит, в этот момент скорость стала равна нулю.

На графике скорости равноускоренного движения ускорение численно равно тангенсу угла наклона графика к оси времени. Путь на графике скорости равноускоренного движения численно равен площади прямоугольной трапеции, ограниченной графиком, осью времени и перпендикулярами, восстановленными к оси времени из точек, соответствующих моменту времени, когда скорость была начальной, и моменту времени, когда она стала конечной.

Ниже приведены формулы равномерного, равноускоренного движений и движения с переменным ускорением — с названием всех величин, входящих в формулы. В скобках приведены размерности величин в СИ.

Если движение замедленное, то его ускорение отрицательно, и во всех формулах с ускорением перед буквой «a» следует ставить минус.

Равномерное движение

1) $x = x_0 + v_x t$

2) $S = vt$

Здесь x — конечная координата (м), x_0 — начальная координата (м), v_x — проекция скорости на ось координат (м/с), t — время (с), S — путь (м), v — модуль скорости (м/с).

Равноускоренное движение

3) $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$

4) $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_0}{t}$

5) $v = v_0 + at$

6) $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$

7) $S = v_{ср} t$

8) $v_{ср} = \frac{v_0 + v}{2}$

9) $v^2 - v_0^2 = 2aS$

10) $S_n = \frac{a}{2}(2n - 1)$

Здесь x — конечная координата (м), x_0 — начальная координата (м), a — ускорение (м/с^2), Δv — изменение скорости (м/с), v — модуль конечной скорости (м/с), v_0 — модуль начальной скорости (м/с), v_{0x} — проекция начальной скорости на ось координат (м/с), a_x — проекция ускорения на ось координат (м/с^2), $v_{ср}$ — средняя скорость (м/с), t — время движения (с), S_n — путь, пройденный за n-ю секунду равноускоренного движения без начальной скорости, n — порядковый номер этой секунды, считая от начала движения.

Движение с переменным ускорением

11) $v = x'$ или $v = S'$

12) $a = v'$

13) $a = x''$ или $a = S''$

Здесь x' — первая производная координаты по времени (м/с), S' — первая производная пути по времени (м/с), $a_{ср}$ — среднее ускорение (м/с^2), v' — первая производная скорости по времени (м/с^2), x'' — вторая производная координаты по времени (м/с^2), S'' — вторая производная пути по времени. Остальные величины названы в пункте *Равноускоренное движение.*

Правило сложения классических скоростей

14) $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_0$

Здесь $\vec{v}$ — скорость тела относительно неподвижной системы отсчета (абсолютная скорость), $\vec{v}_1$ – скорость тела относительно подвижной системы отсчета (относительная скорость), $\vec{v}_0$ — скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной (переносная скорость).

Если из условия задачи следует, что тело начало движение из состояния покоя, например, поезд отошел от станции или автомобиль выехал из пункта А, и т. п., то в «Дано:» следует записать, что его начальная скорость $v_0 = 0$. Если же из условия задачи следует, что тело в конце торможения остановилось, то следует записать, что его конечная скорость $v = 0$.

Из сравнения уравнений 1) и 3)

$$x = x_0 + v_x t \quad \text{и} \quad x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

следует, что если координата тела x зависит от времени движения t в первой степени, то это равномерное движение, а если координата x зависит от времени t^2, то это движение равноускоренное. Если же координата тела зависит от времени с иным показателем степени, то такое движение происходит с переменным ускорением и к нему формулы равноускоренного движения неприменимы (кроме формулы 7, $S = v_{\text{ср}} t$, которую можно использовать при любом движении). Аналогично, если скорость тела зависит от времени движения в первой степени, как в формуле 5) $v = v_0 + at$, то движение равноускоренное, а если показатель степени у времени t нулевой, то $t^0 = 1$, и это значит, что скорость не зависит от времени, т. е. постоянна, поэтому движение является равномерным. Если же показатель степени у скорости иной, то движение происходит с переменным ускорением.

Если вам дано уравнение типа $x = 6 + 4t$ см, то из сравнения его с уравнением 1) следует, что начальная координата $x_0 = 6$ см, а скорость тела $v = 4$ см/с.

Если вам дано уравнение типа $x = 2 + 3t + 4\,t^2$ м, то из сравнения его с уравнением 3) следует, что начальная координата $x_0 = 2$ м, начальная скорость $v_0 = 3$ м/с и так как $\frac{a}{2} = 4$ м/с^2, то ускорение тела $a = 8$ м/с^2.

Формулу средней скорости 8)

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_0 + v}{2}$$

можно применять только при равноускоренном движении, т. е. когда ускорение тела не меняется в течение всего времени движения. Если же на некотором пути тело двигалось сначала с одним ускорением, потом с другим или вообще равномерно, то определять среднюю скорость на всем пути или за все время движения можно только из формулы 7):

$$v_{cp} = \frac{S}{t}.$$

Пути, проходимые телом при равноускоренном движении без начальной скорости, относятся как ряд последовательных нечетных чисел:

$S_1 : S_2 : S_3 : S_4... = 1 : 3 : 5 : 7...$

Если в условии задачи идет речь о скорости в средней точке пути, то учтите, что это не средняя скорость на всем пути, а мгновенная скорость на середине пути, — она является конечной скоростью для первой половины пути и начальной скоростью для второй половины.

Б. Свободное падение

Частным случаем движения с постоянным ускорением является свободное падение.

Свободное падение — это падение тел в вакууме под действием притяжения планеты. При свободном падении все тела движутся с ускорением свободного падения. В средних широтах Земли ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2.

К свободному падению применимы все формулы пункта *Равноускоренное движение*, только вместо ускорения a в формулах свободного падения пишут ускорение свободного падения g, вместо координаты x пишут координату y и вместо пути S — высоту h или H. Если тело брошено вверх и нет сопротивления среды, то оно движется равнозамедленно с отрицательным ускорением свободного падения. В этом случае во всех формулах перед буквой «g» надо ставить минус.

К формулам свободного падения относятся формулы 15) — 34).

Если из условия задачи следует, что тело падало без начальной скорости, в условии задачи следует записать, что его начальная скорость $v_0 = 0$.

Если из условия задачи следует, что брошенное вверх тело достигло высшей точки, то в условии задачи следует записать, что его конечная скорость $v = 0$.

Ниже приведены формулы, применимые к разным случаям свободного падения.

Тело падает вниз с начальной скоростью $v_0 \neq 0$

15) $h = v_{ср} t$

16) $v_{ср} = \dfrac{v_0 + v}{2}$

17) $h = v_0 t + \dfrac{gt^2}{2}$

Тело падает вниз без начальной скорости $v_0 = 0$

20) $h = v_{ср} t$

21) $v_{ср} = \dfrac{v}{2}$

22) $h = \dfrac{gt^2}{2}$

18) $v = v_0 + gt$

19) $v^2 - v_0^2 = 2gh$

23) $v = gt$

24) $v^2 = 2gh$

Тело, брошенное вверх, не достигло высшей точки $v \neq 0$

25) $h = v_{ср}t$

26) $v_{ср} = \dfrac{v_0 + v}{2}$

27) $h = v_0 t - \dfrac{gt^2}{2}$

28) $v = v_0 - gt$

29) $v^2 - v_0^2 = -2gh$

Тело, брошенное вверх, достигло высшей точки $v = 0$

30) $h = v_{ср}t$

31) $v_{ср} = \dfrac{v}{2}$

32) $h = \dfrac{gt^2}{2}$

33) $v_0 = gt$

34) $v_0^2 = 2gh$

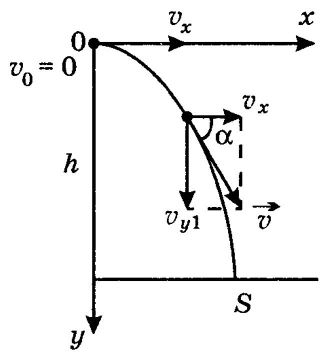
Формулу 27)

$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

можно применять для нахождения конечной координаты тела $y = h$ не только к равнозамедленному движению тела, брошенного вверх, но и к его последующему движению вниз, после того, как оно побывало в высшей точке.

Если тело, расположенное на высоте h над землей, брошено горизонтально со скоростью v_x и сопротивлением его движению можно пренебречь, то оно, продолжая двигаться по горизонтали, станет одновременно свободно падать без начальной скорости и с ускорением свободного падения. При этом его траектория будет представлять собой параболу. На рис. 7 показана такая парабола и приведены некоторые формулы, используемые при решении подобных задач.

Если тело, расположенное на высоте h, брошено под углом α к горизонту со скоростью v_0, то в отсутствие сопротивления среды оно тоже будет двигаться по параболе, перемещаясь в горизонтальном направлении со скоростью $v_x = v\cos\alpha$



$S = v_x t$

$h = \dfrac{gt^2}{2}$

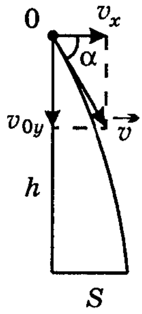
$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{v_y}{v_x}$

$v_y = gt$

Рис. 7

и одновременно свободно падая с начальной вертикальной скоростью $v_{0y} = v \sin\alpha$ и ускорением свободного падения g. На рис. 8 показана такая парабола и приведены некоторые формулы, используемые при решении таких задач.

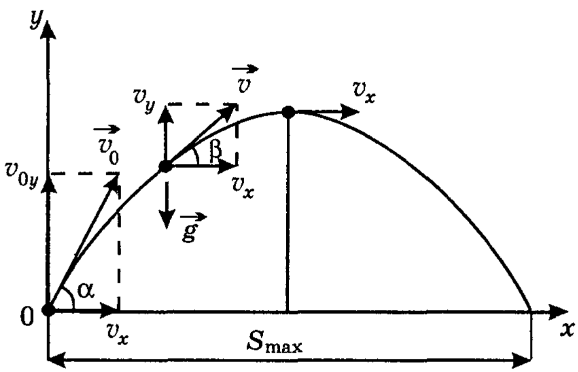


$$S = v_x t$$
$$h = v_{0y} t + \frac{gt^2}{2}$$
$$v_y = v_{0y} + gt$$
$$v_x = v_0 \cos\alpha$$
$$v_y = v_0 \sin\alpha$$

Рис. 8

Если тело брошено с земли со скоростью v под углом α к горизонту, то в отсутствие сопротивления его движению оно тоже станет двигаться по параболе, перемещаясь горизонтально со скоростью $v_x = v_0 \cos\alpha$ и одновременно двигаясь равнозамедленно вверх с начальной скоростью $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$ и с отрицательным ускорением свободного падения $-g$. Так оно будет двигаться, пока не достигнет высшей точки, где вертикальная составляющая его скорости v_y станет равна нулю, но горизонтальная составляющая v_x останется прежней. Затем, продолжая движение по горизонтали с прежней скоростью, тело станет свободно падать без начальной вертикальной скорости. Скорость v_0, с которой тело было брошено с земли, будет равна скорости, с которой оно упадет на землю, — и угол α, под которым оно было брошено, тоже будет равен углу, под которым упадет. В каждой точке траектории ускорение тела направлено вниз и равно ускорению свободного падения. Траектория такого движения изображена на рис. 9 и там же приведены некоторые формулы, наиболее часто используемые при решении соответствующих задач.

Если из условия задачи следует, что два тела (или более) столкнулись на одной высоте, это значит, что их координата y стала одинакова.



$$S_{max} = v_x t_{общ} \qquad h_{max} = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$
$$v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$
$$v_x = v_0 \cos\alpha \qquad \operatorname{tg}\beta = \frac{v_y}{v_x}$$
$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$

Рис. 9

В. Относительность движения

Всякое движение относительно. Это означает, что одно и то же тело одновременно и движется, и покоится. Движется относительно одних тел и одновременно покоится относительно других. Мы все, земляне, можем покоиться относительно своего письменного стола и одновременно всегда движемся относительно Солнца. Любой из вас может привести много примеров относительности движения.

В задачах на относительность движения часто приходится пользоваться правилом сложения скоростей.

Правило сложения скоростей: *скорость тела относительно неподвижной системы отсчета* $\vec{v}$ *равна сумме скорости тела относительно подвижной системы отсчета* $\vec{v}_1$ *и скорости самой подвижной системы* $\vec{v}_0$ *относительно неподвижной* (формула 14):

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_0 .$$

Это правило применимо только к классическим скоростям, т. е. скоростям, значительно меньшим скорости света в вакууме (т.е. к скоростям порядка 10^6 м/с и меньше).

Если система отсчета и тело в ней движутся в одном направлении, то формула 14) примет вид:

$$v = v_1 + v_0 .$$

Например, если поезд движется со скоростью 16 м/с относительно вокзала, а пассажир по ходу поезда бежит со скоростью 2 м/с относительно полок вагона, то скорость пассажира относительно вокзала равна 18 м/с.

Если система отсчета и тело в ней движутся в противоположных направлениях, то формула 14) примет вид:

$$v = v_0 - v_1 .$$

Например, если в предыдущем примере пассажир будет бежать навстречу ходу поезда, то скорость, с которой он будет удаляться от вокзала, будет равна 14 м/с.

Если в подвижной системе отсчета, движущейся со скоростью $\vec{v}_0$ относительно неподвижной системы, тело станет двигаться со скоростью $\vec{v}_1$ относительно подвижной системы под углом α к направлению ее движения, то для определения модуля скорости тела относительно неподвижной системы придется применить теорему Пифагора или теорему косинусов — в зависимости от величины угла α (рис. 10 и 11).

Например, если скорость течения $v_0 = 1$ м/с, а лодка, переплывает реку со скоростью $v_1 = 2$ м/с относительно воды перпендикулярно берегу (рис. 10), то скорость лодки относительно берега будет, согласно теореме Пифагора, равна $v = \sqrt{1^2 + 2^2}$ м/с = 2,2 м/с.

Если лодочник будет грести под углом α к течению, как на рис. 11, то его скорость v относительно берега можно определить по теореме косинусов:

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_0^2 - 2v_1v_0\cos(180° - \alpha)} = \sqrt{v_1^2 + v_0^2 + 2v_1v_0\cos\alpha}.$$

Если в условии сказано, что лодка переплывает реку по *кратчайшему пути*, значит, ее скорость относительно берега $\vec{v}$ направлена перпендикулярно берегу (рис. 12), а скорость лодки относительно воды $\vec{v}_1$ направлена под тупым углом к вектору скорости течения $\vec{v}_0$. В таком случае скорость лодки относительно берега можно определить по теореме Пифагора:

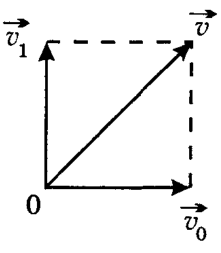
$$v = \sqrt{v_1^2 - v_0^2},$$

а время t, за которое лодка переплывет реку шириной H, двигаясь с этой скоростью, можно найти как отношение этой ширины к скорости лодки v относительно берега:

$$v = \frac{H}{t}.$$

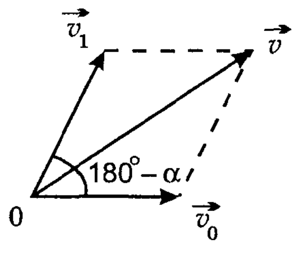
Если говорится о *минимальном времени*, за которое лодка переплывет реку, то теперь перпендикулярно берегу надо направить вектор скорости лодки относительно воды $\vec{v}_1$ под прямым углом к течению, как на рис. 13. В этом случае минимальное время t будет равно отношению ширины реки к скорости лодки v_1 относительно течения:

$$t = \frac{H}{v_1}.$$



$$v = \sqrt{v_1^2 + v_0^2}$$

Рис. 10



$$v = \sqrt{v_1^2 + v_0^2 - 2v_1v_0\cos(180° - \alpha)} =$$
$$= \sqrt{v_1^2 + v_0^2 + 2v_1v_0\cos\alpha}$$

Рис. 11

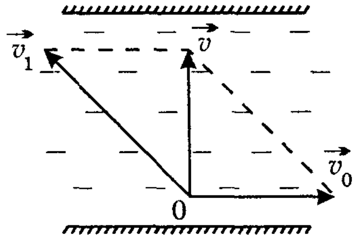


Рис. 12

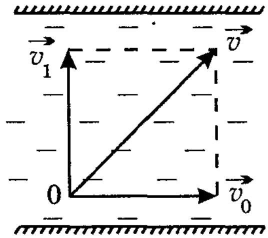


Рис. 13

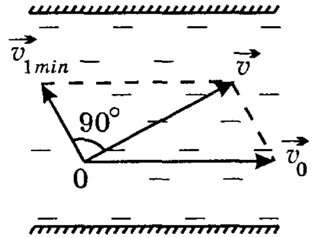


Рис. 14

Таким образом, если вам нужно переплыть реку как можно быстрее, значит, надо грести перпендикулярно течению. Вас, правда, снесет вниз по течению, но зато вы быстрее всего окажетесь на противоположном берегу.

Существует *минимальная скорость* относительно течения $v_{1\min}$, с которой можно переплыть реку, чтобы попасть в нужное место на противоположном берегу. При данной скорости течения относительно берега v_0 вектор этой минимальной скорости $\vec{v}_1$ должен быть перпендикулярен вектору скорости лодки относительно берега $\vec{v}$, как на рис. 14.

Если два тела сближаются или удаляются друг от друга, т.е. движутся в противоположных направлениях со скоростями v_1 и v_2 относительно неподвижных объектов, то их скорость v относительно друг друга будет по модулю равна сумме их скоростей относительно неподвижных объектов:

$$v = v_1 + v_2 .$$

Если два тела обгоняют друг друга, т. е. движутся в одном направлении со скоростями v_1 и v_2 относительно неподвижных объектов, то скорость v относительно друг друга по модулю будет равна разности их скоростей относительно неподвижных объектов:

$$v = v_2 - v_1 .$$

Например, если два поезда едут по параллельным рельсам навстречу друг другу со скоростями 36 км/ч и 54 км/ч относительно вокзала, то скорость их взаимного сближения, т.е. скорость первого поезда относительно второго по модулю, равна скорости второго относительно первого:

36 км/ч + 74 км/ч = 110 км/ч.

А если они движутся по параллельным рельсам в одном направлении, т. е., например, если второй поезд, скорость которого равна 72 км/ч, обгоняет первый, скорость которого 36 км/ч, то скорость первого поезда относительно второго равна скорости второго минус скорость первого:

72 км/ч – 36 км/ч = 36 км/ч,

а скорость второго поезда относительно первого равна скорости первого поезда минус скорость второго:

36 км/ч – 72 км/ч = –36 км/ч.

Если два тела движутся со скоростями v_1 и v_2 относительно неподвижных объектов, и векторы этих скоростей направлены под углом α друг к другу, то чтобы найти скорость первого тела относительно второго $\vec{v}_{отн}$, надо найти векторную разность $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ (рис. 15, а), а чтобы найти скорость второго тела относительно первого, надо найти векторную разность $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ (рис. 15, б).

Для нахождения модуля относительной скорости можно применить теорему косинусов:

$$v_{отн} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos\alpha}.$$

Если $\alpha = 90^\circ$, то удобно применить теорему Пифагора:

$$v_{отн} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}.$$

Если сказано, что два поезда длиной L_1 и L_2 каждый движутся навстречу друг другу со скоростями v_1 и v_2 относительно неподвижных объектов (деревьев, домов), то время t, в течение которого они будут проезжать мимо друг друга, можно найти, разделив сумму их длин на их скорость относительно друг друга, которая при встречном движении поездов равна сумме их скоростей:

$$t = \frac{L_1 + L_2}{v_1 + v_2}.$$

А если эти поезда обгоняют друг друга, двигаясь в одном направлении, то время обгона равно:

$$t = \frac{L_1 + L_2}{v_2 - v_1}.$$

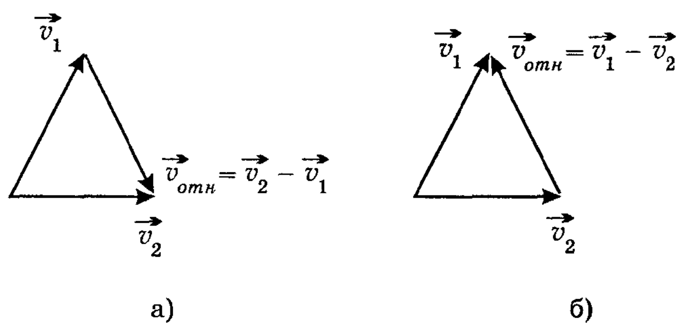


Рис. 15

Г. Равномерное движение по окружности

Тело движется по окружности с постоянной по модулю скоростью, когда на него действует тоже постоянная по модулю сила, направленная в каждой точке его траектории по радиусу к центру окружности. Такое движение характеризуется следующими параметрами: *линейной скоростью* v, *угловой скоростью* ω, *периодом* T, *частотой вращения* ν и *центростремительным ускорением* a.

Линейная скорость v *— это скорость, с которой тело движется по окружности. Линейная скорость* — векторная величина. Вектор линейной скорости $\vec{v}$, оставаясь по модулю постоянным, в каждой точке траектории направлен по касательной окружности (рис. 16).

Угловая скорость ω *— это отношение угла* φ *поворота радиуса* R*, соединяющего тело с центром окружности, ко времени поворота* t*:*

$$\omega = \frac{\varphi}{t}.$$

Угловая скорость — векторная величина, ее направление можно определить с помощью правого винта (буравчика). Если направить головку правого винта по направлению движения тела по окружности, то в ее центре поступательное движение винта совпадет с направлением вектора угловой скорости. На рис. 16 тело движется по окружности против часовой стрелки. Вращая головку правого винта против часовой стрелки, убедимся, что вектор угловой скорости направлен от чертежа к нам. В этом случае его изображают в центре окружности кружочком с точкой. А если тело движется по часовой стрелке, то вектор угловой скорости направлен от нас за чертеж, и при этом его изображают кружочком с крестиком внутри (рис. 17).

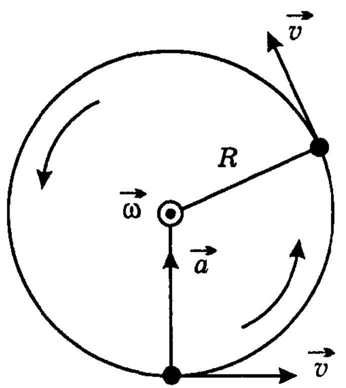


Рис. 16

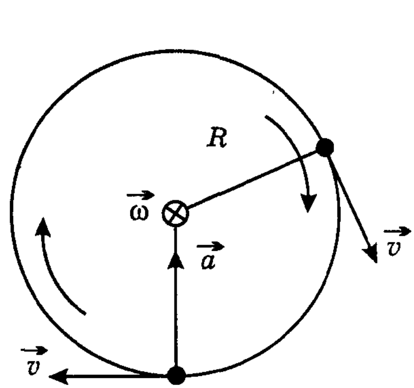


Рис. 17

Равномерное движение по окружности является периодическим движением, — при таком движении координата тела повторяется через равные промежутки времени. Условие периодичности отражает формула 35).

***Период Т** — это время одного оборота*. Период T равен отношению всего времени t к числу оборотов N, совершаемых за это время:

$$T = \frac{t}{N}.$$

Следует знать, что период секундной стрелки $T = 1$ мин, период минутной стрелки $T = 1$ ч и период часовой стрелки $T = 12$ ч.

***Частота вращения** ν — это число оборотов за единицу времени.* Частота ν равна отношению числа оборотов N, совершенных за время t, к этому времени:

$$\nu = \frac{N}{t}.$$

Период и частота — обратные величины (формула 45).

Центростремительное **(его еще называют *нормальное*)** ***ускорение*** *a — это ускорение, характеризующее быстроту изменения направления вектора линейной скорости*. Центростремительное ускорение в любой точке траектории направлено по радиусу к центру окружности.

Формулы 36) — 48) применяют при решении задач на равномерное движение тела по окружности.

Равномерное движение по окружности

35) $x(t) = x(t + NT)$

36) $v = \frac{S}{t}$

37) $\omega = \frac{\varphi}{t}$

38) $v = 2\pi\nu R$

39) $v = \frac{2\pi R}{T}$

40) $v = \omega R$

41) $\omega = 2\pi\nu$

42) $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$43)\ T = \frac{t}{N}$$

$$44)\ \nu = \frac{N}{t}$$

$$45)\ \nu = \frac{1}{T}$$

$$46)\ a = \frac{v^2}{R}$$

$$47)\ a = \omega^2 R$$

$$48)\ a = \omega v$$

Здесь $x(t)$ — координата тела через время t от начала отсчета (м), $x(t+NT)$ — координата тела через время $t + NT$ от начала отсчета (м), N — число полных оборотов (безразмерное), T — период (с), v — линейная скорость (м/с), S — длина дуги (м), ω — угловая скорость (рад/с), φ — угол поворота радиуса (рад), $\pi \approx 3{,}14$ — число «пи» (безразмерное), ν — частота вращения (c^{-1}), R — радиус окружности (м), N — число оборотов (безразмерное), t — время движения (с).

Следует знать, что все точки, расположенные на одном радиусе в процессе его вращения движутся с одинаковыми угловой скоростью, периодом и частотой, но с разными линейными скоростями. Чем ближе точка на радиусе к центру окружности, тем, согласно формуле 40) $v = \omega R$, меньше ее линейная скорость.

Когда колесо катится равномерно по дороге, двигаясь относительно нее с поступательной скоростью v_1, и все точки обода колеса движутся относительно его центра с такой же линейной скоростью v_1, то относительно дороги мгновенная скорость разных точек колеса различна (рис. 18).

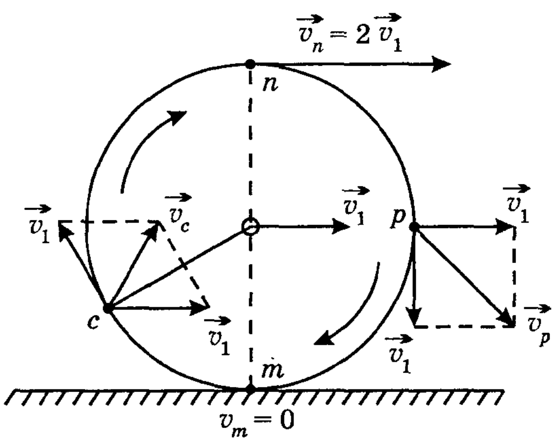


Рис. 18

Мгновенная скорость v_m нижней точки m равна нулю, а мгновенная скорость высшей точки n равна удвоенной скорости v_1. Мгновенную скорость v_p

точки p обода, лежащую на горизонтальном радиусе, можно найти по теореме Пифагора, а мгновенную скорость v_c точки c — по теореме косинусов.

Если материальная точка движется по произвольной криволинейной траектории, то в формулах 38) – 40) R — это радиус кривизны этой траектории в том месте, где линейная скорость точки равна v.

Если в условии задачи сказано, например, что скорость тела увеличилась вдвое, то можно записать так: $v = 2v_0$ или $\frac{v}{v_0} = 2$.

Если сказано, что, например, скорость увеличилась на 20 м/с, то в условии можно записать так: Δv = 20 м/с, где $\Delta v = v - v_0$.

Если сказано, что некоторая величина, например, скорость, увеличилась на 20%, то в условии задачи можно записать так:

$$\Delta v = v - v_0 = 0{,}2\,v_0.$$

Здесь Δv — изменение скорости, v — конечная скорость и v_0 — начальная скорость. А если сказано, что некоторая величина, например, скорость, составила 20% от первоначальной, то можно записать так: $v = 0{,}2\,v_0$. Подобным образом можно записывать и изменение других величин.

Проверочный экзамен по теме 1. «Кинематика»

Внимание: сначала попытайтесь ответить на вопросы и решить задачи самостоятельно, а потом проверьте свои ответы.

Указание: ускорение свободного падения принимать равным 10 м/с^2

Часть А

А1. На рис. 19 изображены графики координаты двух тел. Скорость первого тела больше скорости второго тела

1) в 1,5 раза　　2) в 2 раза
3) в 2,5 раза　　4) в 3 раза

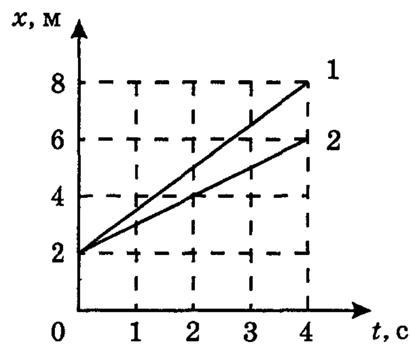


Рис. 19

А2. Уравнение движения тела $x = 8 + t$. Скорость тела равна

1) 0,5 м/с　　2) 1 м/с
3) 4 м/с　　4) 8 м/с

А3. Координата y материальной точки изменяется с течением времени t согласно уравнению $y = 2 - t$, а координата x этой точки изменяется с течением времени согласно уравнению $x = 4 + 2t$. Уравнение траектории этой точки, т. е. зависимость координаты y от координаты x имеет вид:

1) $y = 4 - 2x$ 2) $y = 2 + 0,4x$ 3) $y = 4 - 0,5x$ 4) $y = 6 + x$

А4. Конец стрелки часов, длина которой равна 1 см, переместился с 12 часов на 6 часов. При этом путь и модуль перемещения конца стрелки соответственно равны

1) 6,28 см и 2 см 2) 3,14 см и 4 см
3) 6,28 см и 4 см 4) 3,14 см и 2 см

А5. Координата материальной точки x меняется с течением времени t согласно уравнению $x = 6 - 2t$ (см). Через 4 с координата точки станет равна

1) 2 см 2) 8 см 3) −4 см 4) −2 см

А6. На рис. 20 изображен график скорости равноускоренного движения тела. Все величины выражены в единицах СИ. Ускорение тела равно

1) 1 м/с^2 2) 1,5 м/с^2 3) 2,4 м/с^2 4) 2,25 м/с^2

А7. Из уравнений

а) $x = 4 - 2t^2$ б) $x = t - 8$, в) $v = 4t$ г) $v = 2 + t^2$

описывают равномерное движение уравнения

1) б) и в) 2) а) и б) 3) только в) 4) только б

А8. На рис. 21 изображен график скорости равнозамедленного движения. Скорость и время измерены в единицах СИ. Путь, пройденный телом за 4 с, равен

1) 45 м 2) 40 м 3) 90 м 4) 21 м

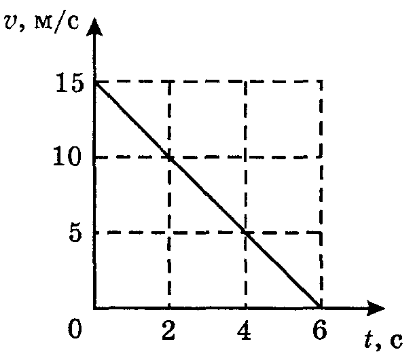


Рис. 21

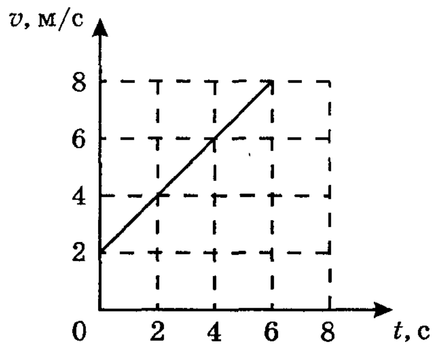


Рис. 20

А9. Уравнение движения тела имеет вид $x = 3 - 2t + t^2$ (м). Начальная скорость и ускорение тела соответственно равны

1) 2 м/с и 1 м/с^2 2) 3 м/с и −2 м/с^2
3) −2 м/с и 1 м/с^2 4) −2 м/с и 2 м/с^2

А10. Уравнение движения имеет вид $x = 6t - 2t^2$ (м). Скорость тела станет равна нулю через

1) 0,5 с 2) 1,5 с 3) 2 с 4) 3 с

А11. Дан график координаты (рис. 22). В какой момент времени скорость тела равна нулю?

1) t_1 2) t_2 3) t_3 4) t_4

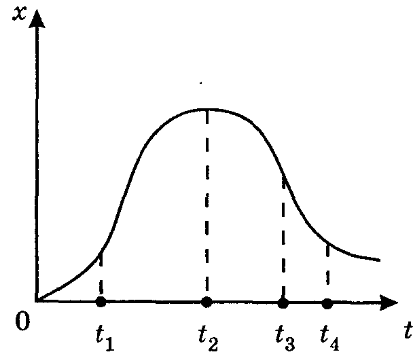


Рис. 22

А12. Движение материальной точки задано уравнением $x = 5 - t + 2\,t^2$. Уравнением, выражающим зависимость скорости этой точки от времени, будет

1) $v = 5 - 2t$ 2) $v = 4t - 1$
3) $v = 2t - 2$ 4) $v = 5 + 2t$

А13. Пути, проходимые при равноускоренном движении без начальной скорости за последовательные секунды относятся, как

1) 1 : 2 : 3 : 4:... 2) 2 : 4 : 6 : 8 :...
3) 1 : 2^2 : 3^2 : 4^2 :... 4) 1 : 3 : 5 : 7 :...

А14. Через 5 с равноускоренного движения с ускорением 0,4 м/с^2 скорость материальной точки стала равна 6 м/с. Начальная скорость точки была равна

1) 1 м/с 2) 2,4 м/с 3) 3,5 м/с 4) 4 м/с

А15. При равноускоренном движении без начальной скорости с ускорением 1 м/с^2 тело прошло путь 4,5 м. Его скорость в конце пути стала равна

1) 2,25 м/с 2) 3 м/с
3) 5 м/с 4) 9 м/с

А16. На рис. 23 изображен график скорости переменного движения. Модуль ускорения максимален на промежутке времени

1) $0 - t_1$ 2) $t_2 - t_3$ 3) $t_3 - t_4$ 4) $t_4 - t_5$

А17. Тело брошено с земли под углом к горизонту. Сопротивление движению не учитывать. Его ускорение в каждой точке траектории направлено

1) по касательной к траектории
2) вниз
3) горизонтально
4) по радиусу к центру кривизны траектории

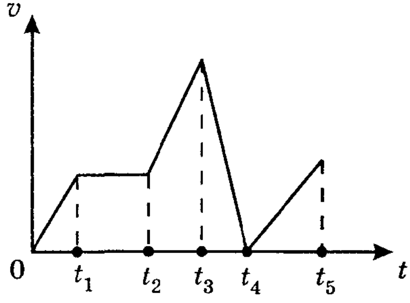


Рис. 23

А18. Тело брошено с земли вверх. На рис. 24 изображен график изменения проекции его скорости на вертикальную ось OY в зависимости от времени движения. Сопротивлением движению пренебречь. Считая от момента броска, тело упадет на землю через

1) 2 с   2) 3 с
3) 6 с   4) 8 с

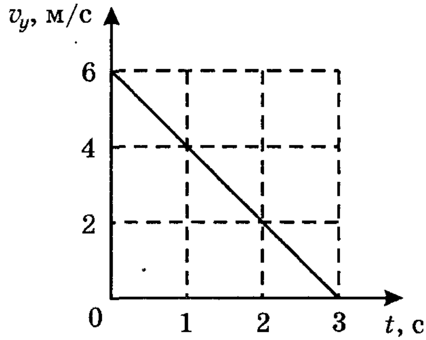


Рис. 24

А19. В трубку Ньютона поместили монетку, дробинку, маленький листок бумаги, зернышко пшеницы и перышко. Затем из трубки откачали воздух и перевернули ее. Быстрее всех упадет на дно трубки

1) дробинка и монетка   2) зернышко пшеницы
3) дробинка   4) нет верного ответа

А20. Тело упало с высоты 5 м без начальной скорости. Сопротивлением движению пренебречь. Его скорость у земли была равна

1) 5 м/с   2) 10 м/с   3) 20 м/с   4) 25 м/с

А21. Тело упало с высоты 20 м без начальной скорости. Сопротивлением движению пренебречь. Время его падения равно

1) 2 с   2) 4 с   3) 1,4 с   4) 5 с

А22. Два тела движутся со скоростями 4 м/с и 3 м/с по взаимно перпендикулярным траекториям. Модуль их скорости относительно друг друга равен

1) 1 м/с   2) 5 м/с   3) 7 м/с   4) 25 м/с

А23. Чтобы переплыть реку за кратчайшее время с одной и той же скоростью, надо грести

1) под тупым углом к течению　　2) перпендикулярно течению
3) под острым углом к течению　　4) нет верного ответа

А24. Два поезда длиной по 50 м каждый движутся по параллельным рельсам навстречу друг другу со скоростями 36 км/ч и 54 км/ч. Они проедут мимо друг друга за время

1) 4 с　　2) 10 с　　3) 16 с　　4) 20 с

А25. Поезд длиной 60 м, движущийся со скоростью 36 км/ч, въехал на мост длиной 540 м. Он съедет с этого моста через

1) 6 с　　2) 54 с　　3) 1 мин　　4) 4 мин

А26. Период минутной стрелки равен

1) 30 с　　2) 1 мин　　3) 30 мин　　4) 1 ч

А27. Период обращения спицы колеса увеличился в 3 раз. Частота вращения колеса

1) увеличилась в 3 раза　　2) уменьшилась в 3 раза
3) увеличилась в 9 раз　　4) уменьшилась в 9 раз.

А28. Линейная скорость точки на ободе колеса радиусом 50 см равна 10 м/с, а линейная скорость точки, лежащей на том же радиусе, что и первая, но на 10 см ближе к центру колеса, равна

1) 1 м/с　　2) 5 м/с　　3) 6 м/с　　4) 8 м/с

А29. Линейная скорость точек обода колеса равна скорости его поступательного движения и составляет v =1 м/с. Мгновенная скорость v_M точки M, лежащей на конце горизонтального радиуса колеса (рис. 25), равна

1) 0　　2) 1 м/с
3) 1,4 м/с　　4) 2 м/с

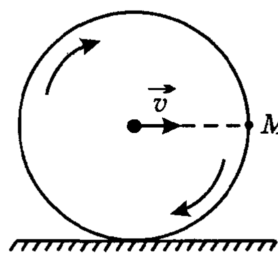


Рис. 25

А30. Материальная точка, двигаясь по окружности радиусом 50 см за время 6,28 с, совершила 10 оборотов. Ее линейная скорость равна

1) 5 м/с　　2) 10 м/с
3) 2 м/с　　4) 4 м/с

Часть B

B1. Тело проехало путь 20 м за 5 с, двигаясь равномерно. Какой путь оно проедет за 10 с, если его скорость увеличить на 40%?

B2. Поезд начал двигаться равноускоренно с ускорением 2 м/с^2 и за 10 с проехал некоторый путь. Найти скорость поезда в средней точке этого пути.

B3. Расстояние между двумя прибрежными поселками катер проходит по течению за 40 мин, а обратно — за 1 ч. За сколько времени проплывут это расстояние плоты?

B4. Путь, пройденный материальной точкой, движущейся равномерно по окружности радиусом 6,28 см, изменяется с течением времени согласно уравнению $S = 31{,}4\ t$ (см). Чему равна угловая скорость точки?

Часть C

C1. Начальная скорость материальной точки 4 м/с. Вначале точка движется замедленно с модулем ускорения 1 м/с^2. Найти весь путь, который она проделает за 10 с, двигаясь с постоянным по модулю ускорением.

C2. Ракета стартовала с земли вертикально вверх, двигаясь равноускоренно с ускорением 6 м/с^2. Через 10 с двигатель ракеты заглох. Через сколько времени она упадет на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

C3. Колонна солдат длиной 20 м движется по шоссе со скоростью 3,6 км/ч. Командир, находящийся в хвосте колонны, посылает солдата с вопросом к сержанту, шагающему во главе колонны. Солдат бежит туда и обратно со скоростью, превышающей скорость колонны на 20% . Через сколько времени солдат доставит командиру ответ сержанта, если он слушал его в течение 0,5 мин?

C4. Камень бросили вниз с начальной скоростью 2 м/с. Время его падения на землю равно 3 с. Чему равна средняя скорость падения камня на оставшейся до земли третьей части всей высоты его падения? Сопротивлением воздуха пренебречь.

C5. Маленький мячик бросили земли под углом 60^0 к горизонту со скоростью 5 м/с в вертикальную стену, расположенную на расстоянии 1,5 м от места бросания. Под каким углом к горизонту отскочит мячик после абсолютно упругого удара о стену? Сопротивлением воздуха пренебречь.

C6. Горизонтальная платформа равномерно вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. На расстоянии, равном трети радиуса платформы относительно ее края, от поверхности платформы отрывается небольшое тело и скользит по ней без трения. Через сколько времени тело слетит с платформы, если до отрыва оно двигалось с ускорением 0,1 м/с^2? Радиус платформы 60 см.

Ответы на задания проверочного экзамена по теме 1. «Кинематика»

Ответы на задания части А

А1. Поскольку скорость на графике координаты равна тангенсу угла наклона графика к оси времени, а тангенс угла в прямоугольном треугольнике — это отношение противолежащего катета к прилежащему, то из приведенного чертежа следует, что

$$v_1 = \frac{8-2}{4}\ \text{м/с} = 1{,}5\ \text{м/с}\,,$$

$$v_2 = \frac{6-2}{4}\ \text{м/с} = 1\ \text{м/с}\,,$$

следовательно,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1{,}5}{1} = 1{,}5.$$

Правильный ответ 1).

А2. Из сопоставления данного уравнения с формулой 1) $x = x_0 + v_x t$ равномерного движения следует, что v = 1 м/с.

Правильный ответ 2).

А3. Из второго уравнения $t = \frac{x-4}{2}$. Подставим правую часть этого выражения в первое уравнение: $y = 2 - \frac{x-4}{2} = 4 - 0{,}5x$.

Правильный ответ 3).

А4. Путь равен половине длины окружности (рис. 26):

$$S = \frac{1}{2} 2\pi R = 3{,}14 \cdot 1\ \text{см} = 3{,}14\ \text{см}.$$

Модуль перемещения равен длине двух радиусов:

$$\left|\vec{S}\right| = 2R = 2\ \text{см}.$$

Правильный ответ 4).

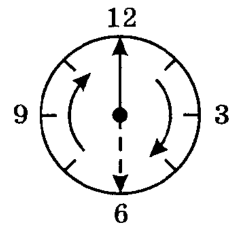


Рис. 26

А5. $x = 6 - 2 \cdot 4$ (см) $= -2$ см.
Правильный ответ 4).

А6. Согласно формуле равноускоренного движения 4)

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{8 - 2}{4} \text{ м/с}^2 = 1{,}5 \text{ м/с}^2 .$$

Правильный ответ 2).

А7. Равномерное движение описывает только уравнение б) , где координата x пропорциональна времени t в первой степени.
Правильный ответ 4).

А8. Путь равен площади прямоугольного треугольника, ограниченного графиком и осями координат. А площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 15 \text{ м/с} \cdot 6 \text{ с} = 45 \text{ м}$$

Правильный ответ 1).

А9. Из сопоставления уравнений координаты в общем виде $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ (м) и данного в условии $x = 3 - 2t + t^2$ (м) следует, что начальная скорость $v_0 = -2$ м/с , а ускорение $a = 2$ м/с^2.
Правильный ответ 4).

А10. Из сопоставления общего уравнения координаты

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

и данного в условии уравнения $x = 6t - 2t^2$ следует, что начальная скорость $v_0 = 6$ м/с, а ускорение $a = -4$ м/с^2. Поскольку общее уравнение скорости имеет вид $v = v_0 + at$, то требуемое уравнение скорости будет иметь вид $v = 6 - 4t$. Поскольку скорость стала равна нулю, значит,
$0 = 6 - 4t$, откуда $t = 1{,}5$ с.
Правильный ответ 2).

А11. На графике координаты (рис. 4) скорость численно равна тангенсу угла наклона касательной к графику в любой его точке к оси времени. Если касательная параллельна оси времени, значит, угол наклона равен нулю и скорость тоже равна нулю. Этому условию соответствует момент времени t_2.

Правильный ответ 2).

А12. Из сопоставления общего уравнения координаты

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

и уравнения из условия задания $x = 5 - t + 2t^2$ следует, что начальная скорость $v_0 = -1$ м/с, а ускорение $a = 4$ м/с^2. Поскольку общее уравнение скорости равноускоренного движения имеет вид $v = = v_0 + at$, то уравнение скорости будет $v = 4t - 1$.

Правильный ответ 2).

А13. Такие пути относятся как ряд последовательных нечетных чисел.

Правильный ответ 4).

А14. Из формулы равноускоренного движения 5) $v = v_0 + at$ следует, что $v_0 = v - at = 6 - 0{,}4 \cdot 5$ (м/с) $= 4$ м/с.

Правильный ответ 4).

А15. Согласно формуле равноускоренного движения 9) при $v_0 = 0$ $v^2 = 2aS$, откуда $v = \sqrt{2aS} = \sqrt{2 \cdot 1 \cdot 4{,}5}$ м/с $= 3$ м/с.

Правильный ответ 2).

А16. Модуль ускорения на графике скорости численно равен тангенсу угла наклона графика к оси времени. Значит, большему углу наклона соответствует и большее по модулю ускорение. Значит, наибольший модуль ускорения на промежутке $t_3 - t_4$.

Правильный ответ 3).

А 17. Здесь ускорением является ускорение свободного падения, а оно в любой точке траектории направлено вниз.

Правильный ответ 2).

А18. Из графика следует, что тело взлетало до высшей точки, где $v_y = 0$, в течение 3 с и столько же времени падало. Значит, с момента бросания прошло 6 с.

Правильный ответ 3).

А19. В вакууме все тела падают с одинаковым ускорением, поэтому одинаковый путь они пролетают за одинаковое время.

Правильный ответ 4).

А20. Из формулы 24) $v^2 = 2gh$ следует, что
$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5}$ м/с $= 10$ м/с.
Правильный ответ 2).

А21. Из формулы 22) $h = \dfrac{gt^2}{2}$ следует, что $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 20}{10}}$ с $= 2$ с.

Правильный ответ 1).

А22. Из рис. 27 следует, что согласно теореме Пифагора

$v_{\text{отн}} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{4^2 + 3^2}$ м/с $= 5$ м/с.
Правильный ответ 2).

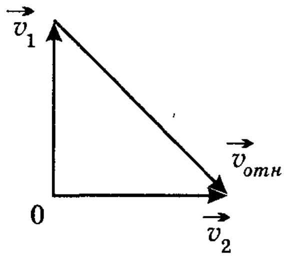


Рис. 27

А23. Под прямым углом к берегу и течению (рис. 13).
Правильный ответ 2)

А24. Поскольку путь, пройденный поездами, будет равен сумме их длин, а относительная скорость едущих навстречу друг другу поездов равна сумме их скоростей, выраженных в м/с ($36 \dfrac{\text{км}}{\text{ч}} = 10 \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$ и $54 \dfrac{\text{км}}{\text{ч}} = 15 \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$), то время, за которое они проедут мимо друг друга, равно $t = \dfrac{50+50}{10+15}$ с $= 4$ с.

Правильный ответ 1).

А25. Время, за которое поезд проедет через мост, равно отношению суммарной длины моста и поезда, деленному на скорость поезда, выраженную в единицах СИ: $t = \dfrac{540+60}{10}$ с $= 60$ с $= 1$ мин.

Правильный ответ 2).

А26. Минутная стрелка делает полный оборот за 1 ч.
Правильный ответ 4).

А27. Поскольку, согласно формуле 45) $\nu = \dfrac{1}{T}$, период и частота — обратные величины, значит, при увеличении периода втрое частота втрое уменьшится.
Правильный ответ 2).

А28. Угловая скорость всех точек, лежащих на одном радиусе, одинакова, поэтому, согласно формуле 45) $v = \omega R$, линейные скорости точек одного радиуса прямо пропорциональны их расстояниям до центра. Поскольку $R_1 = 50$ см, а $R_2 = 50$ см $-$ 10 см $= 40$ см и $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega R_1}{\omega R_2} = \frac{R_1}{R_2}$, то из этой пропорции следует, что $v_2 = v_1 \frac{R_2}{R_1} = 10\frac{40}{50}$ м/с $= 8$ м/с.

Правильный ответ 4).

А29. Поскольку скорость поступательного движения точки M вместе с колесом и ее линейная скорость равны v, по теореме Пифагора (рис. 28) мгновенная скорость точки M относительно дороги равна $v_M = \sqrt{v^2 + v^2} = v\sqrt{2} \approx 1{,}4v = 1{,}4$ м/с.

Правильный ответ 3).

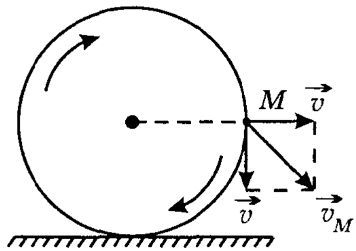


Рис. 28

А30. Согласно формулам 39) $v = \frac{2\pi R}{T}$ и 43) $T = \frac{t}{N}$ линейная скорость точки

$$v = \frac{2\pi RN}{t} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5 \cdot 10}{6{,}28} \text{ м/с} = 5 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 1).

Решение задач части В

Задача В1

Дано:	Решение
$S_1 = 20$ м $t_1 = 5$ с $\Delta v = 0{,}4v_1$ $t_2 = 10$ с	
S_2 – ?	

Запишем формулу пути равномерного движения для первого и второго состояний:

$$S_1 = v_1 t_1 \qquad (1)$$

и

$$S_2 = v_2 t_2 . \qquad (2)$$

Поскольку $v_2 = v_1 + \Delta v = v_1 + 0{,}4v_1 = 1{,}4v_1$, то, подставив правую часть этого равенства в формулу (2) вместо v_2, получим:

$$S_2 = 1{,}4 v_1 t_2 . \qquad (3)$$

Если теперь разделить левые и правые части равенств (1) и (2) друг на друга, то неизвестная скорость v_1 сократится, и из полученной пропорции мы сумеем найти искомый путь S_2. Проделаем эти действия:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{v_1 t_1}{1,4 v_1 t_2} = \frac{t_1}{1,4 t_2},$$

откуда

$$S_2 = 1,4 S_1 \frac{t_2}{t_1}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим искомый путь:

$$S_2 = 1,4 \cdot 20 \frac{10}{5} \text{ м} = 56 \text{ м}.$$

Ответ: $S_2 = 56$ м.

Задача В2

Дано:	*Решение*
$v_0 = 0$ $a = 2$ м/с^2 $t = 10$ с	Из условия задачи следует, что поезд начал движение из состояния покоя, поэтому мы записали в условии $v_0 = 0$. В этом случае формулы равноускоренного движения существенно упрощаются.
v – ?	

Мы знаем ускорение a и время движения поезда, поэтому, воспользовавшись формулой 6), найдем весь путь S, пройденный поездом за время t:

при $v_0 = 0$ $$S = \frac{at^2}{2}.$$

Нам надо найти скорость поезда v на середине этого пути, т. е. на расстоянии $\frac{S}{2}$ от начала движения. Теперь для нахождения скорости в средней точке всего пути, которая является конечной скоростью для первой половины всего пути S, мы можем воспользоваться формулой 9):

при $v_0 = 0$

$$v^2 = 2a\frac{S}{2} = aS = \frac{a^2t^2}{2},$$

откуда

$$v = \frac{at}{\sqrt{2}}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим искомую скорость:

$$v = \frac{2 \cdot 10}{\sqrt{2}}\ \text{м/с} = 14\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v = 14$ м/с.

Задача В3

Дано:	*Решение*
$t_1 = 40$ мин $t_2 = 1$ ч $= 60$ мин	Судя по условию задачи, и катер, и плоты движутся равномерно. Речь не идет о координатах, значит, нам пригодится формула 2) $S = vt$. Теперь будем рассуждать.
t – ?	

Когда катер идет вниз по течению, его скорость $v_К$ складывается со скоростью течения $v_Т$, и поэтому он проходит расстояние между двумя пунктами быстрее, чем в отсутствие течения, как, например, если бы он плыл по озеру. Тогда, согласно формуле 2), путь S между этими пунктами равен:

$$S = (v_K + v_T)t_1\,. \qquad (1)$$

Когда же он идет против течения, оно его тормозит, поэтому катер движется медленнее. Теперь его скорость, с которой он проходит прежнее расстояние между пунктами, будет равна разности скорости катера и скорости течения. В этом случае, согласно формуле 2), тот же путь между пунктами будет равен:

$$S = (v_K - v_T)t_2\,. \qquad (2)$$

Мы имеем два уравнения и целых четыре неизвестных величины. Но самое главное: мы еще не ввели нужное нам время t, за которое это расстояние проплывут плоты. Здесь следует сообразить, что, поскольку плоты несет само течение — ни гребцов, ни двигателя на них нет, — то их скорость равна скорости течения $v_Т$, и поэтому расстояние S, согласно той же формуле 2), будет равно:

$$S = v_T t\,. \qquad (3)$$

Теперь, глядя на эти три формулы, мы должны сообразить, как бы нам исключить все неизвестные скорости и путь, чтобы остались только времена. Вроде бы решить три уравнения с четырьмя неизвестными величинами нельзя. Но если очень хочется, то иногда можно. Правда, для этого надо хорошенько подумать.

Тогда давайте думать. Что если из формул (1) и (2) выразить сумму и разность скоростей, а потом вычесть из одного полученного уравнения другое. Тогда неизвестная и ненужная нам скорость катера $v_К$ вследствие приведения подобных членов «уйдет», и неизвестных величин станет меньше. Правда, и уравнений тоже станет меньше. Но все равно, надо же как-то решать. Потом посмотрим, что еще можно будет сделать. Итак, приступим:

$$\text{из (1)} \qquad v_K + v_T = \frac{S}{t_1}, \tag{4}$$

$$\text{из (2)} \qquad v_K - v_T = \frac{S}{t_2}. \tag{5}$$

Давайте и из формулы (3) выразим скорость течения — все равно от нее тоже надо «уходить»:

$$v_T = \frac{S}{t}. \tag{6}$$

Теперь вычтем из равенства (4) равенство (5) — из левой части равенства (4) вычтем левую часть равенства (5), а из правой — правую. При этом знак равенства не нарушится, но зато скорость катера «уйдет»:

$$v_K + v_T - v_K - (-v_T) = \frac{S}{t_1} - \frac{S}{t_2},$$

$$2v_T = \frac{S}{t_1} - \frac{S}{t_2}. \tag{7}$$

Замечательно! Смотрите: если теперь в равенство (7) подставить вместо скорости течения правую часть равенства (6) и справа вынести путь S за скобки, то он сократится, и у нас останется одно уравнение, в котором будут только одни времена. Приступим. Подставляем в (7) правую часть равенства (6):

$$2\frac{S}{t} = S\left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2}\right), \ \frac{2}{t} = \frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2},$$

откуда

$$t = \frac{2t_1 t_2}{t_2 - t_1}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим:

$t = \dfrac{2 \cdot 40 \cdot 60}{60 - 40}$ мин $= 240$ мин $= 4$ ч.

Ответ: $t = 4$ ч.

Задача В4

Дано: $R = 6{,}28$ см $S = 31{,}4\ t$	
$\omega - ?$	

Решение

Поскольку материальная точка движется по окружности равномерно, то и здесь нам пригодится формула 2):

$$S = vt.$$

Если сравнить ее с уравнением $S = 31{,}4\ t$ (см), то станет ясно, что линейная скорость точки $v = 31{,}4$ см. Теперь из формулы 40) $v = \omega R$ мы легко найдем искомую угловую скорость:

$$\omega = \frac{v}{R}.$$

Осталось подставить числа и вычислить:

$$\omega = \frac{31{,}4}{6{,}28} \cdot \frac{\text{рад}}{\text{с}} = 5\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Ответ: $\omega = 5\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Решение задач части С

Задача С1

Дано: $v_0 = 4$ м/с $a = -1$ м/с $t = 10$ с	
$S - ?$	

Решение

Вроде бы, на вид простая задачка. Применить формулу равноускоренного движения 6) со знаком «минус» перед ускорением — и все решение. Что ж, давайте попробуем:

$$S = v_0 t - \frac{at^2}{2} = 4 \cdot 10 - \frac{1 \cdot 10^2}{2}(\text{м}) = -10\ \text{м}.$$

Но, позвольте, путь не бывает отрицательным. Путь — это длина траектории, а длина может быть только положительной величиной. Значит, наше решение неверно.

Тогда давайте думать дальше. Точка двигалась равнозамедленно, а такое движение оканчивается остановкой. Интересно, сколько времени она двигалась до остановки. Это время t_1 несложно определить из формулы 5) $v = v_0 + at$, если конечную скорость v приравнять нулю, а перед ускорением a поставить минус. Тогда получим:

$$0 = v_0 - at_1,$$

откуда

$$t_1 = \frac{v_0}{a}.$$

Давайте вычислим, сколько времени точка двигалась до остановки:

$t_1 = \frac{4}{1}$ с $= 4$ с.

Значит, из 10 с движения точка двигалась с замедлением всего 4 с, после чего она еще 10 с – 4 с = 6 с двигалась равноускоренно без начальной скорости и с прежним по модулю ускорением. Тогда весь путь S, проделанный точкой, можно представить как сумму пути S_1, пройденного равнозамедленно в течение времени t_1, в конце которого точка остановилась, и пути S_2, пройденного равноускоренно без начальной скорости в течение времени t_2:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{at_1^2}{2} + \frac{at_2^2}{2} = \frac{a}{2}\left(t_1^2 + t_2^2\right).$$

Обратите внимание, что если при равнозамедленном движении тело в конце останавливается, то для определения его пути укороченная формула 6) $S = \frac{at^2}{2}$ применима, несмотря на то, что начальная скорость здесь не равна нулю.

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим:

$S = \frac{1}{2}\left(4^2 + 6^2\right)$ м $= 26$ м.

Ответ: $S = 26$ м.

Задача С2

Дано:
$v_0 = 0$
$a = 6$ м/с^2
$t_1 = 10$ с
$g = 10$ м/с^2
$v = 0$

t – ?

Решение

Сразу понятно, что все время t от старта до падения ракеты на землю можно представить только как сумму двух разных времен: времени взлета $t_{взл}$ и времени падения $t_{пад}$:

$$t = t_{взл} + t_{пад}. \qquad (1)$$

Следует сообразить, что время взлета складывается из времени t_1, в течение которого ракета взлетала вверх с ускорением a, т. е. набирала скорость, пока у нее не заглох двигатель, и времени t_2, в течение которого она продолжала двигаться вверх уже замедленно, с отрицательным ускорением свободного падения. Эту часть подъема ракета проделала с начальной скоростью, которую она приобрела к моменту, когда двигатель заглох, пока не достигла высшей точки. Следовательно, все время взлета

$$t_{взл} = t_1 + t_2 \,. \qquad (2)$$

Давайте сначала найдем скорость v_1, которую ракета набрала к моменту, когда у нее заглох двигатель. Эту скорость можно найти по формуле равноускоренного движения 5) $v = v_0 + at$ при нулевой начальной скорости на старте. Тогда эта формула приобретет вид:

$$v_1 = at_1.$$

Эта скорость станет начальной скоростью для движения ракеты в течение времени t_2 с отрицательным ускорением свободного падения – g до высшей точки подъема, где ее конечная скорость v станет равна нулю. Поэтому для нахождения времени t_2 можно применить ту же формулу 5):

$$0 = v_1 - gt_2,$$

откуда

$$t_2 = \frac{v_1}{g} = \frac{at_1}{g} \,. \qquad (3)$$

Подставив (3) в (2), выразим время взлета через все известные величины:

$$t_{взл} = t_1 + \frac{at_1}{g} = t_1\left(1 + \frac{a}{g}\right). \qquad (4)$$

Теперь надо найти время падения ракеты с высшей точки ее подъема на землю. Проще всего это можно было бы сделать, если бы нам была известна вся высота подъема ракеты h. Поскольку при падении с высшей точки начальная скорость ракеты была равна нулю, то мы могли бы воспользоваться формулой свободного падения 22). Время падения с этой высоты мы обозначили $t_{пад}$, поэтому формула 22) примет вид:

$$h = \frac{gt_{пад}^2}{2},$$

откуда

$$t_{пад} = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (5)$$

Значит, надо определить всю высоту подъема ракеты h — от старта до высшей точки, где она остановилась, после чего стала падать. Готовой формулы для ее определения нет, ведь эта высота представляет собой сумму двух высот h_1 и h_2 с разными типами движения: при подъеме на высоту h_1 — равноускоренного с ускорением a и при подъеме на высоту h_2 — равнозамедленного с отрицательным ускорением свободного падения $-g$. Поэтому мы должны записать:

$$h = h_1 + h_2,$$

где, согласно формулам 6) и 32),

$$h_1 = \frac{at_1^2}{2} \tag{5}$$

и

$$h_2 = \frac{gt_2^2}{2}.$$

или с учетом равенства (3)

$$h_2 = \frac{ga^2t_1^2}{2g^2} = \frac{a^2t_1^2}{2g}. \tag{6}$$

Тогда с учетом равенств (5) и (6) вся высота подъема ракеты будет равна:

$$h = \frac{at_1^2}{2} + \frac{a^2t_1^2}{2g} = \frac{at_1^2}{2}\left(1 + \frac{a}{g}\right). \tag{7}$$

Нам остается подставить правую часть этого равенства в формулу (4) и сложить времена взлета и падения. Приступим:

$$t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2at_1^2}{2g}\left(1 + \frac{a}{g}\right)} = t_1\sqrt{\frac{a}{g}\left(1 + \frac{a}{g}\right)}. \tag{8}$$

Теперь подставим правые части равенств (4) и (8) в формулу (1), и задача будет решена:

$$t = t_1\left(1 + \frac{a}{g}\right) + t_1\sqrt{\frac{a}{g}\left(1 + \frac{a}{g}\right)} = t_1\left(1 + \sqrt{\frac{a}{g}}\right)\left(1 + \frac{a}{g}\right).$$

Задача в общем виде решена. Подставим числа и вычислим:

$$t = 10\left(1 + \sqrt{\frac{6}{10}}\right)\left(1 + \frac{6}{10}\right)\ \text{с} = 28{,}4\ \text{с}.$$

Ответ: $t = 28{,}4$ с.

Задача С3

Дано:
$S = 20$ м
$v_1 = 3{,}6$ км/ч
$\Delta v = 0{,}2v_1$
$t = 0{,}5$ мин

$t_{общ}$ – ?

Решение:

Очевидно, что время t_1, пока солдат бежал к голове колонны, не равно времени t_2, за которое он вернулся обратно, ведь, когда он бежал к голове, он обгонял колонну, а когда он бежал ей навстречу, она к нему приближалась, поэтому он пробежал ее длину быстрее. Следовательно, искомое время $t_{общ}$ можно представить как сумму трех времен: времени t_1 пробега солдата к голове колонны, времени t, пока он разговаривал с сержантом, шагая вместе с колонной, и времени t_2 его возвращения:

$$t_{общ} = t_1 + t + t_2. \tag{1}$$

Судя по условию задачи, движение, как колонны так и солдата, было равномерным. Поэтому время t_1, за которое солдат пробежал от хвоста колонны к ее голове, можно определить из формулы равномерного движения 2) $S = vt$. Но при этом следует учесть, что скорость солдата относительно колонны в этом случае равна разности его скорости v_2 относительно дороги и скорости колонны v_1 относительно дороги. Поэтому время t_1 равно:

$$t_1 = \frac{S}{v_2 - v_1},$$

где, согласно условию, $v_2 - v_1 = \Delta v = 0{,}2v_1$,
поэтому

$$t_1 = \frac{S}{0{,}2v_1} = \frac{5S}{v_1}. \tag{2}$$

Когда солдат побежал обратно, его скорость относительно приближавшейся к нему колонны стала равна сумме скорости колонны относительно дороги и его собственной скорости относительно нее, поэтому время, за которое он пробежал обратно, равно:

$$t_2 = \frac{S}{v_1 + v_2} = \frac{S}{v_1 + v_1 + \Delta v_1} = \frac{S}{2v_1 + 0{,}2v_1} = \frac{S}{2{,}2v_1} = \frac{5S}{11v_1}. \tag{3}$$

Подставим правые части выражений (2) и (3) в равенство (1):

$$t_{общ} = \frac{5S}{v_1} + t + \frac{5S}{11v_1} = t + \frac{60S}{11v_1}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Выразим все величины в единицах СИ:

$$3{,}6 \text{ км/ч} = 3{,}6\,\frac{1000}{3600} \text{ м/с} = 1 \text{ м/с},\ 0{,}5 \text{ мин} = 30 \text{ с}.$$

Подставим числа и вычислим:

$$t_{\text{общ}} = 30 + \frac{60 \cdot 20}{11 \cdot 1}(\text{с}) = 139 \text{ с} = 2 \text{ мин } 32 \text{ с}.$$

Ответ: $t_{\text{общ}} = 2$ мин 32 с.

Задача С4

Дано:
$v_0 = 2$ м/с
$t = 3$ с
$h = \frac{H}{3}$
$g = 10$ м/с^2

$v_{\text{ср}}$ – ?

Решение:

Среднюю скорость на нижней трети всей высоты можно найти из формулы свободного падения 15) $h = v_{\text{ср}}t$, если разделить эту треть всей высоты H на время ее прохождения — обозначим его t_2. Оно будет равно разности между всем временем падения t и временем t_1, за которое камень пролетит первые $H - h = H - \frac{H}{3} = \frac{2}{3}H$. Тогда получим:

$$v_{\text{ср}} = \frac{H}{3t_2} = \frac{H}{3(t - t_1)},$$

где, согласно формуле 22)

$$H = v_0 t + \frac{gt^2}{2}, \tag{1}$$

поэтому

$$v_{\text{ср}} = \frac{2v_0 t + gt^2}{6(t - t_1)} = \frac{t(2v_0 + gt)}{6(t - t_1)}. \tag{2}$$

Таким образом, задача сводится к нахождению времени t_1, за которое камень пролетит первые 2/3 всей высоты H. Это время можно найти, если воспользоваться формулой 17)

$$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}.$$

Применительно к нашей задаче она примет вид:

$$\frac{2}{3}H = v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2},$$

или с учетом (1)

$$\frac{2}{3}\left(v_0t+\frac{gt^2}{2}\right)=v_0t_1+\frac{gt_1^2}{2}.$$

Мы получили квадратное уравнение относительно времени t_1. Найдем из него это время:

$$\frac{2}{3}v_0t+\frac{gt^2}{3}=v_0t_1+\frac{gt_1^2}{2},$$

$$3gt_1^2+6v_0t_1-2(2v_0t+gt^2)=0,$$

$$t_1=\frac{-3v_0+\sqrt{9v_0^2+6g\left(2v_0t+gt^2\right)}}{3g}=\frac{\sqrt{3\left(3v_0^2+2gt\left(2v_0+gt\right)\right)}-3v_0}{3g}. \qquad (3)$$

Нам осталось подставить правую часть этого выражения в равенство (2), и задача в общем виде решена.

$$v_{ср}=\frac{t(2v_0+gt)}{6\left(t-\dfrac{\sqrt{3\left(3v_0^2+2gt\left(2v_0+gt\right)\right)}-3v_0}{3g}\right)}=$$

$$=\frac{gt(2v_0+gt)}{2\left(3(v_0+gt)-\sqrt{3\left(3v_0^2+2gt\left(2v_0+gt\right)\right)}\right)}.$$

Подставим числа и вычислим:

$$v_{ср}=\frac{10\cdot3\cdot(2\cdot2+10\cdot3)}{2\left(3\cdot(2+10\cdot3)-\sqrt{3\left(3\cdot2^2+2\cdot10\cdot3\cdot\left(2\cdot2+10\cdot3\right)\right)}\right)}\ м/с=29\ м/с.$$

Ответ: $v_{ср}=29$ м/с.

Задача С5

Дано:
$\alpha=60°$
$v_0=5$ м/с
$S=1{,}5$ м
$g=10$ м/с^2

$\beta-?$

Решение

Из теории темы мы знаем, что камень, брошенный под углом к горизонту, движется вверх равнозамедленно, пока не достигнет высшей точки подъема, после чего начинает падать. И одновременно смещается по горизонтали, в результате чего его траекторией является парабола.

В нашем случае камень, двигаясь по параболе, ударяется в стену. Зададимся вопросом: он на взлете ударился в стену или уже при спуске — ведь от этого зависит чертеж, который нам предстоит изобразить. Потому что, если в условии задачи хоть что-то сказано об углах, то без подробного чертежа такую задачу не решить.

Чтобы уяснить, где траектория камня упирается в стену, давайте вычислим, чему равняется дальность полета камня S_1 по горизонтали за время, пока он поднимался до высшей точки. А потом сравним ее с расстоянием от точки бросания камня до стены. И если эта дальность полета окажется больше расстояния до стены, то камень ударился на взлете, а если меньше, — то уже при спуске.

Поскольку вертикальная составляющая скорости камня в высшей точке равна нулю и поднимался он вверх равнозамедленно, то время его подъема до высшей точки найдем из формулы

$$0 = v_{0y} - gt, \text{ где } v_{0y} = v_0 \sin\alpha,$$

поэтому

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}. \qquad (1)$$

За это время камень пролетел по горизонтали, двигаясь равномерно со скоростью $v_x = v_0 \cos\alpha$ расстояние S_1. Поэтому

$$S_1 = v_0 t \cos\alpha = \frac{v_0^2}{g} \sin\alpha \cos\alpha.$$

Вычислим это расстояние и сравним его с расстоянием S = 1,5 м до стены:

$$S_1 = \frac{5^2}{10} \sin 60° \cos 60° \text{ м} = 1{,}06 \text{ м}.$$

Это расстояние меньше расстояния до стены 1,5 м, значит, камень ударился о стену уже после того, как побывал в высшей точке траектории. Теперь выполним чертеж (рис. 29).

Поскольку удар был абсолютно упругим, угол, под которым камень отскочит от стены, равен углу β, под которым он ударился, — это угол между вектором скорости камня $\vec{v}$ в тот момент и перпендикуляром к стенке, который совпадает с горизонтальной проекцией скорости v_x (рис. 29). Из прямоугольного треугольника с гипотенузой, равной модулю вектора $\vec{v}$, следует, что

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_y}{v_0 \cos\alpha}. \qquad (2)$$

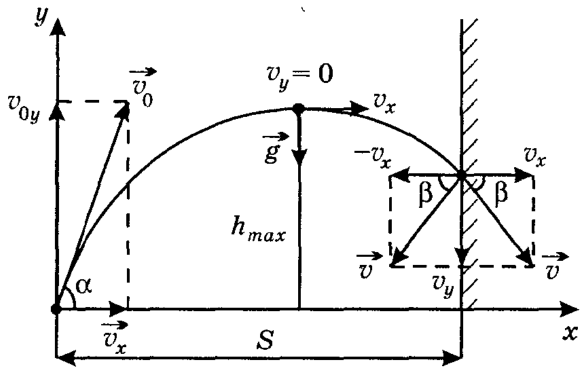


Рис. 29

Таким образом, задача сводится к нахождению вертикальной проекции скорости камня v_y. Если бы мы знали промежуток времени — обозначим его Δt — между моментом, когда камень побывал в высшей точке, и моментом, когда он ударился о стену, то проекцию скорости v_y мы нашли бы из формулы 23):

$$v_y = g\Delta t. \tag{3}$$

Значит, теперь надо найти этот промежуток времени Δt. Его можно представить как разность времени полета камня до удара о стену t_1, за которое он поднялся до высшей точки и успел опуститься перед ударом, и времени подъема до высшей точки t, которое мы уже определили по формуле (1):

$$\Delta t = t_1 - t. \tag{4}$$

Время полета до стены равно времени равномерного перемещения камня по горизонтали на расстояние S со скоростью $v_0 \cos\alpha$, поэтому его можно найти так:

$$t_1 = \frac{S}{v_0 \cos\alpha}. \tag{5}$$

Теперь подставим правые части равенств (1) и (5) в выражение (4):

$$\Delta t = \frac{S}{v_0 \cos\alpha} - \frac{v_0 \sin\alpha}{g}. \tag{6}$$

Нам осталось подставить правую часть выражения (6) в равенство (3), а то, что получится, — в выражение (2), — и задача в общем виде будет решена. Приступим. Подставляем (6) в (3):

$$v_y = g\left(\frac{S}{v_0\cos\alpha} - \frac{v_0\sin\alpha}{g}\right) = \frac{gS}{v_0\cos\alpha} - v_0\sin\alpha. \qquad (7)$$

Теперь подставляем (7) в (2):

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\dfrac{gS}{v_0\cos\alpha} - v_0\sin\alpha}{v_0\cos\alpha} = \frac{gS}{(v_0\cos\alpha)^2} - \operatorname{tg}\alpha.$$

Задача в общем виде решена. Подставим числа и вычислим:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{10\cdot 1{,}5}{(5\cos 60°)^2} - \operatorname{tg}60° = 0{,}7,\quad \beta = 35°.$$

Ответ: $\beta = 35^0$.

Задача С6

Дано:
$a = 0{,}1$ м/с^2
$R = 60$ см

t – ?

Решение:

Чтобы легче представить движение тела по платформе, выполним чертеж. Посмотрим на платформу сверху и нарисуем круг, покажем его центр O и проведем горизонтальный радиус R. Затем на расстоянии, равном трети радиуса от края платформы, изобразим тело в точке M в момент отрыва (рис. 30). Значит, в этот момент от тела до центра платформы расстояние составило две трети радиуса.

Теперь давайте думать. Нам известно ускорение тела a перед отрывом от поверхности платформы. Но платформа вращается равномерно, значит, это его центростремительное ускорение. В момент отрыва линейная скорость тела v направлена по касательной к окружности, по которой оно двигалось до отрыва. Радиус этой окружности составлял $\frac{2}{3}R$. А мы знаем формулу, связывающую линейную скорость с центростремительным ускорением — это формула 46). Применительно к нашей задаче она будет выглядеть так:

$$a = \frac{v^2}{\frac{2}{3}R} = \frac{3v^2}{2R}. \qquad (1)$$

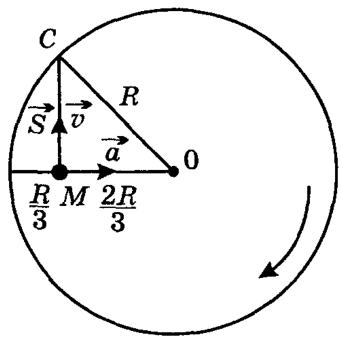


Рис. 30

После отрыва тело станет двигаться к краю платформы без трения. Значит, это движение будет равномерным и прямолинейным со скоростью v. Тогда тело слетит с платформы в точке C, проделав путь S. Если этот путь разделить на линейную скорость тела, мы найдем искомое время t, через которое тело слетит с платформы:

$$t = \frac{S}{v}. \qquad (2)$$

Дальнейший ход решения ясен. Путь S находим из прямоугольного треугольника MCO по теореме Пифагора, а линейную скорость v — из выражения (1), и все это подставляем в равенство (2). Приступим. По теореме Пифагора

$$S = \sqrt{R^2 - \frac{4}{9}R^2} = \frac{R}{3}\sqrt{5}. \qquad (3)$$

Теперь из (1) находим линейную скорость v:

$$v = \sqrt{\frac{2}{3}aR}. \qquad (4)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (3) и (4) в формулу (2). Подставляем:

$$t = \frac{R\sqrt{5}}{3\sqrt{\frac{2}{3}aR}} = \sqrt{\frac{R^2 5}{9\frac{2}{3}aR}} = \sqrt{\frac{5R}{6a}}.$$

Задача в общем виде решена. Подставим числа и вычислим.

60 см = 0,6 м.

$$t = \sqrt{\frac{5 \cdot 0{,}6}{6 \cdot 0{,}1}}\ \text{с} = 2{,}2\ \text{с}.$$

Ответ: t = 2,2 с.

Тема 2. Динамика. Законы сохранения. Статика

А. Законы Ньютона

В динамике рассматриваются законы, которым подчиняется движение тел. Одними из основных параметров динамики являются: *масса* m *и сила* F.

***Масса** m — это количественная мера инертных и гравитационных свойств тела.* Чем больше масса тела, тем труднее изменить его скорость и тем сильнее оно притягивает другие тела. Масса — скалярная величина. Масса системы тел равна сумме масс тел, составляющих эту систему — это свойство называется аддитивностью массы. Единица массы в СИ — *килограмм* (кг). Килограмм — основная единица Системы Интернациональной.

***Сила** F — это количественная мера взаимодействия тел, в результате которого они изменяют скорость или деформируются. Сила* — векторная величина. Вектор силы $\vec{F}$ совпадает по направлению с вектором ускорения $\vec{a}$, полученного телом под действием этой силы. Единица силы в СИ — *ньютон* (Н). Выразим ньютон через основные единицы СИ:

$\text{Н} = \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$.

Существует четыре вида сил различной природы: *электромагнитные, гравитационные, ядерные и слабые взаимодействия.*

Электромагнитные силы — это силы, действующие между телами вследствие того, что тела состоят из движущихся заряженных частиц, между которыми действуют электрические и магнитные силы. К электромагнитным силам относится сила трения $F_{тр}$ и сила упругости $F_{упр}$.

***Сила трения** $F_{тр}$ — это сила, возникающая вследствие неровностей поверхностей соприкасающихся тел.* Сила трения не имеет точки приложения и всегда направлена в сторону, противоположную относительному перемещению тел. Сила трения прямо пропорциональна силе давления одного тела на другое. При этом коэффициент трения μ в формуле силы трения 50) $F_{тр} = \mu\, F_{давл}$ не зависит от силы давления $F_{давл}$, а зависит от материала соприкасающихся тел и степени их обработки. Никакая зачистка поверхностей не сделает силу трения равной нулю.

***Сила упругости** $F_{упр}$ — это сила, возникающая в теле при упругой деформации.* Ее величина определяется ***законом Гука**: сила упругости прямо пропорциональна деформации тела, взятой со знаком «минус»* (формула 51).

$$F_{упр} = -kx.$$

К электромагнитным силам относится также и *вес тела P*. ***Вес тела** P — это сила, с которой тело действует на другие тела вследствие его притяжения к планете.*

***Гравитационные силы** — это силы притяжения (тяготения) одних тел к другим вследствие наличия у них масс.* К гравитационным силам относится *сила тяготения $F_{тяг}$* и *сила тяжести mg.*

***Сила тяжести** mg — это сила, с которой планета действует на тело. Сила тяжести равна произведению массы тела и ускорения свободного падения.*

Если тело относительно вертикали покоится или движется равномерно вверх или вниз, то его вес равен силе тяжести (формула 53) $P = mg$. Если тело движется вниз с ускорением или вверх с замедлением, то его вес меньше силы тяжести (формула 54) $P = m(g - a)$. Если тело свободно падает, его вес равен нулю. Это состояние называется *невесомостью.*

Если тело движется вверх с ускорением или вниз с замедлением, то его вес меньше силы тяжести (формула 55) $P = m(g + a)$. Отношение веса в этом случае к силе тяжести называется перегрузкой (формула 56)

$$n = \frac{P}{mg}.$$

***Ядерные силы** — это силы, действующие между частицами ядер атомов — протонами и нейтронами.*

Слабые взаимодействия — это силы, удерживающие элементарные частицы от распада.

В механике ядерные и слабые взаимодействия не рассматриваются.

Ниже приведены основные формулы динамики.

Второй закон Ньютона

49) $F = ma$

Здесь F — сила (Н), m — масса (кг), a — ускорение (м/с^2).

Формула силы трения

50) $F_{тр} = \mu F_{давл}$

Здесь $F_{тр}$ — сила трения (Н), μ — коэффициент трения (безразмерный), $F_{давл}$ — сила давления (Н).

Закон Гука

51) $F_{упр} = -kx$

Здесь $F_{упр}$ — сила упругости (Н), k — жесткость (Н/м), x — деформация (м).

Закон всемирного тяготения

52) $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

Здесь F — сила тяготения (Н), $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н · м^2/кг^2 — гравитационная постоянная, m_1 и m_2 — массы притягивающихся друг к другу материальных точек (кг), r — расстояние между этими точками (м).

Вес тела в покое или движущегося по вертикали равномерно и прямолинейно

53) $P = mg$

Здесь P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2).

Вес тела, опускающегося с ускорением или поднимающегося с замедлением

54) $P = m(g - a)$

Здесь P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2).

Вес тела, поднимающегося с ускорением или опускающегося с замедлением

55) $P = m(g + a)$

Все величины те же, что и в формуле 54).

Перегрузка при подъеме с ускорением или спуске с замедлением

56) $n = \dfrac{P}{mg}$

Здесь n — перегрузка (безразмерная), P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2).

Ускорение свободного падения на поверхности планеты

57) $g = G\dfrac{M}{R^2}$

Здесь g — ускорение свободного падения на поверхности планеты. Остальные величины те же, что и в формуле 52).

Ускорение свободного падения на высоте над поверхностью планеты

58) $g = G\dfrac{M}{(R+H)^2}$

Здесь H — высота над поверхностью планеты. Остальные величины те же, что и в формуле 52).

Формула плотности

59) $\rho = \dfrac{m}{V}$

Здесь ρ — плотность (кг/м^3), m — масса (кг), V — объем (м^3).

Механическое движение подчиняется основным законам механики — *законам Ньютона.* Законы Ньютона выполняются только в *инерциальных системах отсчета.*

Инерциальные системы отсчета *— это системы отсчета, в которых свободное от внешних воздействий тело сохраняет свою скорость. Системы отсчета, покоящиеся или движущиеся равномерно и прямолинейно относительно других систем отсчета, тоже являются инерциальными.*

Неинерциальные системы отсчета *— это системы отсчета, движущиеся с ускорением относительно инерциальных систем отсчета.* Системы отсчета, движущиеся по окружности, вращающиеся или колеблющиеся, являются неинерциальными.

Первый закон Ньютона *— в инерциальных системах отсчета свободное тело сохраняет свою скорость.* Такое тело движется по инерции. ***Инерция*** *— это свойство тела сохранять скорость при отсутствии внешнего воздействия.*

Только равномерное и прямолинейное движение является движением по инерции. Согласно первому закону Ньютона, когда силы, действующие на движущееся тело, уравновесят друг друга, оно станет двигаться равномерно и прямолинейно. Или, если оно ранее покоилось, то и останется в покое.

Рассмотрим пример. На автомобиль, движущийся по горизонтальному шоссе, действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила тяги $\vec{F}_{\text{тяги}}$, сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$ и сила реакции опоры со стороны шоссе $\vec{F}_N$ (рис. 31). Автомобиль станет двигаться равномерно и прямолинейно, если все силы окажутся уравновешенными другими силами, т. е. если модули противоположно направленных сил равны между собой:

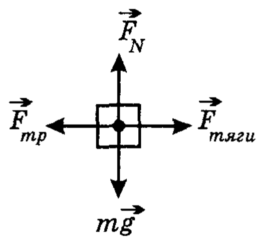


Рис. 31

$$F_{\text{тяги}} = F_{\text{тр}}$$

и

$$mg = F_N .$$

Другой пример. Тело соскальзывает с наклонной плоскости с углом при основании α (рис. 32). Оно будет двигаться равномерно и прямолинейно, если станут выполняться равенства

$$mg\sin\alpha = F_{\text{тр}}$$

и

$$mg\cos\alpha = F_{\text{N}} .$$

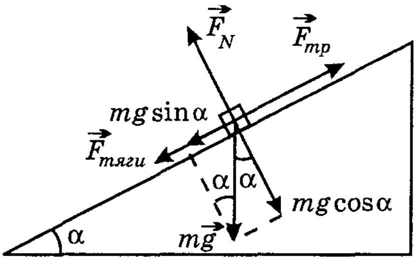


Рис. 32

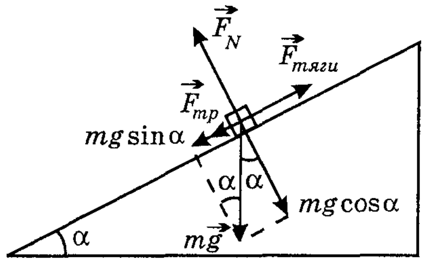


Рис. 33

Еще пример. Тело перемещается к вершине наклонной плоскости под действием силы тяги (рис. 33). В этом случае сила трения будет направлена к основанию наклонной плоскости. Движение тела будет равномерным и прямолинейным, если будут выполняться равенства:

$$F_{\text{тяги}} = mg\sin\alpha + F_{\text{тр}}$$

и

$$mg\cos\alpha = F_{\text{N}}\,.$$

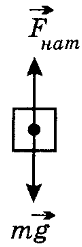


Рис. 34

Если тело движется равномерно и прямолинейно по вертикали — вверх или вниз — и на него действуют, например, сила тяжести mg и сила натяжения каната или веревки $F_{\text{нат}}$ (рис. 34), то должно выполняться равенство:

$$mg = F_{\text{нат}}\,.$$

Если силы, действующие на тело, направлены под углом друг к другу, как на рис. 35, то надо их спроецировать на две взаимно перпендикулярные оси координат OX и OY, причем одну из осей лучше сонаправить с одной из сил или двумя, если они действуют вдоль одной прямой. А затем приравнять модули их проекций:

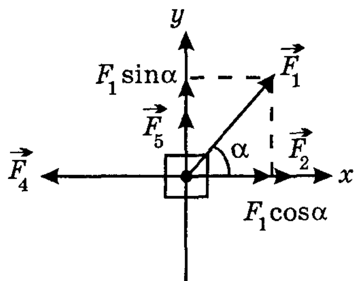


Рис. 35

$$F_1\cos\alpha + F_2 = F_4$$

и

$$F_1\sin\alpha + F_5 = F_3\,.$$

Если силы не уравновешивают друг друга, то тело будет двигаться с ускорением в соответствии со вторым законом Ньютона.

Второй закон Ньютона: *произведение массы тела на его ускорение равно векторной сумме всех приложенных к нему сил* (формула 49).

$$F = ma$$

Векторная сумма всех действующих на тело сил называется их *равнодействующей силой*, а сами силы — *составляющими силами*.

Если на тело действует только одна сила, как на рис. 36, то оно всегда движется с ускорением. Произведение массы этого тела на его ускорение будет равно этой силе:

$$ma = F.$$

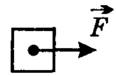


Рис. 36

Если силы действуют на тело в одном направлении, как на рис. 37, то произведение массы тела на его ускорение равно сумме их модулей:

$$ma = F_1 + F_2.$$

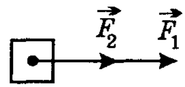


Рис. 37

Если силы направлены в противоположные стороны, как на рис. 38, то произведение массы тела на его ускорение равно разности между модулями большей и меньшей сил:

$$ma = F_{тяги} - F_{тр}.$$

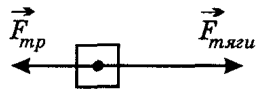


Рис. 38

Если силы направлены под углом друг к другу, как на рис. 39, то их надо спроецировать на оси координат OX и OY и если проекции с противоположными знаками окажутся разными по модулю, то произведение массы тела на его ускорение будет равно разности этих проекций:

$$ma = F\cos\alpha - F_{тр}.$$

На рис. 39 проекции сил на ось OY $F\sin\alpha$ и mg по модулю равны друг другу в соответствии с первым законом Ньютона, поэтому проекция ускорения на эту ось равна нулю:

$$F\sin\alpha = mg.$$

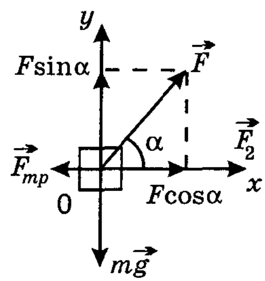


Рис. 39

Если тело движется вверх с ускорением или вниз с замедлением, как на рис. 40, то произведение его массы на ускорение равно разности между модулем силы, направленной вверх, и модулем силы, направленной вниз:

$$ma = F_{нат} - mg.$$

Если тело движется вниз с ускорением или вверх с замедлением, как на рис. 41, то произведение его массы и ускорения равно разности между модулем силы, направленной вниз, и модулем силы, направленной вверх:

$$ma = mg - F_{\text{нат}}.$$

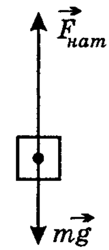


Рис. 40

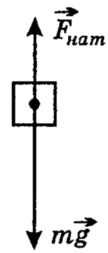


Рис. 41

Если тело движется равномерно по окружности под действием только одной силы, как на рис. 42, то произведение его массы на центростремительное ускорение равно этой силе:

$$ma = F.$$

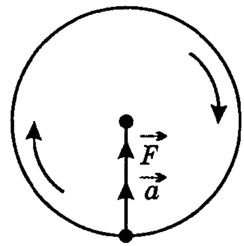


Рис. 42

Если конькобежец движется по кругу, и нет силы трения между коньками и льдом, то он вынужден наклониться под углом к поверхности льда (рис. 43), иначе его центростремительное ускорение станет равно нулю, и он поедет по касательной к окружности равномерно и прямолинейно в соответствии с первым законом Ньютона. Чтобы удержаться на круге, он наклоняется к его центру. В этом случае произведение массы конькобежца и его центростремительного ускорения равно векторной сумме сил тяжести $m\vec{g}$ и реакции опоры $\vec{F}_N$, а по модулю соотношение этих сил можно выразить из прямоугольного треугольника на рис 43:

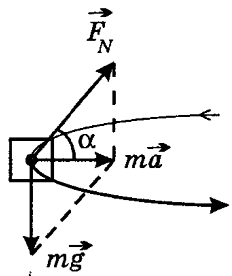


Рис. 43

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_N,$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{mg}{ma} \quad \text{или} \quad \sin\alpha = \frac{mg}{F_N},$$

или

$$(F_N)^2 = (ma)^2 + (mg)^2$$

и т. п.

Если тело удерживается на горизонтальном вращающемся круге силой трения, как на рис. 44, то произведение его массы и центростремительного ускорения равно этой силе, потому что силы тяжести и реакции опоры уравновешены:

$$ma = F_{\text{тр}}.$$

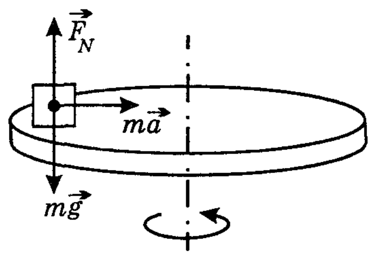


Рис. 44

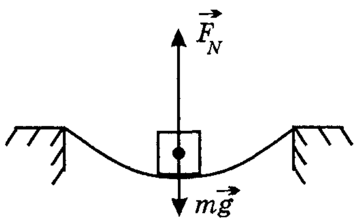


Рис. 45

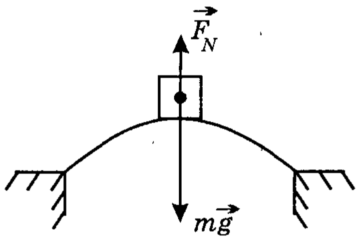


Рис. 46

Если автомобиль едет по вогнутому мосту, который является частью дуги окружности, как на рис. 45, то в нижней точке моста сила реакции опоры больше силы тяжести, поэтому вогнутый мост быстрее изнашивается, чем горизонтальный или выпуклый. В этом случае произведение массы автомобиля и его центростремительного ускорения равно разности между силой реакции моста, которая по модулю равна силе давления автомобиля на мост $F_{давл}$, и силой тяжести:

$$ma = F_{давл} - mg\,.$$

А если мост выпуклый, как на рис. 47, то сила тяжести больше силы давления, и тогда

$$ma = mg - F_{давл}.$$

Когда летчик в самолете делает мертвую петлю, то в высшей точке петли (рис. 47) сила тяжести и сила давления на него кресла сверху направлены вниз, поэтому произведение массы летчика и его центростремительного ускорения равно их сумме:

$$ma = F_{давл} + mg\,.$$

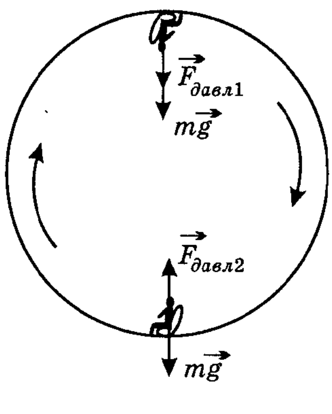


Рис. 47

В этом случае, чтобы летчик не провисал на ремнях, удерживающих его в кресле, при минимальной скорости самолета должно выполняться равенство:

$$ma = mg$$

при

$$F_{давл} = 0.$$

Это же условие должно выполняться, чтобы мотоциклист не свалился в высшей точке траектории с вертикального трека или чтобы вода не выливалась при вращении ведерка с водой в вертикальной плоскости и т. п.

В нижней точке мертвой петли (рис. 47) сила давления кресла на летчика снизу больше силы тяжести. В этом случае произведение массы летчика и его центростремительного ускорения равно разности между силой давления и силой тяжести:

$$ma = F_{давл} - mg\,.$$

Если тело на канате движется по образующей конуса (конический маятник), как на рис. 48, то произведение его массы на центростремительное ускорение равно векторной сумме силы тяжести и силы натяжения каната, а по модулю соотношение между этими силами можно определить из прямоугольных треугольников:

$$m\vec{a}_ц = m\vec{g} + \vec{F}_{нат},$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{ma_ц}{mg}$$

или

$$\sin\alpha = \frac{ma_ц}{F_{нат}},$$

или

$$\left(F_{нат}\right)^2 = \left(ma_ц\right)^2 + \left(mg\right)^2$$

и т. п.

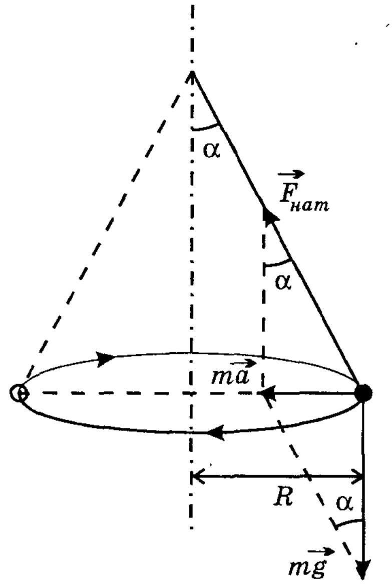


Рис. 48

Утверждение о том, что сила реакции, с которой опора действует на тело на ней, равна силе давления тела на опору, вытекает из третьего закона Ньютона.

Третий закон Ньютона: *силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по модулю и противоположны по направлению.* Несмотря на то, что эти силы равны и противоположны, они друг друга не уравновешивают, т.к. приложены к разным телам. Уравновешивать друг друга могут только силы, приложенные к одному и тому же телу, если они равны по модулю и противоположны по направлению.

Четвертым законом Ньютона иногда называют открытый им же закон всемирного тяготения.

Закон всемирного тяготения: *две материальные точки притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:*

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Формула закона всемирного тяготения приведена под номером 52). В ней коэффициент G называется *гравитационной постоянной*. Гравитационная постоянная показывает, что две материальные точки массами по 1 кг каждая, расположенные на расстоянии 1 м друг от друга, притягиваются друг к другу с силой $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н. Это очень маленькая сила, поэтому действие сил тяготения заметно только в *мегамире* — мире небесных тел и огромных масс.

Основное свойство сил тяготения состоит в том, что от них нельзя загородиться никаким экраном, а также в том, что они всем телам независимо от их массы сообщают одинаковое ускорение.

Земной шар сплюснут у полюсов, поэтому на полюсе тело ближе всего к земному ядру, и там сила его тяготения к земному шару наибольшая. На полюсе сила тяжести равна силе тяготения:

$$mg = F_{тяг} = G\frac{mM}{R^2}.$$

Здесь m — масса тела, M — масса земного шара, R — его радиус.

На экваторе сила тяжести меньше силы тяготения и может быть определена по формуле:

$$mg = F_{тяг} - m\omega^2 R,$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — угловая скорость суточного вращения земного шара, $T =$ $= 24$ ч — период его вращения и R — радиус земного шара.

Если тело поднято на высоту H над землей, сравнимую с радиусом Земли (не менее 40 км), то там сила тяжести и сила тяготения меньше, чем на земной поверхности. В этом случае следует применять формулу

$$mg = F_{тяг} = G\frac{mM}{(R+H)^2}.$$

Соответственно, ускорение свободного падения на земле можно определить по формуле 57):

$$g = G\frac{M}{R^2},$$

а на высоте H — по формуле 58):

$$g = G\frac{M}{(R+H)^2}.$$

Б. Законы сохранения. Статика

Рассмотрим другие параметры динамики: *работу A, мощность N, импульс тела p, импульс силы $F\Delta t$, энергию E.*

***Работа** A — физическая величина, измеряемая произведением модуля силы, действующей на тело, на модуль его перемещения под действием этой силы и на косинус угла между векторами силы и перемещения.*

Работа силы определяется формулой 60):

$$A = |\vec{F}|\,|\vec{S}|\cos\alpha.$$

Работу при упругой деформации можно найти по формуле 61):

$$A = \frac{kx^2}{2}.$$

Работа — скалярная величина. Единица работы в СИ — *джоуль* (Дж). Выразим джоуль через основные единицы СИ:

Дж = Н · м = кг · м^2 · с$^{-2}$.

На графике в осях координат F — S (рис. 49) работа силы численно равна площади фигуры, ограниченной графиком, осью перемещения и прямыми, параллельными оси силы.

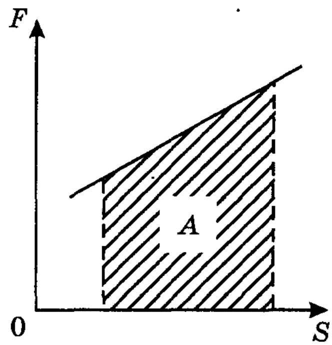


Рис. 49

Если на тело действует только одна сила, то формула 60) позволяет определить работу этой силы. Если же на тело действует несколько сил, то в формуле 60) сила F — это не равнодействующая *та* всех этих сил, а именно та сила, которая и совершает работу. Если локомотив тянет вагоны, то этой силой является сила тяги, если на канате поднимают тело, то этой силой является сила натяжения каната. Это может быть и сила тяжести, и сила трения, если о работе именно этих сил идет речь в условии задачи.

Если в условии задачи идет речь о *коэффициенте полезного действия* (КПД) какого-либо механизма, надо подумать, какая работа, совершаемая им, полезная, а какая — затраченная.

Коэффициентом полезного действия (КПД) *механизма называют отношение полезной работы, совершенной механизмом, ко всей затраченной при этом работе* (формула 53):

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}} \cdot 100\%.$$

Полезная работа $A_{пол}$ — это та, которую нужно сделать, а затраченная $A_{затр}$ — та, что приходится делать на самом деле. Например, тело массой m требуется поднять на высоту h, перемещая его по наклонной плоскости длиной l под действием силы тяги $F_{тяги}$ (рис. 50). В этом случае полезная работа равна произведению силы тяжести на высоту подъема:

$$A_{пол} = mgh,$$

а затраченная работа будет равна произведению силы тяги на длину наклонной плоскости:

$$A_{затр} = F_{тяги} l\,.$$

Значит, КПД наклонной плоскости равен:

$$\eta = \frac{mgh}{F_{тяги} l} \cdot 100\%.$$

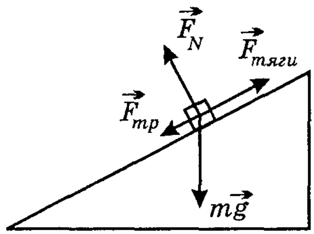


Рис. 50

КПД любого механизма не может быть больше 100% — *золотое правило механики.*

Мощность *N — это количественная мера быстроты совершения работы. Мощность равна работе, совершаемой за единицу времени:*

$$N = \frac{A}{t} \quad \text{и} \quad N = Fv\cos\alpha.$$

Формулы мощности 64) и 65). Мощность — скалярная величина. Единица мощности в СИ — *ватт* (Вт). Выразим ватт через основные единицы СИ:

Вт = Дж $\cdot$ с$^{-1}$ = кг $\cdot$ м^2 $\cdot$ с$^{-3}$.

Если тело движется равномерно, то в формуле мощности $N = Fv\cos\alpha$ v — это скорость этого движения. Если же оно движется равноускоренно или равнозамедленно, то в этой формуле v — это или мгновенная скорость в некоторый момент времени, а если говорится о мощности двигателя на всем пути, то v — это средняя скорость. О какой скорости идет речь, надо определить самостоятельно из условия задачи.

Импульс тела *$\vec{p}$ — это количественная мера движения тела.*

Импульс тела определяет формула 66): $\vec{p} = m\vec{v}$. Импульс тела — векторная величина. Вектор импульса $\vec{p}$ тела совпадает по направлению с вектором скорости тела $\vec{v}$. Единица импульса тела в СИ — *килограмм, умноженный на метр за секунду* (кг $\cdot$ м $\cdot$ с$^{-1}$).

Импульс системы тел равен векторной сумме импульсов тел, составляющих систему. Если система тел *замкнутая*, то выполняется закон сохранения импульса.

Закон сохранения импульса: *в замкнутой системе тел импульс системы сохраняется.*

Замкнутой называют систему тел, на которую не действуют внешние силы. В такой системе импульсы отдельных тел могут изменяться, но общий импульс системы после их взаимодействия остается таким же, как и до взаимодействия. Внутренние силы системы, действующие между ее телами, не могут изменить импульс самой системы.

Решая подобные задачи, надо помнить, что импульс тела — векторная величина. Поэтому, если принять направление каких-то импульсов взаимодействующих тел за положительное, тогда перед модулями импульсов тел, векторы которых направлены противоположно, надо поставить минусы.

Составляя уравнение закона сохранения импульса, в формулах импульсов тел старайтесь записывать их абсолютную скорость, т. е. скорость этих тел относительно неподвижной системы отсчета.

На законе сохранения импульса основано ***реактивное движение*** — *движение, возникающее вследствие отделения от тела его части со скоростью относительно этого тела.*

Если на тело действует не скомпенсированная сила, то его импульс изменяется. При этом изменение импульса тела Δp равно импульсу подействовавшей на него силы:

$$\Delta p = F\Delta t.$$

Импульс силы $F\Delta t$ *— это количественная мера изменения импульса тела, на которое подействовала эта сила.*

Формула импульса силы — это формула 67). *Импульс силы* — векторная величина. Вектор импульса силы $\vec{F}\Delta t$ совпадает по направлению с вектором изменения импульса тела $\Delta\vec{p}$. Единица импульса силы в СИ — *ньютона на секунду* (Н · с). Выразим эту единицу через основные единицы СИ:

Н · с = кг · м · $с^{-1}$.

Все тела природы обладают энергией.

Энергия *— это количественная мера движения материи и взаимодействия ее видов.* Виды материи: *вещество и поле.* Виды энергии: *механическая, тепловая (внутренняя), химическая, электрическая, магнитная, световая, атомная.*

Энергия — скалярная величина. Единица энергии в СИ — *джоуль* (Дж).

Основное свойство энергии — *взаимное превращение* ее видов. Механическая энергия может превращаться в тепловую или электрическую и наоборот.

Различают два вида механической энергии: *кинетическую* E_k *и потенциальную* E_p.

***Кинетическая энергия** E_k — это энергия, которой обладает тело вследствие своего движения.*

Кинетическая энергия определяется по формуле 68):

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Всякое движущееся тело обладает кинетической энергией. Кинетическая энергия — всегда положительная величина. Если под действием силы тело совершило перемещение и вследствие этого его скорость изменилась, то работа силы равна изменению кинетической энергии тела (формула 71):

$$A = E_{k2} - E_{k1}.$$

***Потенциальная энергия** E_p — это энергия, которой обладает тело вследствие того, что находится в силовом поле или вследствие взаимодействия с другими телами.* Потенциальной энергией обладает тело, поднятое на высоту и упруго деформированное.

Формула потенциальной энергии тела, поднятого над землей, — формула 69):

$$E_p = mgh,$$

а упруго деформированного — формула 62):

$$E_p = \frac{kx^2}{2}.$$

Если под действием силы тело изменило высоту или деформацию, то работа этой силы равна изменению потенциальной энергии тела, взятой со знаком «минус» (формула 73):

$$A = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1}).$$

Сумма кинетической и потенциальной энергий называется полной механической энергией E:

$$E = E_k + E_p.$$

Ниже приведены формулы, применяемые при решении задач на работу, мощность, энергию и законы сохранения, а также формула момента силы из статики.

Формула механической работы

60) $A = F\,S\cos\alpha$

Здесь A — работа (Дж), F — модуль силы (Н), S — модуль перемещения (м), α — угол между векторами силы и перемещения (рад).

Работа, потенциальная энергия при упругой деформации

61) $A = \frac{kx^2}{2}$

62) $E_p = \frac{kx^2}{2}$

Здесь A — работа (Дж), k — жесткость (Н/м), x — деформация (м). E_p — потенциальная энергия (Дж).

Коэффициент полезного действия (КПД) механизма

63) $\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}} \cdot 100\%$

Здесь η — КПД механизма (в частях или %), $A_{\text{пол}}$ — полезная работа (Дж), $A_{\text{затр}}$ — затраченная работа (Дж).

Формулы мощности

64) $N = \frac{A}{t}$

65) $N = Fv \cos \alpha$

Здесь N — мощность (Вт), A — работа (Дж), t — время (с), F — сила (Н), v — скорость (м/с), α — угол между векторами силы и скорости (рад).

Формула импульса тела

66) $p = mv$

Здесь p — импульс тела (кг · м/с), m — его масса (кг), v — скорость тела (м/с).

Формула импульса силы

67) $F\Delta t = \Delta p$

Здесь $F\Delta t$ — импульс силы, действовавшей на тело в течение времени t (Н · с), Δp — изменение импульса тела (кг · м/с).

Формула кинетической энергии

68) $E_k = \frac{mv^2}{2}$.

Здесь E_k — кинетическая энергия (Дж), m — масса (кг), v — скорость (м/с).

Формула потенциальной энергии тела, поднятого на высоту

69) $E_p = mgh$

Здесь E_p — потенциальная энергия (Дж), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h — высота (м).

Формула полной механической энергии

70) $E = E_p + E_k$

Здесь E — полная механическая энергия (Дж), E_p — потенциальная энергия, E_k — кинетическая энергия.

Теорема об изменении кинетической энергии

71) $A = \Delta E_k$

72) $A = E_{k2} - E_{k1}$

Здесь A — работа (Дж), $\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$ — изменение кинетической энергии тела, совершившего работу (Дж).

Теорема об изменении потенциальной энергии

73) $A = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1})$

Здесь A — работа (Дж), $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$ — изменение потенциальной энергии тела, совершившего работу (Дж).

Момент силы

74) $M = F\,l$

Здесь M — момент силы (Н · м = Дж), F — сила, вращающая тело (Н), l — плечо этой силы (м).

В случае, когда система тел, о которых идет речь в задаче, замкнута, т. е. на нее не действуют внешние силы, и не надо определять какие-либо внутренние силы взаимодействия тел, для решения задачи удобно применить *закон сохранения механической энергии* или *общий закон сохранения энергии.*

Закон сохранения механической энергии: *в замкнутой системе тел, где между телами действуют только силы тяготения (силы тяжести) или силы упругости, полная механическая энергия системы тел сохраняется.*

При этом кинетическая энергия отдельных тел системы может переходить в их потенциальную энергию и наоборот, но механическая энергия системы тел будет оставаться неизменной.

Если между телами системы действуют, кроме сил тяготения и упругости, другие силы, например, силы трения, силы сопротивления, действие которых приводит к превращению механической энергии в тепловую (внутреннюю), то в такой системе тел закон сохранения механической энергии не выполняется. Но всегда выполняется ***общий закон сохранения и превращения энергии***: *энергия не возникает из ничего и не уничтожается, а лишь переходит из одного вида в другой в равных количествах.*

При решении задач на соударение тел различают абсолютно упругий и неупругий удары. При *абсолютно упругом ударе* механическая энергия тел не превращается в тепловую (внутреннюю) энергию. При таком ударе выполняются оба закона сохранения: и закон сохранения импульса, и закон сохранения механической энергии.

Вследствие действия этих законов при абсолютно упругом нецентральном ударе двух шаров одинаковой массы они всегда разлетаются под прямым углом.

При *абсолютно неупругом ударе* механическая энергия тел — частично или полностью — превращается в их внутреннюю энергию. При этом выполняется только закон сохранения импульса. После такого удара тела движутся с одинаковой скоростью и в одном направлении.

В задачах статики рассматриваются условия равновесия тел. ***Равновесием тел*** *называют состояние, при котором координаты всех точек тела не меняются*

Условия равновесия:

а) все силы, приложенные к телу, уравновешены;

б) сумма моментов сил, вращающих тело по часовой стрелке, равна сумме моментов сил, вращающих его против часовой стрелки.

Моментом силы М называется произведение силы F, действующей на тело, имеющее ось вращения, и плеча этой силы l:

$$M = Fl.$$

Плечом силы l называется кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы.

Момент силы определяет формула 74). Единица момента силы в СИ — *ньютон, умноженный на метр* (Н · м) или *джоуль* (Дж).

На рис. 51 изображен рычаг длиной L с осью вращения, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости чертежа. На свободный конец рычага действует сила F вдоль линии действия mn. Плечом этой силы является длина перпендикуляра l, опущенного из оси вращения на линию действия силы mn.

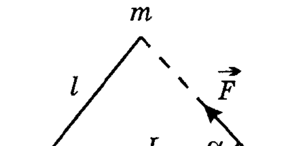


Рис. 51

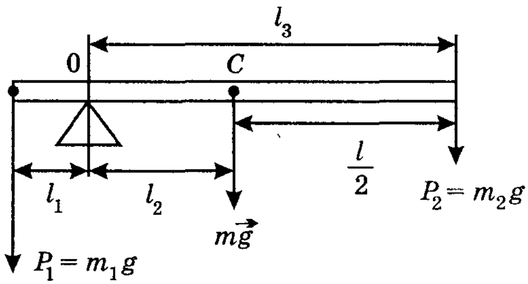


Рис. 52

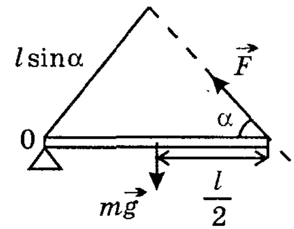


Рис. 53

Рассмотрим пример на условие равновесия тела, имеющего ось вращения. На рис. 52 изображен рычаг массой m, к концам которого подвешены грузы массами m_1 и m_2, в результате чего на концы рычага действуют оба веса грузов P_1 и P_2, равные силам тяжести m_1g и m_2g. К центру масс рычага c приложена сила тяжести mg. Равновесие наступит, когда момент силы тяжести M_1, которая вращает рычаг вокруг оси вращения, проходящей через точку опоры O, против часовой стрелки, будет равен сумме моментов сил тяжести M и M_2, вращающих рычаг по часовой стрелке:

$$M_1 = M + M_2$$

или, согласно определению момента силы и формуле 74),

$$m_1gl_1 = mgl_2 + m_2gl_3 .$$

Другой пример. На рис. 53 изображен рычаг массой m и длиной l, к концу которого человек приложил силу F под углом α к рычагу. Рычаг останется в равновесии, если момент силы тяжести M_1 будет равен моменту силы M_2, приложенной человеком к концу рычага:

$$M_1 = M_2,$$

где $$M_1 = m_1g\frac{l}{2} \text{ и } M_2 = Fl\sin\alpha,$$

поэтому $$m_1g\frac{l}{2} = Fl\sin\alpha.$$

Если сила, приложенная человеком, будет больше силы F, то он сможет приподнять рычаг, а если — меньше, то не сможет.

Проверочный экзамен по теме 2. «Динамика. Законы сохранения. Статика»

Часть А

А1. Инертные свойства тела характеризует

1) масса 2) сила 3) работа 4) мощность

А2. Если Земля — инерциальная система отсчета, то можно считать движущимся по инерции

1) автомобиль, движущийся с ускорением
2) пассажира, наклонившегося вперед при резком торможении автобуса
3) воздушный шар, поднимающийся с постоянной скоростью
4) велосипедиста на треке, представляющем собой дугу окружности

А3. На рис. 54 изображен график координаты. Равнодействующая всех приложенных к телу сил будет равна нулю на промежутке времени

1) $0 - t_1$ 2) $t_1 - t_2$
3) $t_2 - t_3$ 4) $t_3 - t_4$

А4. На тело подействовала нескомпенсированная сила. Эта сила может

1) только изменить скорость тела
2) только деформировать тело
3) не может ни изменить скорость, ни деформировать тело
4) может и изменить скорость тела, и деформировать его

А5. Куда будет направлено ускорение тела, если на него будут действовать силы, изображенные на рис. 55?

1) влево 2) вправо 3) вверх 4) вниз

А6. На рис. 56 изображен график скорости равноускоренного движения тела массой 100 г. На тело действует сила

1) 0,05 Н 2) 0,1 Н
3) 0,15 Н 4) 0,2 Н

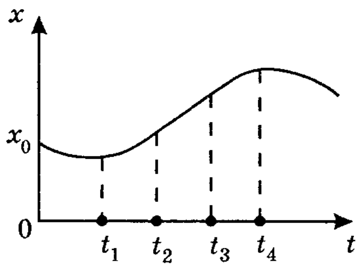


Рис. 54

Рис. 55

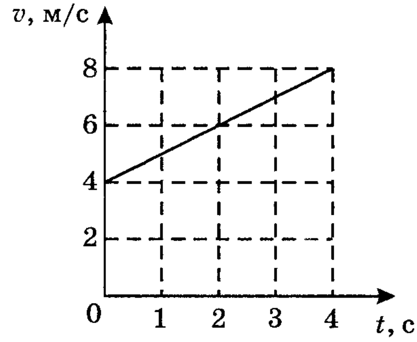


Рис. 56

А7. Под действием силы тело массой 600 г приобрело ускорение 2 м/с^2 (рис. 57). Какое ускорение приобретет тело массой 3 кг под действием такой же силы?

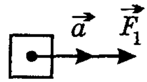


Рис. 57

1) 0, 2 м/с^2 2) 0,4 м/с^2
3) 0,8 м/с^2 4) 1,2 м/с^2

А8. За сколько времени под действием силы 1,2 Н импульс тела может измениться на 0,6 кг · м/с?

1) 0,5 с 2) 2 с
3) 1,2 мин 4) 1 мин

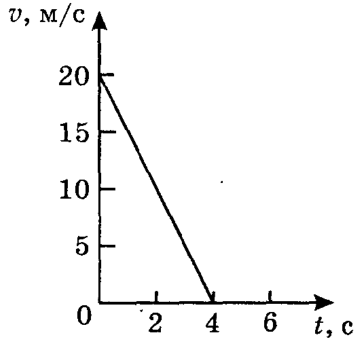


Рис. 58

А9. На рис. 58 изображен график скорости тела массой 500 г, движущегося вниз. Вес этого тела равен

1) 5,5 Н 2) 7,5 Н
3) 8,4 Н 4) 10,5 Н

А10. Пуля пробила мишень и полетела дальше. При этом

1) сила удара пули по модулю больше силы удара по ней мишени
2) сила удара мишени по пуле по модулю больше силы удара по ней пули
3) сила удара пули может быть больше или меньше модуля силы удара по ней мишени в зависимости от материала мишени
4) сила удара пули по мишени по модулю равна силе удара мишени по пуле

А11. В процессе движения автомашины по шоссе сила сопротивления движению стала равна силе тяги двигателя. При этом автомобиль

1) стал двигаться с ускорением
2) стал двигаться равномерно
3) стал двигаться с замедлением
4) остановился

А12. Жесткость пружины 50 Н/м. Под действием груза массой 1 кг эта пружина удлинится на

1) 5 см 2) 10 см 3) 20 см 4) 40 см

А13. Тело массой 5 кг движется по горизонтальной поверхности. Коэффициент трения тела о поверхность 0,8. Сила трения между телом и поверхностью равна

1) 4 Н 2) 32 Н 3) 40 Н 4) 80 Н

А14. На горизонтальном диске, вращающемся равномерно вокруг вертикальной оси, лежит тело (рис. 59). Сила трения, действующая на него со стороны диска, направлена

1) по радиусу от центра окружности
2) по радиусу к центру окружности
3) по касательной в направлении его линейной скорости
4) по касательной противоположно его линейной скорости

А15. Летчик делает мертвую петлю в вертикальной плоскости. Он может испытать невесомость

1) в высшей точке петли
2) в низшей точке петли
3) когда поднимается
4) когда опускается

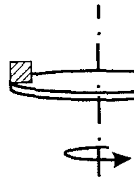


Рис. 59

А16. Брусок массой 400 г прижат к вертикальной стене силой 4 Н. Коэффициент трения скольжения бруска по стене равен 0,5. Чтобы брусок перемещался вверх равномерно, к нему нужно приложить направленную вверх силу

1) 2 Н   2) 4 Н   3) 6 Н   4) 8 Н

А17. Сила тяги двигателя по горизонтальной дороге 50 кН, его скорость 72 км/ч. Мощность двигателя равна

1) 100 кВт   2) 500 кВт   3) 1 МВт   4) 50 МВт

А18. На рис. 60 изображены графики зависимости равнодействующей сил, действующих на тело, от времени его движения. Графиком, соответствующим равномерному и прямолинейному движению тела, является график

1) *a*   2) *b*   3) *c*   4) *d*

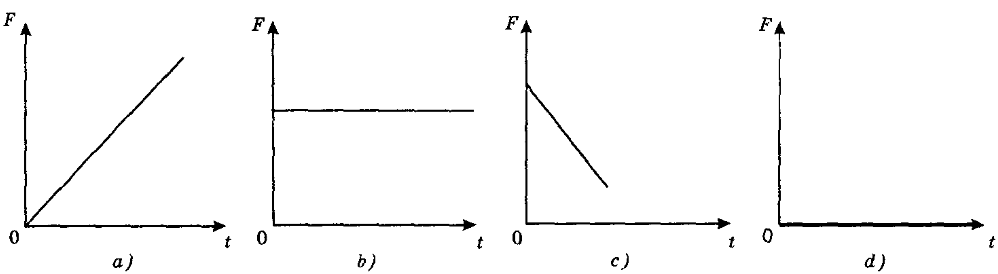


Рис. 60

А19. К концу рычага длиной 80 см приложена сила 0,1 кН под углом 30^0 к рычагу. Чему равен момент силы относительно оси вращения, проходящей через центр рычага?

1) 10 Дж 2) 20 Дж 3) 40 Дж 4) 80 Дж

А20. С каким по модулю ускорением тормозит автомобиль при коэффициенте трения о горизонтальную поверхность шоссе, равном 0,5?

1) 2,5 м/с^2 2) 10 м/с^2 3) 8,5 м/с^2 4) 5 м/с^2

А21. Уравнение движения тела массой 2 кг имеет вид: $x = 2 + 3t$. Все величины выражены в единицах СИ. Импульс тела равен

1) 2 кг · м/с 2) 4 кг · м/с 3) 6 кг · м/с 4) 10 кг · м/с

А22. Тело массой 800 г, двигаясь равномерно, прошло за 2 мин путь 60 м. Его кинетическая энергия равна

1) 0,1 Дж 2) 1,2 Дж 3) 160 Дж 3) 1600 Дж

А23. Тело брошено вверх. Сопротивление не учитывать. Зависимость какой величины от времени изображена на рис. 61?

1) силы тяжести
2) потенциальной энергии
3) импульса тела
4) кинетической энергии

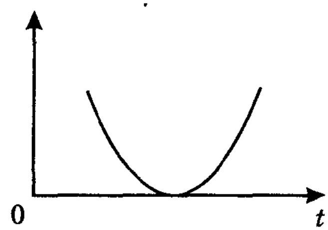


Рис. 61

А24. Зависимость потенциальной энергии тела от высоты на рис 62 показывает график

1) 1 2) 2
3) 3 4) 4

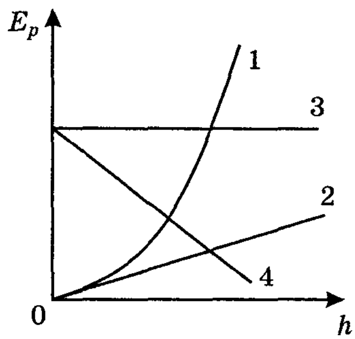


Рис. 62

А25. Стальной шарик массой 100 г абсолютно упруго ударился о металлическую поверхность, масса которой неизмеримо больше массы шарика. Скорость шарика в момент удара 10 м/с, угол между вектором скорости шарика и перпендикуляром к этой поверхности 60^0. Изменение импульса шарика в результате удара равно

1) 0,5 кг · м/с 2) 1 кг · м/с
3) 2 кг · м/с 4) 4 кг · м/с

А26. Колесо радиусом 50 см вращается под действием момента силы 4 Н · м. Чтобы колесо не вращалось, к нему надо приложить минимальную касательную силу

1) 0,8 Н 2) 20 Н 3) 8 Н 4) 200 Н

А27. Кинетическая энергия тела массой 2 кг равна 9 Дж. Импульс этого тела равен

1) 3 кг · м/с 2) 2 кг · м/с 3) 4 кг · м/с 4) 6 кг · м/с

А28. Тело массой 4 кг упало с высоты 2 м с начальной скоростью 4 м/с. Сопротивление не учитывать. Его кинетическая энергия при приземлении равна

1) 24 Дж 2) 48 Дж 3) 96 Дж 4) 112 Дж

А29. На вершине наклонной плоскости длиной l потенциальная энергия бруска, соскользнувшего с нее, была E_p, а у основания наклонной плоскости она стала равна E_k. При соскальзывании на брусок действовала сила трения, равная

1) $l\dfrac{E_p}{E_k}$ 2) $\dfrac{E_k - E_p}{l}$ 3) $l(E_k + E_p)$ 4) $\dfrac{E_k + E_p}{l}$

А30. Если расстояние между двумя материальными точками уменьшить в 3 раза, то при этом сила тяготения их друг к другу

1) уменьшится в 3 раза 2) увеличится в 9 раз
3) увеличится в 3 раза 4) уменьшится в 9 раз

Часть В

В1. Брусок тянут к вершине наклонной плоскости длиной 5 м и высотой 3 м. Коэффициент трения 1,5. Чему равен КПД наклонной плоскости?

В2. Два груза массами 800 и 200 г связаны невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через невесомый блок (рис. 63). Блок вращается без трения. С какой скоростью левый груз, двигаясь без начальной скорости, достигнет пола, если вначале он располагался на высоте 1 м над ним? Сопротивлением пренебречь.

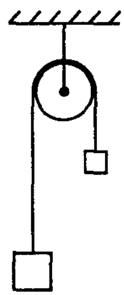


Рис. 63

В3. На какой высоте над поверхностью Земли ускорение свободного падения в девять раз меньше, чем на поверхности? Радиус Земли принять равным 6400 км.

B4. Четвертая часть горизонтального стержня изготовлена из меди. Ее масса 2 кг. Масса стальной части стержня 4 кг. Длина всего стержня 1 м. Найти положение центра тяжести стержня относительно его медного конца.

Часть С

С1. Два одинаковых бруска массами по 200 г каждый соединены упругой вертикальной пружиной с жесткостью 300 Н/м (рис. 64). Нажатием на верхний брусок пружину сжали так, что ее деформация стала 5 см. Какова будет скорость центра масс этой системы тел в момент отрыва нижнего бруска от стола? Сопротивление не учитывать.

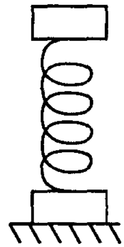


Рис. 64

С2. Мальчик массой 50 кг бежит равнозамедленно вверх по доске массой 20 кг, лежащей на наклонной плоскости с углом при основании 30^0. Начальная скорость мальчика 6 м/с. Трение между доской и наклонной плоскостью отсутствует, но доска остается неподвижной. Во сколько раз уменьшится скорость мальчика, когда он пробежит расстояние 2 м?

С3. По узкой резиновой трубке, свернутой кольцом, течет жидкость плотностью ρ со скоростью v. Площадь поперечного сечения трубки S. Найти силу, растягивающую трубку.

С4. Брусок массой M лежит на горизонтальном столе. Его пробивает пуля, летевшая параллельно поверхности стола со скоростью v (рис. 65). Пробив брусок, пуля вылетает в том же направлении с вдвое меньшей скоростью. При этом брусок передвигается по столу на расстояние S. Чему равен коэффициент трения бруска о поверхность стола?

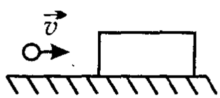


Рис. 65

С5. Геостационарный спутник находится на высоте H над одной и той же точкой планеты массой M, вращающейся вокруг своей оси с угловой скоростью ω. Найти среднюю плотность вещества планеты ρ.

С6. На двух вертикальных пружинах одинаковой длины с жесткостями 10 Н/м и 30 Н/м подвешен стержень массой 3 кг длиной 2 м. На каком расстоянии от конца стержня, к которому прикреплена пружина с жесткостью 10 Н/м, надо подвесить груз, чтобы стержень остался в горизонтальном положении, и при этом пружины удлинились на 20 см?

Ответы на задания проверочного экзамена по теме 2. «Динамика. Законы сохранения. Статика»

Ответы на вопросы части А

А1. Масса — мера инертных и гравитационных свойств тела.
Правильный ответ 1).

А2.По инерции движется тело, скорость которого постоянна.
Правильный ответ 3).

А3. Когда равнодействующая сила равна нулю, скорость тела постоянна. А скорость на графике координаты численно равна тангенсу угла наклона графика к оси времени. Если угол не меняется, значит, скорость постоянна, — этому соответствует прямолинейный отрезок графика на промежутке времени $t_2 - t_3$.
Правильный ответ 3).

А4. Сила — это мера взаимодействия тел, в результате которого происходит изменение скорости тел или их деформация.
Правильный ответ 4).

А5. Равнодействующая сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ изображается диагональю параллелограмма, построенного на этих силах, как на сторонах (рис. 66). Поэтому она будет направлена вправо.
Правильный ответ 2).

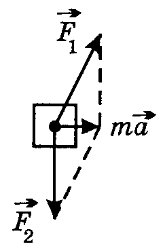


Рис. 66

А6. Сила равна произведению массы тела на ускорение, полученное под действием этой силы. А ускорение на графике скорости численно равно тангенсу наклона графика к оси времени. Из графика следует, что ускорение

$$a = \frac{8-4}{4}\ \text{м/с}^2 = 1\ \text{м/с}^2.$$

Поскольку 100 г = 0,1 кг, то сила
$F = ma = 0{,}1 \cdot 1\ \text{Н} = 0{,}1\ \text{Н}.$
Правильный ответ 2).

А7. Поскольку силы равны, а каждая из сил

$$F = m_1a_1 \quad \text{и} \quad F = m_2a_2,$$

$$\text{то} \quad m_1a_1 = m_2a_2,$$

откуда

$$a_2 = \frac{m_1 a_1}{m_2}.$$

600 г = 0,6 кг. Тогда

$$a_2 = \frac{0{,}6 \cdot 2}{3}\ \text{м/с}^2 = 0{,}4\ \text{м/с}^2.$$

Правильный ответ 2).

А8. Согласно формуле импульса силы 67)
$F\Delta t = \Delta p$, откуда

$$\Delta t = \frac{\Delta p}{F} = \frac{0{,}6}{1{,}2}\ \text{с} = 0{,}5\ \text{с}.$$

Правильный ответ 1).

А9. Из графика на рис. 58 следует, что тело движется с замедлением. Вес тела, движущегося вниз с замедлением (или вверх с ускорением), определяет формула 55). Ускорение тела, как это следует из графика, равно $\operatorname{tg}\alpha = \frac{20}{4}\ \text{м/с}^2 = 5\ \text{м/с}^2$. 500 г = 0,5 кг. С учетом этого вес

$P = m(g + a) = 0{,}5(10 + 5)$ Н = 7,5 Н.

Правильный ответ 2).

А10. По третьему закону Ньютона силы взаимодействия двух любых тел по модулю равны друг другу.

Правильный ответ 4).

А11. Согласно первому закону Ньютона если силы уравновешены, то тело движется равномерно и прямолинейно с прежней скоростью.

Правильный ответ 2).

А12. Силой, деформирующей пружину, будет сила тяжести mg. Согласно закону Гука (формула 51) она по модулю равна силе упругости:

$$mg = kx,$$

откуда

$$x = \frac{mg}{k} = \frac{1 \cdot 10}{50}\ \text{м} = 0{,}2\ \text{м} = 20\ \text{см}.$$

Правильный ответ 3).

А13. Согласно формуле 52) сила трения равна произведению коэффициента трения и силы давления, которой здесь является вес тела, равный силе тяжести. Поэтому

$F_{тр} = \mu mg = 0{,}8 \cdot 5 \cdot 10\ Н = 40\ Н.$

Правильный ответ 3).

А14. Поскольку сила тяжести уравновешена силой реакции опоры диска, неуравновешенной остается сила трения. Именно она и обеспечивает, согласно второму закону Ньютона, центростремительное ускорение, которое всегда направлено по радиусу к центру окружности. Поэтому и сила трения тоже направлена по радиусу к центру окружности.

Правильный ответ 2).

А15. Невесомость возникает, когда тело свободно падает. Поэтому летчик может стать невесомым, только когда опускается с ускорением свободного падения.

Правильный ответ 4).

А16. На тело, перемещающееся по стенке равномерно вверх, действуют пять сил: сила F, двигающая его вверх, силы тяжести mg и трения $F_{тр}$, направленные вниз, сила $F_{давл}$, прижимающая тело к стене, и сила реакции стены F_N (рис. 67). Поскольку сила, прижимающая тело к стене, уравновешена силой реакции стены, а сила, перемещающая тело вверх, уравновешена направленными вниз силами тяжести и трения, то можно записать

$F = mg + F_{тр} = 0{,}4 \cdot 10 + 0{,}5 \cdot 4\ (Н) = 6\ Н.$

Правильный ответ 3).

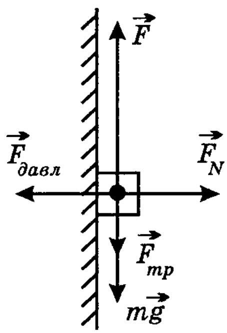


Рис. 67

А17. Мощность двигателя можно найти по формуле 65). Поскольку векторы силы тяги и скорости совпадают по направлению, то в этой формуле угол $\alpha = 0^0$ и $\cos\alpha = 1$. С учетом того, что

$50\ кН = 5 \cdot 10^4\ Н$ и $72\ км/ч = 20\ м/с$,

мощность двигателя равна

$N = Fv = 5 \cdot 10^4 \cdot 20\ Вт = 1 \cdot 10^6\ Вт = 1\ МВт.$

Правильный ответ 3).

А18. Поскольку при равномерном и прямолинейном движении силы, действующие на тело, скомпенсированы, их равнодействующая равна нулю независимо от времени движения.

Правильный ответ 4).

А19. Момент силы определяет формула $M = Fl$, где, как это следует из рис. 52, плечо силы l равно произведению длины рычага L на синус противолежащего угла. Поэтому

$$M = Fl = FL\sin\alpha.$$

Поскольку 0,1 кН = 100 Н и 80 см = 0,8 м, то
$M = 100 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}5$ Дж = 40 Дж.
Правильный ответ 3).

А20. Согласно формуле силы трения 50) $F_{\text{тр}} = \mu\, F_{\text{давл}}$, она равна произведению коэффициента трения и силы давления тела на опору. Здесь силой давления является вес тела, равный силе тяжести, поэтому

$$F_{\text{тр}} = \mu mg\,.$$

По второму закону Ньютона именно эта сила и создает отрицательное ускорение при торможении, т. к. остальные силы уравновешены. Следовательно,

$$F_{\text{тр}} = ma,$$

поэтому

$$ma = \mu mg$$

и $a = \mu g = 0{,}5 \cdot 10$ м/с^2 = 5 м/с^2.
Правильный ответ 4).

А21. Из сопоставления уравнения координаты равномерного движения 1) $x = x_0 + v_x t$ и уравнения координаты из условия задания А21 следует, что скорость тела равна 3 м/с. По формуле импульса 66)
$p = mv = 2 \cdot 3$ кг · м/с = 6 кг · м/с.
Правильный ответ 3).

А22. Скорость, входящую в формулу кинетической энергии 68)

$$E_k = \frac{mv^2}{2},$$

найдем, разделив путь на время его прохождения:

$$v = \frac{S}{t}.$$

С учетом этого

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\frac{S}{t}\right)^2.$$

Поскольку 800 г = 0,8 кг и 2 мин = 120 с, то

$$E_k = \frac{0,8}{2}\left(\frac{60}{120}\right)^2 \text{ Дж} = 0,1 \text{ Дж}.$$

Правильный ответ 1).

А23. У тела, брошенного свободно вверх, линейно убывает скорость, а пропорционально квадрату скорости в соответствии с формулой 68) по параболе уменьшается его кинетическая энергия, пока тело не достигнет высшей точки. После этого тело станет свободно падать, и его скорость и кинетическая энергия станут расти.

Правильный ответ 4).

А24. Согласно формуле 69) потенциальная энергия прямо пропорциональна высоте тела над землей, а графиком прямо пропорциональной зависимости является прямая, проходящая через начало координат под углом к осям координат.

Правильный ответ 2).

А25. При абсолютно упругом ударе шарика модуль его импульса не меняется, а также угол его падения равен углу, под которым он отразится от поверхности. Согласно чертежу (рис. 68) изменение импульса шарика будет равно

$$\Delta p = p\cos\alpha - (-p\cos\alpha) = 2p\cos\alpha.$$

По формуле импульса 66) $p = mv$, поэтому

$$\Delta p = 2mv\cos\alpha = 2 \cdot 0,1 \cdot 10 \cdot \cos 60^0 \text{ кг} \cdot \text{м/с} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Правильный ответ 2).

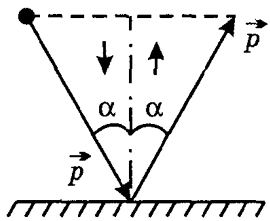


Рис. 68

А26. Согласно формуле 74) момент силы равен произведению силы и ее плеча. Плечом касательной силы, приложенной к ободу колеса (рис. 69), является радиус колеса. Поэтому

$$M = FR,$$

откуда

$$F = \frac{M}{R} = \frac{4}{0,5} \text{ Н} = 8 \text{ Н}.$$

Правильный ответ 3).

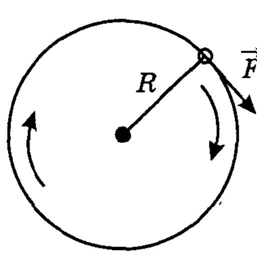


Рис. 69

А27. Согласно формулам 68) и 66)

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \quad \text{и} \quad p = mv.$$

Из формулы кинетической энергии $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$,

поэтому

$$p = m\sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{m^2\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{2mE_k} = \sqrt{2\cdot2\cdot9}\ \text{кг} \cdot \text{м/с} = 6\ \text{кг} \cdot \text{м/с}.$$

Правильный ответ 4).

А28. На высоте тело обладало потенциальной энергией E_{p0}, определяемой формулой 69), а также имело начальную скорость и, значит, кинетическую энергию E_{k0}, которая определяется формулой 68). У земли тело имело только кинетическую энергию E_k. Поскольку сопротивление отсутствует, по закону сохранения механической энергии

$$E_k = E_{p0} + E_{k0} = mgh + \frac{mv_0^2}{2} = m\left(gh + \frac{v_0^2}{2}\right) = 4\left(10\cdot2 + \frac{4^2}{2}\right)\text{Дж} = 112\ \text{Дж}.$$

Правильный ответ 4).

А29. Работа силы трения будет равна разности между кинетической энергией бруска у основания наклонной плоскости и его потенциальной энергией на ее вершине:

$A = E_k - E_p$, где по модулю, согласно формуле 60), работа силы трения $A = F_{тр}l$, откуда

$$l = \frac{A}{F_{тр}} = \frac{E_k - E_p}{F_{тр}}.$$

Правильный ответ 2).

А30. Согласно закону всемирного тяготения 52)

$$F = G\frac{m_1m_2}{r^2}$$

сила тяготения двух материальных точек обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними. Значит, если расстояние между точками уменьшить в 3 раза, то сила тяготения увеличится в 9 раз.

Правильный ответ 2).

Часть B

Задача B1

Дано:	*Решение*
$l = 5$ м $h = 3$ м $\mu = 1{,}5$ $g = 10$ м/с^2	
η – ?	

КПД механизма, в том числе и наклонной плоскости, называют отношение полезной работы $A_{пол}$, т. е. той, которую надо совершить, — в нашем случае, поднять груз массой m на высоту h — к затраченной работе $A_{затр}$, т. е. работу, которую придется выполнить на самом деле, — протащить груз по всей длине наклонной плоскости, прилагая к нему силу тяги $F_{тяги}$. КПД обычно выражают в процентах:

$$\eta = \frac{A_{пол}}{A_{затр}} \cdot 100\%. \qquad (1)$$

Полезная работа равна произведению модуля силы, поднимающей тело, которая при равномерном подъеме по модулю равна силе тяжести mg, действующей на тело, и высоты его подъема h:

$$A_{пол} = mgh. \qquad (2)$$

Затраченная работа равна произведению прилагаемой к телу силы тяги $F_{тяги}$ и модуля перемещения груза, т. е. длины наклонной плоскости:

$$A_{затр} = F_{тяги}\, l. \qquad (3)$$

Эти формулы аналогичны формуле работы 60) $A = FS\cos\alpha$, которую мы применили к условию нашей задачи. Как в формуле полезной, так и в формуле затраченной работ угол между действующей на груз силой и его перемещением под действием этой силы равен нулю, а его косинус равен единице.

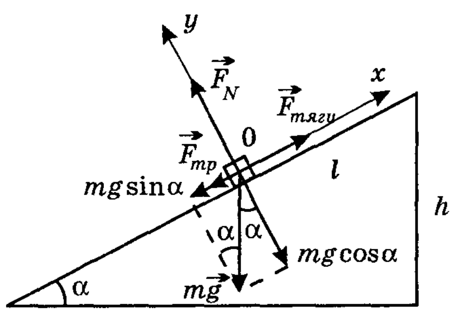


Рис. 70

Теперь задача сводится к нахождению силы тяги, поскольку остальные величины, кроме массы, для нахождения КПД нам известны. Чтобы ее найти, выполним чертеж (рис. 70). На этом чертеже показаны четыре силы, действующие на груз: сила тяги $\vec{F}_{тяги}$, сила тяжести $m\vec{g}$, сила трения $\vec{F}_{тр}$ и сила реакции опоры $\vec{F}_N$, векторы которых направлены под углом друг к другу. В таком случае выберем систему координат, центр которой O

совместим с центром груза, ось OX направим в направлении силы тяги, а ось OY — перпендикулярно наклонной плоскости. Теперь разложим силу тяжести на составляющие, направленные вдоль этих осей координат: составляющую $mg\sin\alpha$, вектор которой направлен к основанию наклонной плоскости, и составляющую $mg\cos\alpha$, вектор которой перпендикулярен наклонной плоскости. Обратим внимание на то, что угол α при основании наклонной плоскости равен углу между вектором силы тяжести и штриховой линией, перпендикулярной наклонной плоскости, как углы с перпендикулярными сторонами.

Нам не сказано, как двигают груз, поэтому мы вправе считать, что он перемещается к вершине равномерно и прямолинейно. В этом случае все противоположно направленные силы, согласно первому закону Ньютона, должны быть по модулю равны друг другу:

$$F_{\text{тяги}} = mg\sin\alpha + F_{\text{тр}} \quad \text{и} \quad mg\cos\alpha = F_N.$$

Согласно формуле 50) $F_{\text{тр}} = \mu F_N$, потому что сила давления по модулю равна силе реакции опоры. С учетом этого

$$F_{\text{тяги}} = mg\,sin\,\alpha + \mu mg\cos\alpha = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha). \qquad (4)$$

Подставим правую часть выражения (4) в равенство (3), затем то, что получится, подставим вместе с формулой (2) в формулу КПД (1):

$$A_{\text{затр}} = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)l. \qquad (5)$$

Теперь подставим правые части выражений (2) и (5) в формулу (1):

$$\eta = \frac{mgh}{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)l}\cdot 100\% = \frac{h}{(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)l}\cdot 100\%. \qquad (6)$$

Здесь мы не знаем угла α при основании наклонной плоскости. Но его тригонометрические функции мы легко найдем из прямоугольного треугольника с гипотенузой, равной длине наклонной плоскости, и катетом, противолежащем углу α и равном его высоте:

$$\sin\alpha = \frac{h}{l} \quad \text{и} \quad \cos\alpha = \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}.$$

Теперь подставим правые части этих равенств вместо тригонометрических функций в формулу (6):

$$\eta = \frac{h}{\left(\frac{h}{l} + \mu\frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}\right)l}\cdot 100\% = \frac{h}{h + \mu\sqrt{l^2 - h^2}}\cdot 100\%.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим:

$$\eta = \frac{3}{3 + 1{,}5\sqrt{5^2 - 3^2}} \cdot 100\% = 33\%.$$

Ответ: $\eta = 33\%$.

Задача В2

Дано:
$m_1 = 800$ г
$m_2 = 200$ г
$v_0 = 0$
$h = 1$ м
$g = 10$ м/с^2

v – ?

Решение

Поскольку на грузы будут действовать постоянные и неуравновешенные силы, грузы будут двигаться равноускоренно. Покажем эти силы на нашем чертеже (рис. 71). На левый груз будут действовать направленная вниз сила тяжести $m_1\vec{g}$ и направленная вверх сила натяжения нити $\vec{F}_{\text{Н}}$, на правый — направленная вверх и такая же по модулю сила натяжения нити $\vec{F}_{\text{Н}}$, а вниз — сила тяжести $m_2\vec{g}$. По второму закону Ньютона равнодействующая сил тяжести и натяжения, приложенных к левому, более тяжелому грузу, движущемуся с ускорением вниз, равна:

$$m_1 a = m_1 g - F_H. \tag{1}$$

Равнодействующая сил натяжения и тяжести, приложенных к правому, более легкому грузу, движущемуся с ускорением вверх, равна:

$$m_2 a = F_H - m_2 g. \tag{2}$$

Мы записали эти уравнения, чтобы из них найти одинаковое для обоих грузов ускорение a. Потому что, если мы будем его знать, то, воспользовавшись формулой 9) $v^2 - v_0^2 = 2aS$, сможем найти и искомую скорость, с которой левый груз ударится о пол, пройдя расстояние h.

Как же из этих уравнений найти ускорение a? Из математики вы знаете, что при решении системы уравнений их левые и правые части можно складывать, вычитать, делить или перемножать, — от этого равенство не нарушится. Какое же действие нам выполнить здесь? Нам надо, чтобы «ушла» неизвестная нам и ненужная для решения сила натяжения (она нам не дана и не спрашивается). Подумав, можно сообразить, что оба уравнения надо сложить — левую часть уравнения (1) с левой частью уравнения (2), а правую — с правой. Тогда вследствие приведения подобных членов силы натяжения

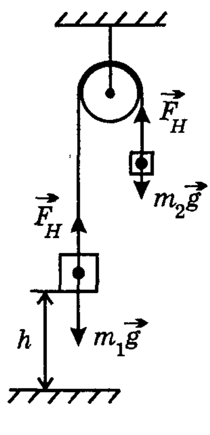


Рис. 71

hj;l

в оставшемся уравнении уже не будет, и мы сможем найти нужное нам ускорение. Значит, складываем уравнения (1) и (2):

$$m_1a + m_2a = m_1g - F_H + F_H - m_2g,$$

$$a(m_1 + m_2) = g(m_1 - m_2),$$

откуда

$$a = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}. \qquad (3)$$

Здесь все величины нам известны. Теперь воспользуемся формулой 9) с учетом, что $v_0 = 0$ и $S = h$. Тогда применительно к нашей задаче эта формула примет вид:

$$v^2 = 2ah, \qquad \text{откуда} \qquad v = \sqrt{2ah},$$

или с учетом (3)

$$v = \sqrt{2gh\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Подставим числа и вычислим. Но сначала выразим все величины в единицах СИ:

800 г = 0,8 кг, 200 г = 0,2 кг.

$$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1\frac{0,8 - 0,2}{0,8 + 0,2}}\ \text{м/с} = 3,4\ \text{м/с}.$$

Ответ: $v = 3,4$ м/с.

Задача В3

Дано:	*Решение*
$g_1 = 9g_2$	
$R = 6400$ км	
H – ?	

Мы обозначили буквой g_1 ускорение свободного падения на поверхности земного шара, а буквой g_2 — ускорение свободного падения на высоте H. Так как на этой высоте оно в девять раза меньше, чем за земле, значит, на земле оно в девять раз больше, чем на высоте, — именно так мы и записали в «Дано».

Согласно формуле 57) ускорение свободного падения на земной поверхности равно:

$$g_1 = G\frac{M}{R^2},$$

а на высоте H:

$$g_2 = G\frac{M}{(R+H)^2}.$$

Опять мы имеем два уравнения с известными и неизвестными величинами, из которых нам надо найти высоту H. Но здесь их надо не складывать, как в предыдущей задаче, а поделить друг на друга, заменив ускорение g_1 на $9g_2$, согласно условию задачи. Смотрите, как хорошо получится:

$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{GM(R+H)^2}{R^2GM}, \qquad \frac{9g_2}{g_2} = \frac{(R+H)^2}{R^2},$$

Сокращаем g_2 и берем слева и справа квадратный корень:

$$3 = \frac{R+H}{R}, \qquad 3R = R + H, \qquad \text{откуда } H = 2R.$$

Мы решили задачу в общем виде. Произведем вычисления:
$H = 2 \cdot 6400$ км $= 12\,800$ км.
Ответ: $H = 12\,800$ км.

Задача В4

Дано:
$m_1 = 2$ кг
$m_2 = 4$ кг
$l = 1$ м

x – ?

Решение

Чтобы лучше разобраться с условием задачи и наметить пути ее решения, выполним подробный чертеж (рис. 72). Нарисуем стержень длиной l. Обозначим его концы, например, буквами a и d. Медную часть стержня, составляющую четверть его длины, отделим от стальной части, составляющей три четверти его длины, точкой b.

К центру масс медной части C_1, расположенному посередине ее, приложим силу тяжести $m_1\vec{g}$, а к центру C_2 стальной части, тоже расположенному посередине этой части, приложим силу тяжести $m_2\vec{g}$, вектор которой должен быть длиннее, потому что стальная часть стержня тяжелее медной. И соединим эти центры тяжести горизонтальным отрезком C_1C_2. Так мы получим рычаг, на концы которого C_1

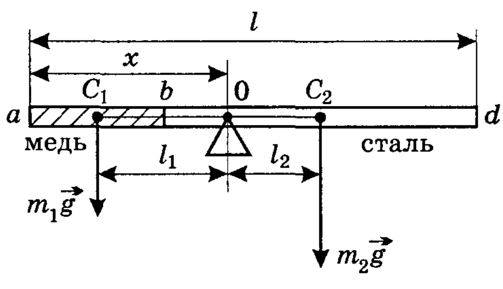


Рис. 72

и C_2 будут действовать две силы: сила тяжести $m_1\vec{g}$, стремящаяся повернуть рычаг против часовой стрелки, и сила тяжести $m_2\vec{g}$, которая стремится повернуть его по часовой стрелке вокруг центра тяжести стержня.

Теперь подумаем, где будет располагаться центр тяжести всего стержня. Это должна быть такая точка, в которой, если стержень подпереть, он останется в равновесии. Очевидно, эта точка расположена где-то между точками C_1 и C_2, ближе к точке C_2. Обозначим ее буквой O и подрисуем снизу малый треугольник, обозначающий опору. Нам требуется определить расстояние x от этого центра тяжести O до левого конца стержня, т. е. до точки a.

Согласно условию равновесия тела, имеющего ось вращения, на которое действуют две силы, момент силы, вращающей тело по часовой стрелке, должен быть равен моменту силы, вращающей его против часовой стрелки. При выполнении этого условия тело не будет вращаться вокруг этой оси. У нас вращает тело по часовой стрелке вокруг точки O сила тяжести m_2g, а против — сила тяжести m_1g. Значит, чтобы стержень оставался в равновесии, моменты M_1 и M_2 этих сил должны быть равны друг другу:

$$M_1 = M_2.$$

Согласно формуле момента силы 74) момент силы M_1 равен произведению силы тяжести m_1g и ее плеча l_1, а момент силы M_2 равен произведению силы тяжести m_2g и ее плеча l_2:

$$M_1 = m_1gl_1 \quad \text{и} \quad M_2 = m_2gl_2,$$

поэтому
$$m_1gl_1 = m_2gl_2 \quad \text{или} \quad m_1l_1 = m_2l_2. \tag{1}$$

Теперь осталось самое трудное: найти плечи этих сил тяжести l_1 и l_2. Напомним, что *плечом силы называется кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия этой силы*. Поэтому плечом l_1 силы тяжести m_1g будет отрезок C_1O. Как же его найти?

Если внимательно посмотреть на рис. 72 и хорошенько подумать, то можно сообразить, что плечо l_1 равно разности отрезков $aO = x$ и aC_1, причем отрезок aC_1 составляет половину медной части стержня, ведь точка C_1 делит медную часть пополам. А медная часть, согласно условию задачи, составляет четверть длины стержня, поэтому отрезок aC_1 составляет восьмую часть его длины. Значит,

$$l_1 = x - \frac{l}{8}. \tag{2}$$

Теперь подумаем, чему равно плечо l_2 — это будет отрезок OC_2. Посмотрев внимательно на рис. 72, можно сообразить, что отрезок OC_2 равен разности отрезков aC_2 и aO. Отрезок aC_2 равен сумме отрезка ab, составляющего четверть длины стержня, и отрезка bC_2, который равен половине длины стальной части стержня, равной трем четвертям длины всего стержня, поэтому

$$l_2 = \frac{l}{4} + \frac{3l}{4 \cdot 2} - x = \frac{5l}{8} - x. \qquad (3)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2) и (3) в уравнение (1) и, выполнив алгебраические преобразования, найти x. Проделаем эти действия:

$$m_1\left(x - \frac{l}{8}\right) = m_2\left(\frac{5l}{8} - x\right), \qquad m_1 x - m_1\frac{l}{8} = m_2\frac{5l}{8} - m_2 x,$$

$$x(m_1 + m_2) = \frac{l}{8}(m_1 + 5m_2),$$

откуда

$$x = \frac{l(m_1 + 5m_2)}{8(m_1 + m_2)}.$$

Задача в общем виде решена. Произведем вычисления:

$$x = \frac{1(2+5\cdot 4)}{8(2+4)} \text{ м} = 0,46 \text{ м} = 46 \text{ см}.$$

Ответ: x = 46 см.

Часть С

Задача С1

Дано:
m = 200 г
x = 5 см
g = 10 м/с^2
k = 300 Н/м
v_C – ?

Решение

Непростая задачка. Давайте вспомним, что такое *центр масс*. Это такая *материальная точка с массой, равной массе всего тела, которая движется под действием приложенных к ней сил так же, как и само тело.*

В нашем случае, поскольку система бруски–пружина симметрична, ее центр масс C располагается в геометрическом центре системы, т. е. посередине пружины.

Теперь выполним рисунок. Сначала изобразим пружину недеформированной (рис. 73, a). Когда ее сжали, центр масс опустился на расстояние x относительно первоначального положения (рис. 73, b). Значит, пружина приобрела потенциальную энергию E_{p1}, которую можно определить по формуле 62):

$$E_{p1} = \frac{kx^2}{2}.$$

Кроме того, поскольку центр тяжести опустился на расстояние x, то относительно прежнего уровня центр масс приобрел отрицательную потенциальную энергию. Напомним, что потенциальная энергия может быть и положительной и отрицательной, поскольку она относительна. Относительно стола потенциальная энергия центра масс положительна, поскольку он выше стола, а относительно прежнего положения — отрицательна, поскольку теперь центр масс ниже прежнего уровня. Эту потенциальную энергию E_{p2} можно определить по формуле 69):

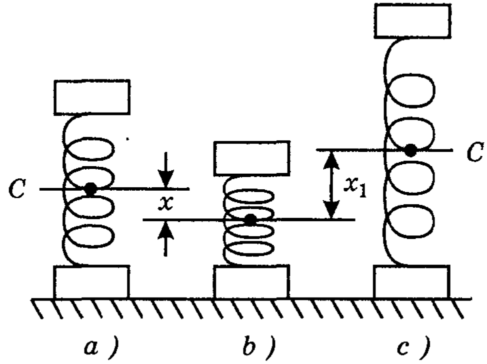


Рис. 73

$$E_{p2} = -mgx.$$

Попробуем решить эту задачу, применив закон сохранения механической энергии. Этот замечательный закон выручит вас при решении почти любых задач динамики, особенно когда не требуется учитывать все силы, действующие в системе. Согласно этому закону суммарная механическая энергия брусков со сжатой пружиной равна их суммарной механической энергии в момент, когда нижний брусок еще лежит на столе, но пружина уже растянулась, ее деформация стала x_1, центр тяжести поднялся на высоту x_1 над первоначальным положением и верхний брусок приобрел скорость v (рис. 73, c). При этом потенциальная энергия пружины E_{p3} стала равна:

$$E_{p3} = \frac{kx_1^2}{2},$$

а потенциальная энергия центра масс E_{p3} относительно первоначального положения стала положительной и равной:

$$E_{p4} = mgx_1.$$

Кроме того, верхний брусок приобрел скорость v и, значит, кинетическую энергию E_k, которая определяется по формуле 68):

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Теперь запишем закон сохранения механической энергии, а затем подумаем, какие величины нам еще надо определить, чтобы найти искомую жесткость:

$$E_{p1} + E_{p2} = E_{p3} + E_{p4} + E_k$$

или

$$\frac{kx^2}{2} - mgx = \frac{kx_1^2}{2} + mgx_1 + \frac{mv^2}{2}. \quad (1)$$

Здесь нам неизвестны деформация x_1 и скорость верхнего бруска v. По закону Гука 51) произведение жесткости пружины на ее деформацию равно деформирующей ее силе, которая в момент отрыва нижнего бруска от стола равна весу этого бруска $P = mg$, поэтому мы можем записать:

$$kx_1 = mg, \qquad \text{откуда} \qquad x_1 = \frac{mg}{k}. \quad (2)$$

Здесь нам уже даны все величины, стоящие в правой части. Подумаем, как выразить неизвестную скорость верхнего бруска через высоту поднятия центра тяжести x_1, которая нам стала известна. Попробуем связать эту скорость со скоростью центра масс v_C в этот момент. Будем рассуждать так. Нижний брусок еще покоится, его скорость равна нулю, а верхний уже получил скорость v. Значит, по мере подъема от витка к витку их скорость линейно нарастает, поэтому скорость центра масс, лежащего посередине пружины, будет равна половине скорости верхнего бруска:

$$v_C = \frac{v}{2}. \quad (3)$$

Подставим правую часть равенства (2) в формулу (1) и из полученного выражения найдем скорость верхнего бруска v, а затем — и скорость центра масс v_C:

$$\frac{kx^2}{2} - mgx = \frac{k(mg)^2}{2k^2} + mg\frac{mg}{k} + \frac{mv^2}{2},$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{kx^2}{2} - mgx - \frac{3(mg)^2}{2k}.$$

Отсюда

$$v^2 = \frac{2kx^2}{2m} - \frac{2mgx}{m} - \frac{2\cdot 3(mg)^2}{m\cdot 2k} = \frac{kx^2}{m} - 2gx - \frac{3mg^2}{k},$$

$$v=\sqrt{x\left(\frac{kx}{m}-2g\right)-\frac{3mg^2}{k}}.$$

Тогда окончательно

$$v_C=\frac{1}{2}\sqrt{x\left(\frac{kx}{m}-2g\right)-\frac{3mg^2}{k}}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Выразим все величины в единицах СИ:

200 г = 0,2 кг, 5 см = 0,05 м.

Подставим числа и вычислим:

$$v_C=\frac{1}{2}\sqrt{0{,}05\left(\frac{300\cdot 0{,}05}{0{,}2}-2\cdot 10\right)-\frac{3\cdot 0{,}2\cdot 10^2}{300}}\text{ м/с}=0{,}8\text{ м/с}.$$

Ответ: $v_C = 0{,}8$ м/с.

Задача С2

Дано:
$m_1 = 50$ кг
$m_2 = 20$ кг
$\alpha = 30^0$
$v_0 = 6$ м/с
$S = 2$ м

$\frac{v_0}{v}$ – ?

Решение

Поскольку речь идет об угле при основании наклонной плоскости, без тригонометрических функций и подробного чертежа такую задачу не решить. Нарисуем наклонную плоскость, доску на ней и бегущего мальчика. На доску действует сила тяжести m_2g, составляющая которой $m_2g\ sin\ \alpha$ скатывает ее с наклонной плоскости. Но нам сказано, что доска остается в покое. Значит, на нее со стороны ног мальчика действует сила F, равная по модулю составляющей $m_2g\ sin\ \alpha$, но направленная противоположно, т. е. к вершине наклонной плоскости (рис. 74). Но тогда и доска действует на мальчика с такой же по модулю силой, согласно третьему закону Ньютона, которая направлена противоположно силе $F = m_2g\ sin\ \alpha$, т. е. к основанию наклонной плоскости. Кроме того, к основанию наклонной плоскости на мальчика действует еще и собственная составляющая силы тяжести $m_1g\ sin\ \alpha$. Обе эти составляющие, согласно второму закону Ньютона, равны произведению массы мальчика и его отрицательного ускорения, с которым они сонаправлены, поскольку вдоль наклонной плоскости больше никакие силы не действуют:

$$m_1g\ sin\ \alpha + m_2g\ sin\ \alpha = m_1a$$

или $$(m_1 + m_2)g\ sin\ \alpha = m_1a\ .$$

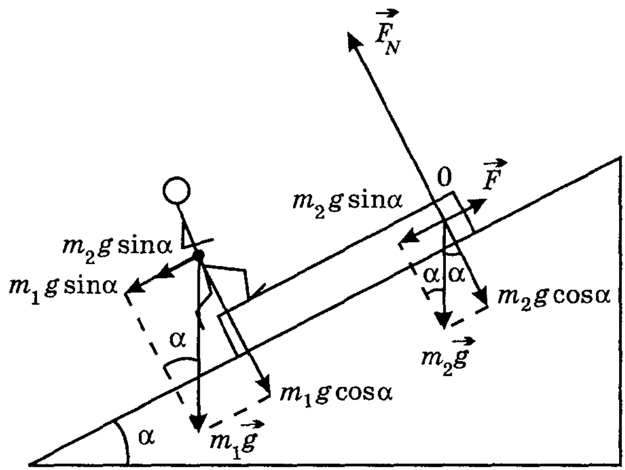


Рис. 74

Отсюда ускорение мальчика

$$a = \frac{(m_1 + m_2) g \sin\alpha}{m_1}. \tag{1}$$

С этим ускорением он пробежит равнозамедленно расстояние S, и при этом его скорость уменьшится с v_0 до v. Эти кинематические параметры связывает формула 9):

$$v^2 - v_0^2 = -2aS,$$

откуда

$$v^2 = v_0^2 - 2aS, \qquad \frac{v_0^2}{v^2} = \frac{v_0^2}{v_0^2 - 2aS}$$

и

$$\frac{v_0}{v} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 - 2aS}}. \tag{2}$$

Нам осталось подставить в равенство (2) правую часть выражения (1) вместо ускорения a:

$$\frac{v_0}{v} = \frac{v_0}{\sqrt{v_0^2 - 2S\dfrac{(m_1 + m_2) g \sin\alpha}{m_1}}}.$$

Задача в общем виде решена. Произведем вычисления:

$$\frac{v_0}{v}=\frac{6}{\sqrt{6^2-2\cdot 2\frac{(50+20)10\sin 30°}{50}}}=2{,}1.$$

Ответ: $\frac{v_0}{v}=2{,}1.$

Задача С3

Дано:
ρ
S
v
$F_{\text{Н}}$ – ?

Решение

В подобных задачах, когда нужно найти силу, приложенную не к какой-то одной точке, а ко всей длине тела, удобно выделить некоторый малый элемент его длины и рассмотреть силу, приложенную к нему, а затем распространить полученные соотношения на всю длину тела. Изобразим малый элемент трубки в виде дуги длиной Δl (но на нашем рисунке он будет не очень малым, иначе не разглядеть его отдельные детали), центр кольца O и проведем из центра к краям дуги радиусы R (рис. 75).

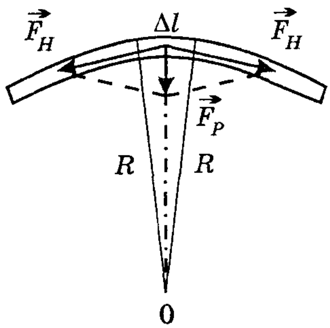


Рис. 75

Будем рассуждать так: нашу дугу растягивают две силы натяжения $\vec{F}_{\text{Н}}$, приложенные к ней со стороны соседних участков кольца. Они направлены под тупым углом друг к другу перпендикулярно радиусам. Построим их равнодействующую $\vec{F}_{\text{Р}}$ (она будет диагональю параллелограмма, построенного на этих силах, как на сторонах). Поскольку жидкость в кольце циркулирует по кругу, на нее в нашем малом участке кольца Δl действует эта сила $\vec{F}_{\text{Р}}$, направленная к центру кольца и равная произведению массы жидкости Δm в нашем малом элементе кольца Δl на его центростремительное ускорение a:

$$F_{\text{Р}}=\Delta ma. \tag{1}$$

Свяжем силу натяжения, которую надо найти, с этой равнодействующей. Для этого рассмотрим подобные треугольники:

В одном сторонами являются отрезок Δl (его изгибом можно пренебречь) и радиус R, в другом — равнодействующая F_P и сила натяжения F_H. Треугольники эти подобны как равнобедренные треугольники равными углами при вершинах. А углы эти равны, потому что их стороны взаимно перпендикулярны, ведь радиусы перпендикулярны к касательным силам. Из подобия этих треугольников следует пропорциональность сторон:

$$\frac{F_P}{F_H} = \frac{\Delta l}{R},$$

откуда

$$F_H = F_P \frac{R}{\Delta l}$$

или с учетом равенства (1)

$$F_H = \Delta m a \frac{R}{\Delta l}. \qquad (2)$$

Если хорошо подумать, как перейти от элемента массы Δm ко всей массе жидкости в кольце m, то можно догадаться, что эта масса Δm так относится ко всей массе жидкости в кольце m, как длина элемента Δl ко всей длине кольца l:

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta l}{l}, \qquad \text{откуда} \qquad \Delta m = m\frac{\Delta l}{l}. \qquad (3)$$

Подставим (3) в (2):

$$F_H = m\frac{\Delta l}{l} a \frac{R}{\Delta l} = ma\frac{R}{l}. \qquad (4)$$

Теперь выразим массу жидкости через ее плотность и объем V кольца, а для нахождения центростремительного ускорения воспользуемся формулой 46):

$$m = \rho V = \rho l S,$$

а длину кольца l выразим через его радиус:

$$l = 2\pi R. \qquad (5)$$

С учетом этого

$$m = 2\pi\rho RS. \qquad (6)$$

По формуле 46):

$$a = \frac{v^2}{R}. \qquad (7)$$

Подставим правые части (5), (6) и (7) в выражение (4):

$$F_H = 2\pi\rho RS\frac{v^2}{R}\cdot\frac{R}{2\pi R} = \rho S v^2.$$

Задача решена.

Ответ: $F_H = \rho S v^2$.

Задача С4

Дано:	*Решение*
M m v A g	Будем рассуждать так: пуля, пробив брусок, сообщила ему некоторую начальную скорость v_0, с которой он стал передвигаться равнозамедленно под действием силы трения. По второму закону Ньютона сила трения между бруском и поверхностью стола равна произведению массы бруска и его ускорения:
$\mu - ?$	$$F_{тр} = Ma.$$

С другой стороны, сила трения, согласно формуле 50), равна произведению коэффициента трения и силы нормального давления бруска на поверхность стола, которая здесь равна силе тяжести, поэтому

$$F_{тр} = \mu Mg\ .$$

Приравняв правые части этих формул, получим:

$$Ma = \mu Mg, \qquad a = \mu g,$$

откуда

$$\mu = \frac{a}{g}. \tag{1}$$

Таким образом, задача сводится к нахождению ускорения бруска (точнее, его замедления), когда он тормозил на пути S. В конце этого пути его скорость $v_К$ стала равна нулю, брусок остановился. Если бы мы знали его скорость v_0 сразу после того, как пуля пробила брусок, мы могли бы из формулы 9) найти нужное нам ускорение, записав ее так:

$$v_К^2 - v_0^2 = -2aS,$$

откуда при $v_К = 0$

$$a = \frac{v_0^2}{2S}. \tag{2}$$

Теперь бы найти начальную скорость бруска сразу после пробивания его пулей. Для ее нахождения закон сохранения механической энергии применять нельзя, т. к. часть кинетической энергии пули прошла на пробивание бруска и превратилась в его внутреннюю энергию, да и пуля тоже могла нагреться. А вот закон сохранения импульса применить можно. Согласно этому закону импульс пули перед попаданием в брусок mv равен сумме импульса пули $m\frac{v}{2}$ после того, как она вылетела из него, и импульса бруска Mv_0, полученного вследствие пробивания:

$$mv = m\frac{v}{2} + Mv_0,$$

откуда

$$v_0 = \frac{mv}{2M}. \qquad (3)$$

Подставим правую часть равенства (3) в формулу (2) вместо v_0. Так мы выразим нужное нам для формулы (1) ускорение a через известные величины:

$$a = \frac{(mv)^2}{2\cdot 4M^2 S} = \frac{1}{2S}\left(\frac{mv}{2M}\right)^2.$$

Нам осталось подставить правую часть этого равенства в формулу (1):

$$\mu = \frac{1}{2gS}\left(\frac{mv}{2M}\right)^2.$$

Задача решена.

Ответ: $\mu = \frac{1}{2gS}\left(\frac{mv}{2M}\right)^2.$

Задача С5

Дано:
H
M
ω

$\rho - ?$

Решение

Тот факт, что спутник является геостационарным, т. е. висит над одной и той же точкой планеты, говорит о том, что период его обращения вокруг планеты равен периоду вращения самой планеты. А значит, согласно формуле 42)

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

одинаковы и угловые скорости спутника и планеты.

На спутник массой m со стороны планеты действует сила тяготения, равная по закону всемирного тяготения 52):

$$F_{тяг} = G\frac{mM}{(R+H)^2}.$$

Эта сила, согласно второму закону Ньютона 49), равна произведению массы спутника и его центростремительного ускорения:

$$F_{тяг} = ma.$$

Приравняв правые части этих равенств, получим:

$$ma = G\frac{mM}{(R+H)^2},$$

$$a = G\frac{M}{(R+H)^2}. \tag{1}$$

Свяжем центростремительное ускорение спутника с известной нам из условия задачи угловой скоростью планеты, воспользовавшись формулой 47), не забывая при этом, что здесь радиусом орбиты спутника является сумма радиуса планеты и его высоты над ней:

$$a = \omega^2(R+H). \tag{2}$$

Приравняем правые части равенств (1) и (2):

$$G\frac{M}{(R+H)^2} = \omega^2(R+H). \tag{3}$$

Пока что мы еще не ввели нужную нам плотность в наши формулы. Но, смотрите: из последнего выражения нетрудно найти радиус планеты R, а через него выразить ее объем. Зная же объем планеты и ее массу, уже легко найти плотность планеты по формуле 59):

$$\rho = \frac{M}{V}, \qquad \text{где} \qquad V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

поэтому

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}. \tag{4}$$

Нам осталось из равенства (3) выразить радиус планеты и подставить его в правую часть выражения (4). Проделаем эти действия:

$$(R+H)^3 = \frac{GM}{\omega^2}, \qquad R = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} - H.$$

Теперь подставим правую часть последнего равенства в знаменатель формулы (4):

$$\rho = \frac{3M}{4\pi\left(\sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} - H\right)^3}.$$

Задача решена.

Ответ: $\rho = \dfrac{3M}{4\pi\left(\sqrt[3]{\dfrac{GM}{\omega^2}} - H\right)^3}$.

Задача С6

Дано:
$k_1 = 10$ Н/м
$k_2 = 30$ Н/м
$m = 3$ кг
$l = 2$ м
$x = 20$ см

l_1 – ?

Решение

Чтобы легче было справиться с этой задачей, сделаем несложный рисунок. Нарисуем две вертикальные пружины одинаковой длины. Пусть слева будет пружина с меньшей жесткостью, а справа — с большей. К пружинам снизу прикреплен горизонтальный стержень, к центру которого приложена сила тяжести $m\vec{g}$ и подвешен груз на расстоянии l_1 от левого конца (рис. 76).

Чтобы стержень принял горизонтальное положение, надо подвесить груз ближе к его правому концу. Равновесие наступит, когда сумма моментов сил, вращающих стержень вокруг точки O по часовой стрелке, будет равна сумме моментов сил, вращающих его вокруг этой же точки против часовой стрелки. Против часовой стрелки вращают стержень вокруг точки O сила тяжести $m\vec{g}$ и сила $\vec{F}_2$, равная по модулю силе упругости, возникающей в правой пружине при ее деформации. А по часовой стрелке вращает стержень сила $\vec{F}_1$, тоже равная силе упругости в левой пружине. Согласно правилу моментов сил момент M силы тяжести mg плюс момент M_2 силы F_2 равен моменту M_1 силы F_1:

$$M + M_2 = M_1. \qquad (1)$$

Согласно формуле 74) момент силы равен произведению этой силы и ее плеча. Плечом силы тяжести mg является расстояние от точки ее приложения к стержню C до точки O, т. е. длина отрезка CO, равная, как это следует из чертежа, $l_1 - \frac{l}{2}$, поэтому момент силы тяжести

$$M = mg\left(l_1 - \frac{l}{2}\right). \qquad (2)$$

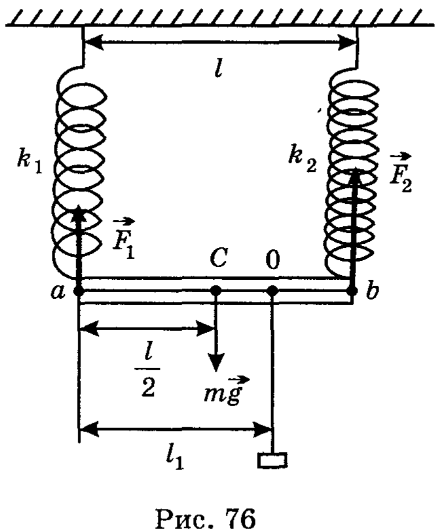


Рис. 76

Момент силы F_2, которая, согласно закону Гука, равна по модулю k_2x, где x — одинаковое удлинение обеих пружин (ведь стержень остался горизонтальным), равен произведению этой силы и ее плеча. А плечом силы F_2 является отрезок Ob, равный $l - l_1$. Поэтому момент силы F_2

$$M_2 = F_2\left(l - l_1\right) = k_2x\left(l - l_1\right). \qquad (3)$$

Момент силы F_1, которая по модулю равна k_1x, равен произведению этой силы и ее плеча. А плечом силы F_1 является отрезок $aO = l_1$. Поэтому момент силы F_1

$$M_1 = F_1l_1 = k_1xl_1. \qquad (4)$$

Подставим правые части равенств (2), (3) и (4) в правило моментов (1), после чего, раскрыв скобки, найдем искомое расстояние l_1:

$$mg\left(l_1 - \frac{l}{2}\right) + k_2x\left(l - l_1\right) = k_1xl_1.$$

Раскрываем скобки и находим l_1:

$$mgl_1 - mg\frac{l}{2} + k_2xl - k_2xl_1 = k_1xl_1,$$

$$mgl_1 - xl_1\left(k_1 + k_2\right) = mg\frac{l}{2} - k_2xl,$$

откуда
$$l_1 = \frac{l\left(mg - 2k_2x\right)}{2\left(mg - x\left(k_1 + k_2\right)\right)}.$$

Задача в общем виде решена. Произведем вычисления.

20 см = 0,2 м.

$$l_1 = \frac{2(3\cdot10 - 2\cdot30\cdot0,2)}{2\left(3\cdot10 - 0,2(10+30)\right)}\text{ м} = 0,8\text{ м}.$$

Ответ: $l_1 = 0,8$ м.

Раздел II. Гидродинамика. Молекулярная физика. Термодинамика

Тема 3. Гидродинамика

В основе гидродинамики лежат законы Ньютона, следствием которых являются все основные законы гидродинамики. Особенность здесь состоит в том, что эти законы применяют не к твердым телам, сохраняющим свою форму при перемещении, а к жидкостям, изменяющим форму в процессе движения и при переливании из одного сосуда в другой. Кроме того, если давление силы, приложенной к твердому телу, передается только в направлении ее действия, то *давление, производимое на жидкость или газ, передается по всем направлениям одинаково.* В этом состоит ***закон Паскаля*** — один из основных законов гидродинамики. Поэтому и силы давления распространяются по всей поверхности жидкости.

Другим законом гидродинамики, определяющим действие жидкостей и газов на погруженные в них тела, является ***закон Архимеда***: *на тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, направленная вверх и равная весу жидкости или газа, вытесненных телом.*

Ниже приведены все основные формулы гидродинамики, применяемые при решении ее задач:

Формула давления

$$75)\ p = \frac{F_{давл}}{S}$$

Здесь p — давление (Па), $F_{давл}$ — сила давления (Н), S — площадь опоры ($м^2$).

Давление столба жидкости

$$76)\ p = \rho g h$$

Здесь p — давление (Па), ρ — плотность жидкости ($кг/м^3$), g — ускорение свободного падения ($м/с^2$), h — высота столба жидкости (м).

Формула гидравлического пресса

$$77)\ \frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}$$

Здесь F_1 — сила, действующая на меньший поршень (Н), S_1 — площадь меньшего поршня (м^2), F_2 — сила, действующая на больший поршень (Н), S_2 — площадь большего поршня (м^2).

Формула выталкивающей (Архимедовой) силы

$$78)\ F_{\text{выт}} = \rho_{\text{ж}} g V_{\text{т}}$$

Здесь $F_{\text{выт}}$ — выталкивающая сила (Н), $\rho_{\text{ж}}$ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), $V_{\text{т}}$ — объем тела, погруженного в жидкость (м^3).

Уравнение неразрывности струи (теорема Эйлера)

$$79)\ v_1 S_1 = v_2 S_2$$

Здесь v_1 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_1 (м^2), v_2 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_2 (м^2).

Уравнение Бернулли

$$80)\ \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2$$

Здесь ρ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h_1 и h_2 — высоты элемента жидкости над землей (м), v_1 и v_2 — скорости на этих высотах (м/с), p_1 и p_2 — давления в жидкости на этих высотах (Па).

Следует знать, что сила давления — векторная величина, а давление p — величина скалярная, оно не имеет направления. Согласно формуле 76) с увеличением глубины жидкости давление в ней нарастает, т. к. увеличивается высота столба жидкости над уровнем, на котором определяется давление. Если жидкость налита в сосуд, то с увеличением ее глубины давление растет линейно с высотой столба жидкости, поэтому среднее давление жидкости на стенку сосуда равно половине ее давления на дно:

$$p_{\text{ср. на стенку}} = \frac{p_{\text{на дно}}}{2}.$$

Единица давления в СИ — *паскаль* (Па). Выразим паскаль через основные единицы СИ:

Па = Н $\cdot$ м$^{-2}$ = кг $\cdot$ м$^{-1}$ $\cdot$ с$^{-2}$.

Если сверху на данный уровень давит несколько жидкостей, то давление на данном уровне равно сумме давлений каждой жидкости в отдельности.

Если трубка с жидкостью наклонена к горизонту (рис. 77), то в формуле давления столба жидкости 76) высота h равна проекции длины этого столбика жидкости на вертикальную ось OY.

Следствием закона Паскаля является закон сообщающихся сосудов.

Закон сообщающихся сосудов: *в неподвижных и открытых сообщающихся сосудах любой формы давление жидкости на любом горизонтальном уровне одинаково.*

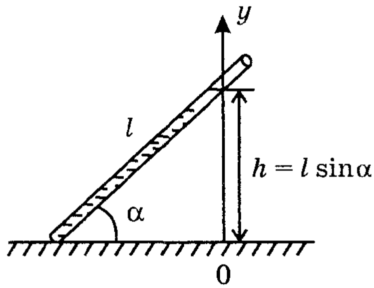


Рис. 77

Из закона сообщающихся сосудов вытекают два следствия.

Следствие 1: *в неподвижных и открытых сообщающихся сосудах высоты столбов жидкостей, отсчитываемые от уровня mn, ниже которого жидкость однородна, обратно пропорциональны плотностям этих жидкостей* (рис. 78, а):

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

Следствие 2: *в неподвижных и открытых сообщающихся сосудах однородная жидкость всегда устанавливается на одинаковом уровне независимо от формы сосудов* (рис. 78, б).

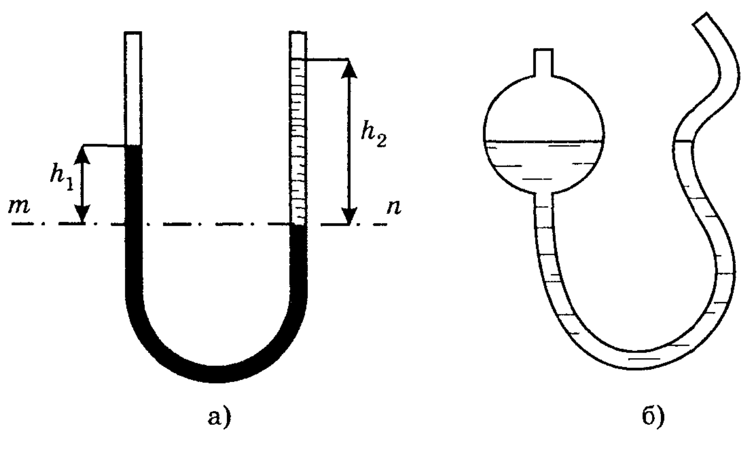


Рис. 78

На законе Паскаля основано действие ***гидравлического пресса*** (рис. 79) — *устройства, позволяющего получить выигрыш в силе во столько раз, во сколько площадь большего поршня больше площади меньшего поршня* (формула 77).

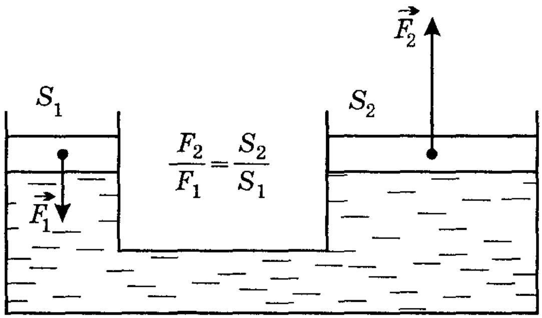


Рис. 79

В сосудах на рисунке 80 давление одинаковой жидкости на дно сосудов одинаково, так как одинаковы высоты жидкости. Площадь дна у сосудов одинаковая, поэтому сила, с которой жидкость действует на дно, также одинаковая. А вес жидкости в этих сосудах разный. В сосуде цилиндрической формы (рис. 80, *a*) вес жидкости равен силе ее давления на дно сосуда. В сосуде с сужающимися стенками (рис. 80, *b*) сила давления жидкости на дно сосуда больше веса жидкости, т.к. к весу здесь еще добавляется давление стенок, направленное вниз. В сосуде с расширяющимися стенками (рис. 80, *c*) сила давления жидкости на дно сосуда меньше веса жидкости, т. к. здесь из веса вычитается сила давления стенок, направленная вверх.

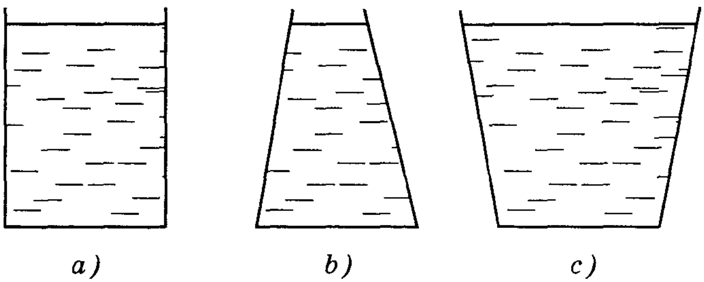


Рис. 80

Выталкивающая (Архимедова) сила не всегда направлена вверх. Как и всякая сила давления жидкости, она всегда направлена перпендикулярно поверхности жидкости. Если сосуд с жидкостью движется с ускорением горизонтально (рис. 81), то ее поверхность располагается под углом к горизонту, тем большим, чем больше ускорение. Поэтому выталкивающая сила, которая всегда перпендикулярна поверхности жидкости, уже не будет направлена вертикально.

Если в условии задачи что-либо говорится о весе тела в воздухе P_1 и в жидкости P_2, то удобно начинать решение с формулы

$$F_{\text{выт}} = P_1 - P_2.$$

Если из условия задачи следует, что тело плавает, то приравняйте выталкивающую силу весу всего, что плавает:

$$F_{\text{выт}} = P_{\text{общ}}.$$

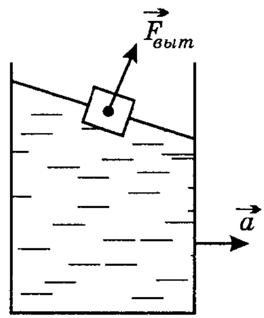


Рис. 81

Если тело плавает, не полностью погруженное в воду, то в формуле выталкивающей силы $F_{\text{выт}} = \rho_{ж} g V_{\text{Т}}$ объем $V_{\text{Т}}$ — это объем только погруженной части тела.

Если в условии задачи сказано, что в теле имеется полость, то, как правило, она пустая. Если требуется определить, есть ли в теле такая полость, определите ее объем, и если он окажется равным нулю, то тело сплошное. При этом наружный объем тела равен сумме объема полости и объема сплошной части, а вес тела равен произведению массы только сплошной части на ускорение свободного падения.

Согласно уравнению неразрывности струи 79) $v_1 S_1 = v_2 S_2$ в потоке жидкости или в трубе скорость больше там, где площадь поперечного сечения потока или трубы меньше. А согласно уравнению Бернулли 80)

$$\rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2$$

давление в потоке жидкости или газа больше там, где скорость меньше.

Тема 4. Молекулярная физика

В молекулярной физике рассматривается движение огромного количества мельчайших частиц вещества — *атомов* и *молекул* — которое подчиняется статистическим законам, когда рассматривают не движение отдельной частицы, а их всех в совокупности.

Атомом *называется наименьшая частица химического элемента.*

Молекулой *называется наименьшая электрически нейтральная частица вещества, сохраняющая его химические свойства.*

Основные положения молекулярной физики:

1) *все вещества состоят из молекул и атомов*;
2) *молекулы и атомы всех веществ находятся в вечном хаотическом движении*;

3) *между молекулами и атомами всех веществ действуют силы притяжения и отталкивания, имеющие электромагнитное происхождение.*

Доказательствами молекулярного строения тел служат броуновское движение и диффузия веществ.

Броуновское движение *— это движение малых частиц в жидкости под ударами ее молекул.*

Диффузия *— это проникновение молекул одного вещества между молекулами другого вещества.*

Диффузия наблюдается у всех веществ: твердых, жидких и газообразных. Скорость диффузии зависит от агрегатного состояния вещества, от самого вещества и от температуры.

Молекулярная физика, описывая состояние вещества, оперирует *макро-* и *микропараметрами.* К *макропараметрам состояния вещества* относят его массу, давление, объем и температуру. К *микропараметрам* — массу отдельной молекулы, ее скорость, размеры, импульс, энергию.

Относительная молекулярная масса M_r *— это отношение массы молекулы к одной двенадцатой массы атома углерода.*

Моль *— это количество вещества, в котором содержится столько же молекул, сколько их в 12 г углерода.* Единица количества вещества в СИ — *моль. Моль* — основная единица СИ.

Молярной массой *M называется масса одного моля.* Единица молярной массы в СИ — кг/моль или кг $\cdot$ моль$^{-1}$.

Число Авогдаро N_A *показывает, что в одном моле любого вещества содержится* $6{,}02 \cdot 10^{23}$ *молекул.*

Температура — это мера средней кинетической энергии теплового движения молекул.

В международной системе единиц СИ температура измеряется в *кельвинах* (К). Это основная единица СИ. Температуру, измеренную по шкале Кельвина, называют *абсолютной температурой.* Шкала Кельвина не имеет отрицательных температур.

Ноль по шкале Кельвина называется абсолютным нулем.

Абсолютный нуль *— это температура, при которой прекращается тепловое движение молекул.*

Между температурой T, измеренной по шкале Кельвина, и температурой t ^{0}C, измеренной по шкале Цельсия, существует связь:

$T = t\ ^0\text{C} + 273.$

При этом разность температур по шкалам Кельвина и Цельсия одинакова: $\Delta T = \Delta t\ ^0\text{C}$.

$$0\ ^0\text{C} = 273\ \text{К}, \qquad 0\ \text{К} = -273\ ^0\text{C}.$$

Ниже приведены основные формулы молекулярной физики:

Формула концентрации молекул

$$81)\ n = \frac{N}{V}$$

Здесь n — концентрация ($м^{-3}$), N — количество молекул (безразмерное), V — объем ($м^3$).

Формула относительной молекулярной массы

$$82)\ M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_C}$$

Здесь M_r — относительная молекулярная масса (безразмерная), m_0 — масса одной молекулы (кг), m_C — масса атома углерода (кг).

Формула количества вещества (количества молей)

$$83)\ \nu = \frac{m}{M}$$

Здесь ν — количество вещества (количество молей) (моль), m — масса вещества (кг), M — молярная масса (кг/моль).

Формулы массы одной молекулы

$$84)\ m_0 = \frac{m}{N}$$

$$85)\ m_0 = \frac{M}{N_A}$$

$$86)\ m_0 = \frac{\rho}{n}$$

Здесь m_0 — масса одной молекулы (кг), m — масса вещества (кг), N — количество молекул (безразмерное), M — молярная масса (кг/моль), $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ $моль^{-1}$ — число Авогадро, ρ — плотность вещества ($кг/м^3$), n — концентрация молкул ($м^{-3}$).

Формулы количества молекул

$$87)\ N = nV$$

$$88)\ N = \nu N_A$$

$$89)\ N = \frac{m}{m_0}$$

Здесь N — количество молекул (безразмерное), n — концентрация молекул ($м^{-3}$), V — объем ($м^3$), ν — количество вещества (количество молей) (моль), N_A — число Авогадро ($моль^{-1}$), m — масса вещества (кг), m_0 — масса одной молекулы.

Формулы средней квадратичной скорости молекул

$$90)\ \bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$91)\ \bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

$$92)\ k = \frac{R}{N_A}$$

Здесь $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, $\bar{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с), $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К) — молярная газовая постоянная, T — абсолютная температура (К), M — молярная масса (кг/моль), m_0 — масса одной молекулы (кг).

Формула объема моля

$$93)\ V_{моль} = \frac{M}{\rho}$$

Здесь $V_{моль}$ — объем одного моля ($м^3$/моль), M — молярная масса (кг/моль), ρ — плотность вещества (кг/$м^3$).

Основное уравнение кинетической теории идеального газа

$$94)\ p = \frac{1}{3} m_0 n \bar{v}^2$$

т.к. $$95)\ \bar{E}_k = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2},$$ то

$$96)\ p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k$$

Здесь p — давление газа (Па), m_0 — масса одной молекулы (кг), n — концентрация молекул ($м^{-3}$), $\bar{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с), $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж).

Формула средней кинетической энергии молекул

$$97)\ \bar{E}_k = \frac{m_0 \bar{v}^2}{2}$$

Здесь $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж), m_o — масса одной молекулы (кг), $\bar{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с).

Связь шкал Цельсия и Кельвина

$$98)\ T = t + 273^0$$

Здесь T — абсолютная температура (К), t — температура по шкале Цельсия.

Связь средней кинетической энергии молекул идеального газа с абсолютной температурой

$$99)\ \bar{E}_k = \frac{3}{2}kT$$

Здесь $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж), k — постоянная Больцмана (Дж/К), T — абсолютная температура (К).

Уравнение состояния идеального газа — уравнение Клапейрона – Менделеева

$$100)\ pV = \frac{m}{M}RT$$

$$101)\ pV = \nu RT$$

$$102)\ pV_{моль} = RT$$

Здесь p — давление газа (Па), V — объем (м^3), m — масса газа (кг), M — молярная масса (кг/моль), R — молярная газовая постоянная (Дж/(моль · К), T — абсолютная температура (К), ν — количество вещества (количество молей) (моль), $V_{моль}$ — объем моля (м^3/моль).

Объединенный газовый закон — уравнение Клапейрона

при $m = const$

$$103)\ \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Здесь p_1, V_1, T_1 — давление (Па), объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, p_2, V_2, T_2 — давление (Па), объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Закон Бойля — Мариотта (изотермический процесс)

при $T = const$ и $m = const$

$$104)\ p_1V_1 = p_2V_2$$

Здесь T — абсолютная температура газа, m — масса газа (кг), p_1 и V_1 — давление (Па) и объем газа (м^3) в первом состоянии, p_2 и V_2 — давление (Па) и объем (м^3) газа во втором состоянии.

Закон Гей-Люссака (изобарный процесс)

при $p = const$ и $m = const$

$$105)\ \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Здесь p — давление газа (Па), m — масса газа (кг), V_1 и T_1 — объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, V_2 и T_2 — объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Закон Шарля

при $V = const$ и $m = const$

$$106)\ \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Здесь V — объем газа (м^3), m — масса газа (кг), p_1 и T_1 — давление (Па) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, p_2 и T_2 – давление (Па) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Связь давления идеального газа с концентрацией его молекул и температурой

$$107)\ p = nkT$$

Здесь p — давление газа (Па), k — постоянная Больцмана (Дж/К), n — концентрация молекул газа (м$^{-3}$), T — абсолютная температура, К.

Формулы относительной влажности

$$108)\ \varphi = \frac{\rho}{\rho_{нас}} \cdot 100\%$$

$$109)\ \varphi = \frac{p}{p_{нас}} \cdot 100\%$$

Здесь φ — относительная влажность (безразмерная или в %), ρ — плотность водяного пара в воздухе при данной температуре (кг/м^3),

$\rho_{нас}$ — плотность насыщенного водяного пара при той же температуре (кг/м^3), p — давление водяного пара в воздухе при данной температуре (Па), $p_{нас}$ — давление насыщенного водяного пара в воздухе при той же температуре (Па).

Поверхностное натяжение жидкости (коэффициент поверхностного натяжения)

$$110)\ \sigma = \frac{F_{пов.нат}}{l}$$

$$111)\ \sigma = \frac{E_{пов}}{S}$$

Здесь σ — поверхностное натяжение жидкости (Н/м), $F_{пов.нат.}$ — сила поверхностного натяжения (Н), l — длина периметра, ограничивающего поверхность жидкости (м), $E_{пов}$ — поверхностная энергия (Дж), S — площадь поверхности жидкости (м^2).

Высота подъема жидкости в капилляре

$$112)\ h = \frac{2\sigma}{\rho g R}$$

Здесь h — высота подъема жидкости в капилляре (м), σ — поверхностное натяжение жидкости (Н/м), ρ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), R — радиус капилляра (м).

Большинство законов молекулярно-кинетической теории описывает процессы в идеальном газе.

Идеальный газ *— это абстрактный газ, молекулы которого являются материальными точками и не взаимодействуют на расстоянии.*

Близким к идеальному является газ под низким давлением и при высокой температуре. Воздух при нормальных условиях ($p = 10^5$ Па и $T = 273$ К) можно считать идеальным газом.

Если в сосуде имеется смесь газов, то по ***закону Дальтона*** *давление смеси газов равно сумме давлений каждого газа в отдельности.* При этом каждый газ смеси занимает объем, равный объему сосуда, и при тепловом равновесии температура всех газов смеси одинакова. Например, если давление газа в одном сосуде было p_1, а объем сосуда был равен V_1, а в другом сосуде объемом V_2 был газ под давлением p_2, то после соединения сосудов давление смеси газов станет равным $p_1 + p_2$, их масса тоже станет равной сумме масс каждого газа $m_1 + m_2$, а вот объем каждого газа станет равен сумме объемов $V_1 + V_2$. Общее число молей

$\nu_{общ}$ тоже будет равно сумме числа молей каждого газа $\nu_1 + \nu_2$ и их общее число молекул $N_{общ} = N_1 + N_2$. Но общую молярную массу $M_{общ}$ находить таким способом, просто складывая молярные массы каждого газа, нельзя, ее можно найти из одного из уравнений Менделеева – Клапейрона 100) – 102), записанного для смеси газов.

Процесс, происходящий в газе, при котором один из параметров состояния газа остается неизменным, называется *изопроцессом.*

К изопроцессам относятся *изотермический*, *изобарный* и *изохорный* процессы.

Изотермическим *называют процесс, протекающий при постоянной температуре.* Такой процесс подчиняется закону Бойля – Мариотта. Близким к изотермическому является очень медленный процесс — столь медленный, что изменением температуры газа можно пренебречь.

Закон Бойля – Мариотта: *при постоянной температуре произведение давления данной массы идеального газа и его объема есть величина постоянная* (формула 104):

$$p_1V_1 = p_2V_2 .$$

Ниже приведены графики изотермического процесса в разных координатных осях (рис. 82).

Изобарным процессом *называют процесс, протекающий под постоянным давлением.* Близким к изобарному является процесс свободного, но не очень быстрого, расширения газа, при котором действующие на газ силы оказывают неизменное давление.

Изобарный процесс подчиняется закону Гей-Люссака.

Закон Гей-Люссака: *при постоянном давлении объем данной массы идеального газа прямо пропорционален его абсолютной температуре* (формула 105):

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

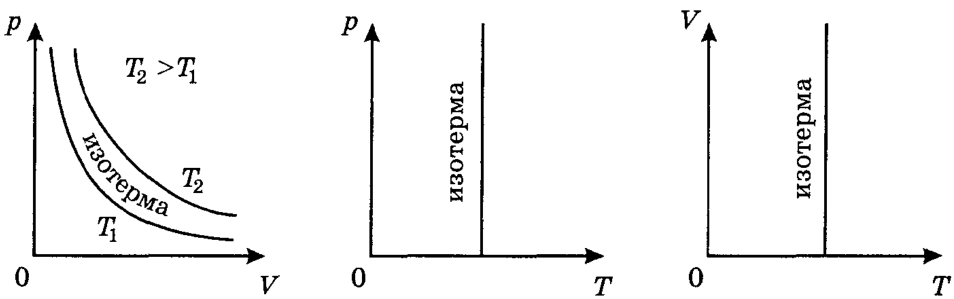


Рис. 82

Ниже приведены графики изобарного процесса в разных координатных осях (рис. 83).

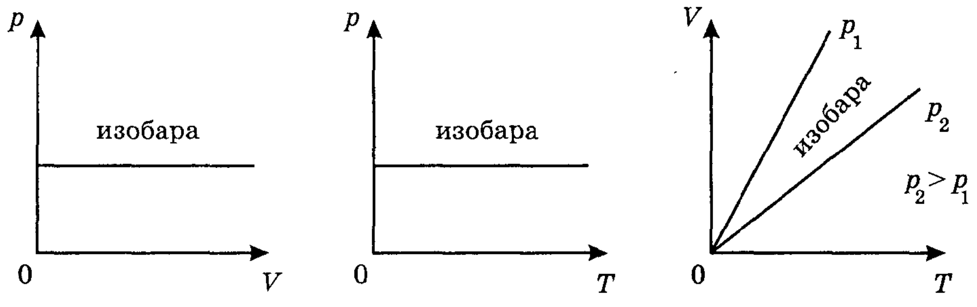


Рис. 83

Изохорным *называют процесс, протекающий при постоянном объеме.* Изохорным является процесс нагревания или охлаждения газа, находящегося в закрытом сосуде.

Изохорный процесс подчиняется закону Шарля.

Закон Шарля: *при постоянном объеме давление данной массы идеального газа прямо пропорционально его абсолютной температуре* (формула 106):

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Ниже приведены графики изохоного процесса в разных координатных осях (рис. 84).

Если изменяются все три параметра состояния газа — и давление, и объем, и температура — то можно применить ***уравнение состояния идеального газа*** или ***уравнение Клапейрона***: *произведение давления*

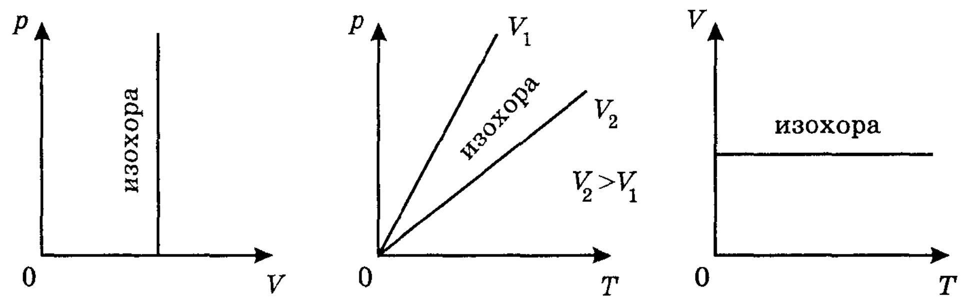


Рис. 84

данной массы идеального газа и его объема, деленное на абсолютную температуру, есть величина постоянная (формула 103):

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

Слова «*данной массы идеального газа*» означают, что во всех этих процессах масса газа должна оставаться неизменной, — иначе ни один из этих законов применять будет нельзя.

Если масса газа изменяется, то для каждого отдельного состояния газа можно применить другое *уравнение состояния идеального газа — уравнение Менделеева – Клапейрона* (формулы 100 – 102):

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

$$pV = \nu RT,$$

$$pV_{моль} = RT.$$

При изменении любого из параметров или массы газа уравнение Менделеева – Клапейрона можно записать, поставив перед изменяющейся величиной знак изменения Δ. Например, при изобарном процессе изменяются объем и температура. Если масса газа не меняется, то в этом случае уравнение Менделеева – Клапейрона можно записать так:

$$p\Delta V = \frac{m}{M} R\Delta T.$$

При изохорном процессе, когда изменяются давление и температура, уравнение Менделеева – Клапейрона примет вид:

$$\Delta p V = \frac{m}{M} R\Delta T.$$

Решая задачу на газовые законы, сначала подумайте, изменяется ли масса газа в процессе, о котором идет речь в условии задачи. Если да или если что-либо сказано о массе газа, его плотности или весе, или числе молей, то, как правило, следует воспользоваться уравнением Менделеева – Клапейрона. Если масса газа не меняется, то решите, какой из параметров остается постоянным. Если не меняется температура, применяйте закон Бойля – Мариотта, если постоянно давление, то закон Гей-Люссака, если не меняется объем – то Шарля. Если меняются все три параметра, можно использовать уравнение Клапейрона.

Если газ находится под поршнем массой m с площадью основания S, да еще на поршне, например, стоит гиря весом P (рис. 85) и, к тому же, нужно учитывать давление атмосферы $p_{атм}$, то давление газа p под порш-

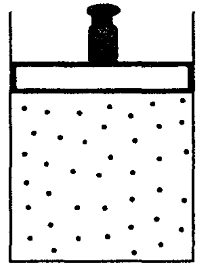


Рис. 85

нем будет равно сумме давлений поршня $\frac{mg}{S}$, гири $\frac{P}{S}$ и атмосферного $p_{атм}$:

$$p = \frac{mg}{S} + \frac{P}{S} + p_{атм}.$$

Если в сосуде с газом имеется подвижная перегородка, то она будет в равновесии только тогда, когда давление газа по обе стороны от нее одинаково. Если с какой-либо стороны оно изменится, то перегородка передвинется туда, где давление меньше, и остановится, когда оно снова станет одинаковым.

Нормальными условиями называют нормальное атмосферное давление (физическую атмосферу, атм), равное 10^5 Па и температуру, равную 273 К.

Если в условии задачи сказано, что газ находился при 10 ^{0}С, то, чтобы его температуру выразить в единицах СИ, надо к 10 прибавить 273, и получится 283 К. А если сказано, что газ нагрели на 10 ^{0}С (или он остыл), то здесь не надо к 10 ^{0}С прибавлять 273, это будет ошибкой, потому что изменение температуры по шкале Цельсия равно изменению температуры по шкале Кельвина.

Парообразованием *называют процесс перехода вещества из жидкого состояния в газообразное.* Обратный процесс называют *конденсацией.* Парообразование делят *на испарение* и *кипение.*

Испарение *— это процесс парообразования, происходящий с открытой поверхности жидкости и при любой температуре.* Скорость испарения зависит от самой жидкости и увеличивается с увеличением ее температуры, площади открытой поверхности и скорости движения жидкости относительно внешней среды.

Кипение *— это процесс парообразования, происходящий не только с открытой поверхности, но и внутри жидкости, при строго определенной для данной жидкости температуре.*

Температура кипения зависит от рода жидкости и давления внешней среды. При повышении давления температура кипения увеличивается — и наоборот.

Пар бывает ненасыщенным и насыщенным.

Ненасыщенный пар *— это пар, в котором число молекул, вылетевших из жидкости, больше числа молекул, вернувшихся в нее.* Ненасыщенный пар подчиняется законам идеального газа. При охлаждении ненасыщенного пара он становится насыщенным.

***Насыщенный пар** — это пар, в котором поддерживается динамическое равновесие между числом молекул, вылетевших из жидкости, и числом молекул, вернувшихся в нее.* При нагревании насыщенный пар превращается в ненасыщенный, а при охлаждении насыщенный пар конденсируется. Температура, при которой насыщенный водяной пар конденсируется, называется *точкой росы.* При повышении давления или плотности насыщенного пара, когда его, например, сжимают, он конденсируется, а давление, плотность и концентрация оставшегося пара не изменяются.

*Плотность водяного пара в воздухе называется его **абсолютной влажностью.** Отношение абсолютной влажности воздуха при данной температуре к плотности насыщенного пара при той же температуре называется его **относительной влажностью*** (формула 108):

$$\varphi = \frac{\rho}{\rho_{нас}} \cdot 100\%.$$

Кроме того, также *относительной влажностью называют отношение давления ненасыщенного пара в воздухе при некоторой температуре к давлению насыщенного пара при той же температуре* (формула 109):

$$\varphi = \frac{p}{p_{нас}} \cdot 100\%.$$

Если ненасыщенный пар находится в закрытом сосуде, то при его нагревании абсолютная влажность не меняется, а относительная уменьшается — и наоборот. А если его охлаждать, то он сначала превратится в насыщенный, а затем сконденсируется.

Если надо ответить на вопрос, была ли роса при охлаждении воздуха до некоторой температуры, надо найти температуру, при которой водяной пар конденсируется, т. е. точку росы. И если температура, до которой воздух охладился, окажется ниже точки росы, то роса была, а если — нет, то воздух еще недостаточно остыл.

Твердые тела делят на *кристаллические* и *аморфные.*

***Кристаллическими** называют вещества, у которых атомы или молекулы расположены в определенном порядке, образуя кристаллическую решетку, где наблюдается повторяемость в их расположении.* Основное свойство кристаллических веществ — *анизотропия, т.е. различие их физических свойств в разных направлениях.* К кристаллическим веществам относятся металлы, глина, кремний, поваренная соль, лед и другие вещества.

***Аморфными** называют тела, в которых отсутствует упорядоченность в расположении атомов и молекул.* Их основное свойство —

изотропия, т.е. одинаковость физических свойств в разных направлениях. К аморфным веществам относятся сахар, стекло, каучук, пластмассы и другие вещества.

Процессы плавления и отвердевания у кристаллических и аморфных веществ происходят различно.

***Плавлением** называют процесс перехода твердого вещества в жидкое состояние.* Обратный процесс у кристаллических веществ называется *кристаллизацией*, а у аморфных — *отвердеванием.*

Рассмотрим процесс изменения температуры T с течением времени t при переходе твердого кристаллического вещества через жидкую фазу в газообразную и наоборот (рис. 86). При нагревании твердое тело получает тепловую энергию от нагревателя. При этом увеличиваются средняя кинетическая и средняя потенциальная энергии его молекул (участок 1–2 графика) и происходит повышение температуры.

При достижении температуры плавления $T_{пл}$ (точка 2 графика) начинается процесс разрушения кристаллических решеток, т. е. плавление (участок 2–3). В процессе плавления увеличивается только средняя потенциальная энергия молекул, а их средняя кинетическая энергия и связанная с ней температура остаются неизменными. Точка 3 соответствует окончанию процесса перехода твердого вещества в жидкое, т. е. в этот момент времени все вещество становится жидким.

При дальнейшей передаче тепла происходит нагревание жидкости (участок 3–4). При этом увеличиваются средние кинетическая и потенциальная энергии молекул и температура жидкости растет. Точка 4 соответствует началу процесса кипения, т.е. достижению температуры кипения $T_{кип}$. При дальнейшей передаче тепла происходит процесс кипения (участок 4–5). В этом процессе увеличивается только средняя потенциальная энергия молекул, а их средняя кинетическая энергия

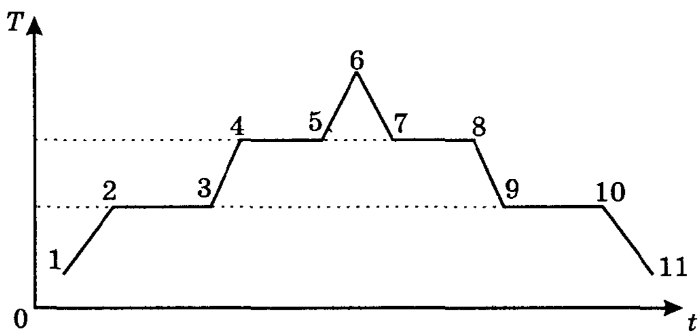


Рис. 86

не меняется и связанная с ней температура тоже остается постоянной. Точка 5 соответствует полному переходу всей жидкости в пар.

При дальнейшей передаче тепла происходит нагревание пара (участок 5–6). Здесь снова увеличиваются средние кинетическая и потенциальная энергии молекул, и температура пара растет.

Теперь рассмотрим обратный процесс перехода в твердое кристаллическое вещество. Если в момент, соответствующий точке 6, убрать источник тепловой энергии, то начнется процесс охлаждения пара, при котором средние кинетическая и потенциальная энергии его молекул станут уменьшаться и температура пара понижаться (участок 6–7). При этом выделится тепловая энергия, поглощенная в процессе нагревания пара. Точка 7 соответствует началу процесса конденсации пара, т. е. перехода его в жидкость.

Участок 7–8 соответствует процессу конденсации пара. когда уменьшается только средняя потенциальная энергия молекул, а их средняя кинетическая энергия и температура вещества остаются постоянными. При этом выделяется тепловая энергия, поглощенная при кипении. Точка 8 соответствует полному переходу пара в жидкость.

Участок 8–9 соответствует охлаждению жидкости, когда уменьшаются средние кинетическая и потенциальная энергии молекул и температура жидкости понижается. При этом выделяется тепловая энергия, полученная при нагревании жидкости. Точка 9 соответствует началу кристаллизации.

Участок 9–10 соответствует кристаллизации, т. е. процессу восстановления кристаллических решеток. При этом уменьшается только средняя потенциальная энергия молекул, а их средняя кинетическая энергия и температура вещества остаются постоянными. Здесь выделяется тепло, поглощенное при плавлении. Точка 10 соответствует полному восстановлению кристаллических решеток, т. е. превращению жидкого вещества в твердое.

Участок 10–11 соответствует процессу охлаждения твердого вещества, когда уменьшаются средние потенциальная и кинетическая энергии молекул и температура понижается. При этом выделяется тепло, поглощенное при нагревании твердого вещества.

Аморфные вещества не имеют точек плавления и кристаллизации и на соответствующем графике горизонтальные участки 2–3 и 9–10 у них отсутствуют (рис. 87).

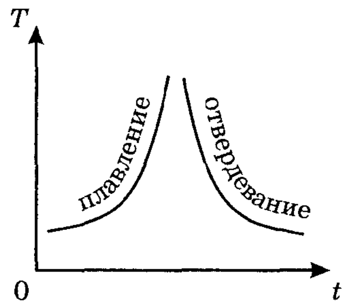


Рис. 87

В процессе передачи тепла аморфному веществу оно становится все мягче и мягче, пока совсем не превратится в жидкость. При отдаче тепла аморфное вещество тоже постепенно твердеет, пока совсем не станет твердым, поэтому аморфные вещества иногда называют застывшими жидкостями.

Тема 5. Термодинамика

В термодинамике рассматривают процессы перехода тепловой энергии от одних тел к другим. Каждое тело обладает своей внутренней энергией.

***Внутренней энергией** называется сумма кинетических и потенциальных энергий всех молекул тела.*

Так как у молекул идеального газа нет потенциальной энергии взаимодействия, то *внутренней энергией идеального газа называется сумма только кинетических энергий его молекул.*

Изменить внутреннюю энергию можно двумя путями: путем совершения работы и путем теплопередачи.

***Теплопередачей** называют передачу тепла от одного тела другому без совершения механической работы или без превращения тепловой энергии в иные виды.*

Теплопередачу делят на *теплопроводность, конвекцию* и *излучение.*

***Теплопроводность** — это передача тепла от горячего тела холодному при их соприкосновении.*

***Конвекция** — это передача тепла путем взаимного перемещения теплых и холодных слоев жидкости и газа.*

***Излучение** — это передача тепла с помощью электромагнитных волн.*

При теплопередаче тела передают друг другу количество теплоты.

***Количество теплоты** Q — это мера изменения внутренней энергии тела, происшедшего без совершения механической работы, то есть только при теплопередаче.*

При нагревании, плавлении и парообразовании тело получает извне количество теплоты, а при охлаждении, кристаллизации и конденсации выделяет его во внешнюю среду. Для характеристики способности вещества поглощать теплоту при нагревании, плавлении или парообразовании и выделять ее при охлаждении, кристаллизации и конденсации, а также при сгорании, введены понятия *удельной теплоемкости* c, *удельной теплоты плавления* λ, *удельной теплоты парообразования* r *и удельной теплоты сгорания* q.

Удельная теплоемкость c — это величина, равная отношению количества теплоты, полученного при нагревании тела или выделенного при его охлаждении, к массе этого тела и изменению его температуры:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}.$$

Удельная теплота плавления λ — это величина, равная отношению количества теплоты, полученного при плавлении тела или выделенного при его кристаллизации к массе тела:

$$\lambda = \frac{Q}{m}.$$

Удельная теплота парообразования r (или L) — это величина, равная отношению количества теплоты, полученному при парообразовании или выделенному при конденсации, к массе вещества:

$$r = \frac{Q}{m}.$$

Удельная теплота сгорания q — это величина, равная отношению количества теплоты, выделившегося при сгорании вещества к его массе:

$$q = \frac{Q}{m}.$$

Все эти, постоянные для твердых и жидких веществ, величины приводятся в справочных таблицах.

Ниже приведены основные формулы термодинамики.

Работа при изобарном изменении объема газа

$$113)\ A = p\Delta V$$

$$114)\ A = p(V_2 - V_1)$$

Здесь A — работа (Дж), p — давление газа (Па), ΔV — изменение объема газа (м^3), V_1 и V_2 — соответственно начальный и конечный объемы газа (м^3).

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа

$$115)\ U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$$

$$116)\ U = \frac{3}{2}\nu RT$$

$$117)\ \Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$$

Здесь U — внутренняя энергия газа (Дж), m — масса газа (кг), M — молярная масса газа (кг/моль), R — молярная газовая постоянная (Дж/(моль · К), T — абсолютная температура (К), ν — количество вещества или число молей (моль), ΔU — изменение внутренней энергии (Дж), ΔT — изменение температуры (К).

Первый закон термодинамики

$$118)\ Q = \Delta U + A$$

Здесь Q — количество теплоты, переданное термодинамической системе (Дж), ΔU — изменение внутренней энергии системы (Дж), A — работа против внешних сил (Дж).

Формулы количества теплоты при нагревании или охлаждении тел

$$119)\ Q = cm\Delta t = cm(t_2 - t_1)$$

$$120)\ Q = cm\Delta T = cm(T_2 - T_1)$$

$$121)\ Q = C\Delta t = C(t_2 - t_1)$$

$$122)\ Q = C\Delta T = C(T_2 - T_1)$$

Здесь Q — количество теплоты, переданное телу при нагревании или отданное им при охлаждении (Дж), c — удельная теплоемкость вещества (Дж/(кг · К), m — масса тела (кг), Δt — изменение температуры тела по шкале Цельсия, t_1 и t_2 _ температуры тела в начале и в конце процесса передачи теплоты по шкале Цельсия, ΔT — изменение абсолютной температуры тела (К), T_1 и T_2 — абсолютные температуры тела в начале и в конце процесса передачи теплоты (К), $C = cm$ — теплоемкость тела (Дж/К).

Формула количества теплоты при плавлении или кристаллизации

$$123)\ Q = m\lambda$$

Здесь Q — количество теплоты (Дж), m — масса тела (кг), λ — удельная теплота плавления вещества (Дж/кг).

Формула количества теплоты при парообразовании или конденсации

$$124)\ Q = mr$$

Здесь Q — количество теплоты (Дж), m — масса тела (кг), r — удельная теплота парообразования (Дж/кг).

Формула количества теплоты при сгорании топлива

$$125)\ Q = mq$$

Здесь Q — количество выделившейся теплоты, m — масса топлива (кг), q — удельная теплота сгорания (Дж/кг).

Коэффициент полезного действия теплового двигателя

$$126)\ \eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\%$$

$$127)\ \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%$$

Здесь η — коэффициент полезного действия (безразмерный или в %), $A = Q_1 - Q_2$ — работа, совершенная двигателем (Дж), Q_1 — количество теплоты, полученное рабочим веществом от нагревателя (Дж), Q_2 — количество теплоты, отданное рабочим веществом холодильнику (Дж).

Коэффициент полезного действия идеального теплового двигателя

$$128)\ \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$$

Здесь η — коэффициент полезного действия идеального теплового двигателя (безразмерный или в %), T_1 — абсолютная температура нагревателя (К), T_2 — абсолютная температура холодильника (К).

Линейное расширение твердых тел при нагревании

$$129)\ l = l_0(1 + \alpha t)$$

Здесь l — длина тела (или иной линейный размер) при температуре t ^{0}С (м), l_0 — длина при 0 ^{0}С (м), α — температурный (термический) коэффициент линейного расширения вещества (К$^{-1}$).

Объемное расширение твердых и жидких тел при нагревании

130) $V = V_0(1 + \beta t)$

Здесь V — объем тела при температуре $t\ ^0$С (м^3), V_0 — его объем при 0 ^{0}С (м^3), β — температурный (термический) коэффициент объемного расширения вещества (К$^{-1}$), для твердых веществ $\beta = 3\alpha$.

При решении задач на составление уравнения теплового баланса, когда горячие тела, соприкасаясь с холодными, отдают им некоторое количество теплоты, а холодные его получают, сложите все количества теплоты, полученные телами в процессах нагревания, плавления или кипения, и приравняйте эту сумму сумме количеств теплоты, отданных другими телами при их охлаждении, кристаллизации, конденсации или сгорании. А затем выразите эти количества теплоты через данные и искомые величины, пользуясь формулами 119) – 125), и подставьте правые части этих формул в предыдущее равенство вместо количеств теплоты. Так вы получите уравнение теплового баланса, из которого можно найти искомую величину. Подобную задачу мы рассмотрим ниже. При этом, чтобы не запутаться в знаках, советуем в формулах 119) – 122) всегда из большей температуры тела вычитать его меньшую температуру независимо от того, нагревается оно или охлаждается. (Хотя в некоторых пособиях советуют вычитать из конечной температуры начальную, а перед количеством выделяемой теплоты ставить минус. Но потом все равно приходится менять знаки).

Следует знать, что вода и лед могут находиться в тепловом равновесии, когда лед не тает, а вода не замерзает, только при 0 ^{0}С.

Пока лед не нагреется до 0 ^{0}С, он таять не начнет. Так и вода, пока не охладится до ^{0}С, не начнет превращаться в лед.

Температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении 100 ^{0}С, и при этих условиях до более высокой температуры воду нагреть нельзя.

Если в задаче на превращение механической энергии в тепловую, или наоборот, что либо сказано о коэффициенте полезного действия (КПД) процесса, решение удобно начинать с формулы КПД, который равен отношению полезно использованной энергии ко всей затраченной. При этом как полезной, так и затраченной энергией, могут быть механическая работа, потенциальная и кинетическая энергии, внутренняя энергия или количество теплоты — все зависит от условия задачи. Например, если летящее тело обладало кинетической энергией, и часть ее превратилась в тепло, т. е. пошла на увеличение внутренней энергии тела, то КПД будет равен:

$$\eta = \frac{Q}{E_к} \cdot 100\%.$$

А если за счет полученного тепла тело пришло в движение, то будет наоборот:

$$\eta = \frac{E_к}{Q} \cdot 100\%.$$

Если за счет совершенной работы тело нагрелось, то

$$\eta = \frac{Q}{A} \cdot 100\%,$$

а если за счет тепловой энергии тело совершило работу, то

$$\eta = \frac{A}{Q} \cdot 100\%.$$

Если за счет падения с высоты, где тело обладало потенциальной энергией, оно нагрелось, т. е. часть его энергии превратилась в теплоту, то

$$\eta = \frac{Q}{E_p} \cdot 100\%,$$

а если за счет полученного тепла тело взлетело на некоторую высоту, т. е. приобрело потенциальную энергию, то

$$\eta = \frac{E_p}{Q} \cdot 100\%.$$

Что ставить в числитель или знаменатель формулы КПД, зависит от того, какая энергия или работа в какую превращается. При этом числитель в этих формулах всегда меньше знаменателя, так как КПД меньше 100%, потому что в полезную энергию превращается только часть затраченной.

Если потерями энергии можно пренебречь и считать КПД равным 100%, то числитель и знаменатель этих формул можно просто приравнять друг другу.

В термодинамике основным законом является первый закон термодинамики.

Первый закон термодинамики: *количество теплоты Q, переданное термодинамической системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии ΔU и на совершение работы A против внешних сил* (формула 118):

$$Q = \Delta U + A.$$

Если система (например, газ) получает извне количество теплоты, в формуле 118) перед Q ставится плюс, а если отдает тепло во внешнюю среду, перед Q следует ставить минус. Если система нагревается, т. е. ее температура повышается и внутренняя энергия увеличивается, перед ΔU ставится плюс, а если охлаждается, т. е. температура понижается и внутренняя энергия системы уменьшается, перед ΔU следует ставить минус. Если система расширяется, т. е. ее объем увеличивается, то перед работой A ставится полюс, а если газ сжимают, объем системы уменьшается, то перед работой A следует ставить минус. Эти знаки можно ставить в самой формуле 118), тогда при подстановке числовых значений следует брать их модули. А можно в формуле 118) оставить все величины положительными, тогда при подстановке в нее числовых значений следует записывать их с плюсами и минусами, главное — не перепутать знаки.

Если в газе происходит изотермический процесс, т. е. температура не меняется, то его внутренняя энергия, согласно формуле 117)

$$\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R\Delta T,$$

тоже остается постоянной, и ее изменение $\Delta U = 0$. При этом все тепло, переданное термодинамической системе, идет на совершение работы против внешних сил. При изотермическом процессе первый закон термодинамики принимает вид:

$$Q = A.$$

Если газ находится в закрытом сосуде и с ним происходит изохорный процесс, то изменение его объема $\Delta V = 0$, поэтому, согласно формуле 113) $A = p\Delta V$ работа $A = 0$, такой газ работы не совершает. При этом формула первого закона термодинамики 118) принимает вид:

$$Q = \Delta U.$$

Таким образом, при *изохорном процессе* все тепло, переданное газу, идет на изменение его внутренней энергии.

При *изобарном процессе* в газе изменяется его внутренняя энергия и совершается работа против внешних сил, поскольку, согласно закону Шарля (формула 106)

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

меняются и объем, и температура газа. Поэтому применительно к изобарному процессу формула 118) записывается полностью:

$$Q = \Delta U + A.$$

Если процесс в газе протекает очень быстро, так быстро, что газ не успевает обменяться теплом с внешней средой, то такой процесс называется адиабатным.

***Адиабатный процесс** — это процесс, протекающий без теплообмена системы с внешней средой.*

При адиабатном процессе газ не получает и не отдает тепло, поэтому в формуле первого закона термодинамики $Q = 0$ и она принимает вид:

$$0 = \Delta U + A \quad \text{или} \quad \Delta U = -A.$$

Если при адиабатном процессе газ совершает работу против внешних сил, расширяясь, то его внутренняя энергия уменьшается и температура понижается. И наоборот, если при адиабатном процессе внешние силы совершают над газом работу, сжимая его, то внутренняя энергия газа увеличивается и температура повышается.

На графике в координатах $p - V$ адиабата выглядит круче изотермы (рис. 88).

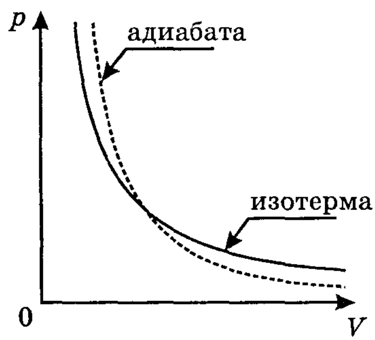


Рис. 88

Процессы, происходящие в реактивном двигателе при истечении газа из сопла ракеты, являются адиабатными.

При изобарном процессе на графике в координатах $p - V$ работа численно равна площади фигуры, ограниченной графиком и прямыми, параллельными оси давлений (на рис. 89, а) эта площадь заштрихована). При круговом процессе, когда система возвращается в исходное состояние, работа равна площади фигуры, ограниченной замкнутым графиком (рис. 89, б).

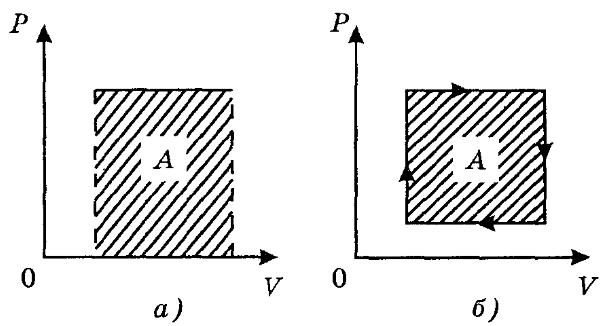


Рис. 89

***Тепловыми двигателями** называют устройства, в которых тепловая энергия превращается в механическую.* При всем многообразии тепловые двигатели имеют общую схему работы: количество теплоты Q_1 от нагревателя передается рабочему телу, которое совершает работу А, и при этом часть переданного тепла Q_2 отдается холодильнику (внешней среде) (рис. 90).

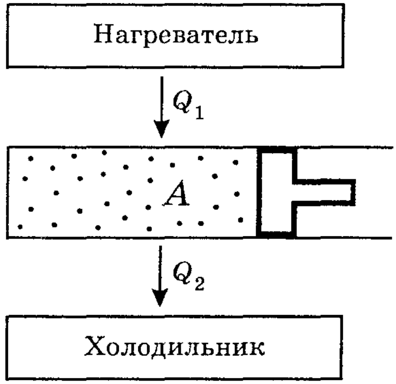


Рис. 90

КПД теплового реального двигателя определяется формулами 126) и 127):

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\%,$$

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%.$$

Французский инженер С. Карно доказал, что КПД любого теплового двигателя определяется температурой нагревателя T_1 и температурой холодильника T_2 (внешней среды). Он вывел формулу КПД идеального теплового двигателя, работающего на идеальном газе по так называемому круговому циклу Карно, состоящему из двух изотерм и двух адиабат. КПД идеального теплового двигателя определяет формула 128):

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%.$$

КПД любого реального теплового двигателя не может превысить КПД идеального, работающего при тех же температурах нагревателя и холодильника. Из формулы 128) следует, что при одинаковой температуре нагревателя T_1 КПД теплового двигателя выше при более низкой температуре холодильника T_2. Поэтому самый высокий КПД у данного теплового двигателя зимой.

Все тела при нагревании расширяются, а при охлаждении сжимаются. Исключение составляет вода в пределах температур от 0 ^{0}С до +4 ^{0}С. При нагревании от 0 ^{0}С вода сжимается, становясь при 4 ^{0}С наиболее плотной. И, наоборот, при охлаждении от +4 ^{0}С до 0 ^{0}С вода расширяется, делаясь при 0 ^{0}С наименее плотной.

Формулы 129) и 130) позволяют определить линейные и объемные размеры тел при их нагревании или охлаждении:

$$l = l_0(1 + \alpha t) \quad \text{и} \quad V = V_0(1 + \beta t).$$

Проверочный экзамен по разделу II. «Гидродинамика. Молекулярная физика. Термодинамика»

Часть А

А1. Действие гидравлического пресса основано на
1) законе Архимеда 2) законе Паскаля
3) законе сохранения импульса 4) законе Кулона

А2. С помощью гидравлического пресса можно получить выигрыш
1) в силе 2) в работе 3) в скорости 4) в давлении

А3. На рис. 91 изображены три сосуда разной формы с одинаковой площадью основания, в которые налита одинаковая жидкость. Верхний уровень жидкости в сосудах тоже одинаков. Сила давления на дно больше веса жидкости в сосуде
1) A 2) B 3) C 4) одинакова во всех сосудах

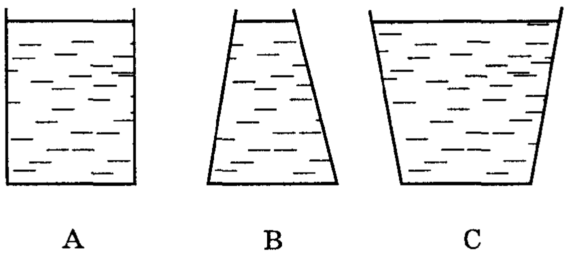


Рис. 91

А4. Единица давления в СИ может быть выражена через основные единицы СИ следующим образом:
1) кг · м · $с^{-2}$
2) кг · $м^{-1}$ · $с^{2}$ 3) кг · $м^{-1}$ · $с^{-2}$ 4) кг · $м^{2}$ · $с^{-2}$

А5. Верным является утверждение, что давление
1) векторная величина и равно произведению силы давления на ее плечо
2) скалярная величина и равно отношению силы давления к массе тела
3) векторная величина и равно произведению массы и скорости тела
4) скалярная величина и равно отношению силы давления к площади опоры тела

А6. В сообщающиеся сосуды налиты две разнородные жидкости (рис. 92). Плотность жидкости в левом колене равна 600 кг/м^3. Плотность жидкости в правом колене равна

1) 400 кг/м^3 2) 700 кг/м^3
3) 900 кг/м^3 4) 1000 кг/м^3

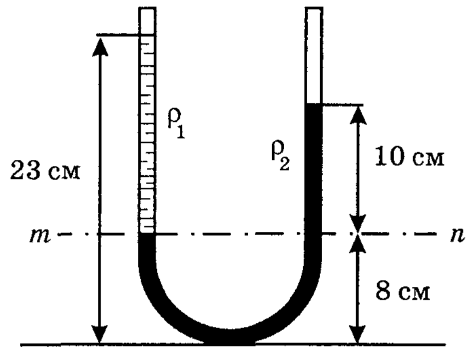


Рис. 92

А7. На рис. 93 изображен график зависимости давления жидкости p от ее глубины h. Плотность этой жидкости равна

1) 600 кг/м^3 2) 800 кг/м^3
3) 1000 кг/м^3 4) 1200 кг/м^3

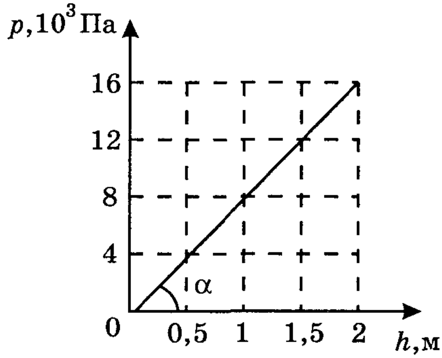


Рис. 93

А8. Куб с длиной ребра 20 см плавает в воде, наполовину погруженным в нее. Плотность воды 1000 кг/м^3. На куб действует выталкивающая сила, равная

1) 40 Н 2) 160 Н
3) 80 Н 4) 100 Н

А9. Труба имеет переменное сечение. Радиус ее широкой части 10 см, скорость воды в ней 4 м/с. Чему равна скорость воды в узкой части трубы радиусом 4 см?

1) 25 м/с 2) 40 м/с 3) 20 м/с 4) 16 м/с

А10. Вес тела в воздухе 400 Н, а в воде 320 Н. Плотность воды 1000 кг/м^3. Объем тела равен

1) 400 см^3 2) 4000 см^3 3) 8000 см^3 4) 7200 см^3

А11. Какой из графиков (рис. 94) правильно показывает зависимость концентрации молекул от объема газа при неизменном общем числе молекул?

1) A 2) B 3) C 4) D

А12. По мере сжатия газа

1) увеличиваются силы отталкивания между молекулами, а силы их взаимного притяжения уменьшаются

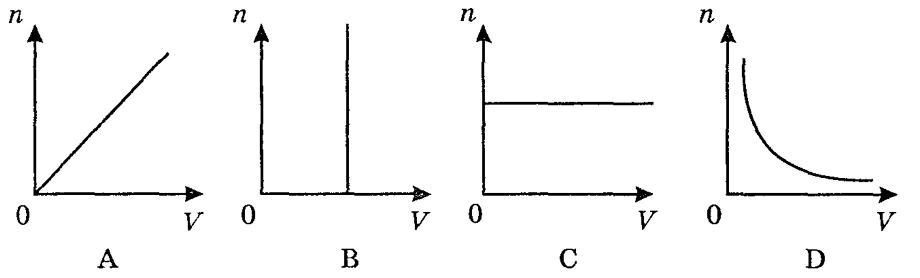


Рис. 94

2) увеличиваются и силы отталкивания, и силы притяжения молекул друг к другу
3) увеличиваются силы притяжения молекул друг к другу, а силы их взаимного отталкивания уменьшаются
4) уменьшаются силы взаимного притяжения молекул, а силы их взаимного отталкивания остаются неизменными

А13. В баллон емкостью 10 л впустили 5 л кислорода, 4 л азота и 8 л водорода. Объем смеси этих газов стал равен

1) 12 л 2) 10 л 3) 17 л 4) 8 л

А14. Близким к идеальному является газ, находящийся

1) под высоким давлением и при низкой температуре
2) под низким давлением и при низкой температуре
3) под низким давлением и при высокой температуре
4) под высоким давлением и при высокой температуре

А15. На рис. 95 изохорному процессу соответствует график

1) A 2) B 3) C 4) D

А16. Под поршнем массой 2 кг с площадью основания 5 см^2 находится газ. Поршень находится в состоянии равновесия. Атмосферное давление нормальное (10^5 Па). Чему равно давление газа под поршнем?

1) $2 \cdot 10^5$ Па
2) $0{,}8 \cdot 10^5$ Па
3) $1 \cdot 10^5$ Па
4) $1{,}4 \cdot 10^5$ Па

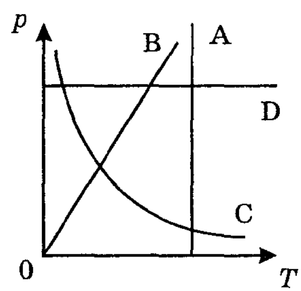


Рис. 95

А17. На рис. 96 показана зависимость давления данной массы идеального газа от его температуры. В этом процессе объем газа

1) увеличивался 2) уменьшался
3) не изменялся 4) нет однозначного ответа

А18. Температура газа 27 ^{0}С. Постоянная Больцмана $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К. Средняя кинетическая энергия молекул газа примерно равна

1) $6,2 \cdot 10^{-21}$ Дж 2) $3,7 \cdot 10^{-22}$ Дж
3) $5,6 \cdot 10^{-22}$ Дж 4) $2,6 \cdot 10^{-23}$ Дж

А19. В закрытом сосуде находится газ под давлением 200 кПа. Каким станет давление газа, если температуру повысить на 30%?

1) 170 кПа 2) 260 кПа 3) 320 кПа 4) 400 кПа

А20. Относительная влажность воздуха 60%, давление насыщенного пара в нем при некоторой температуре равно 2,2 кПа. Чему равно парциальное давление пара при этой же температуре?

1) 0,9 кПа 2) 0,7 кПа 3) 1,8 кПа 4) 1,3 кПа

А21. На рис. 97 показан график зависимости количества теплоты, необходимого для нагревания на 10 ^{0}С некоторого вещества, от его массы. Удельная теплоемкость этого вещества равна

1) 600 Дж/(кг · К) 2) 1200 Дж/(кг · К)
3) 3000 Дж/(кг · К) 4) 4200 Дж/(кг · К)

А22. На рис. 98 изображен график зависимости давления газа от его температуры. Газ получает от нагревателя количество теплоты 300 Дж. При этом

1) изменение его внутренней энергии равно нулю, а совершенная газом работа равна 300 Дж

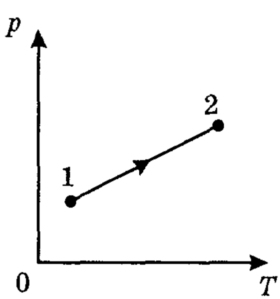


Рис. 96

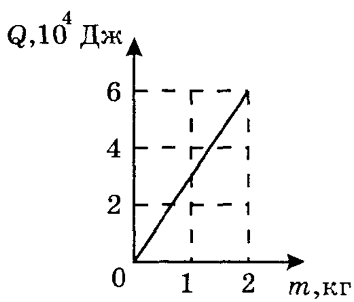


Рис. 97

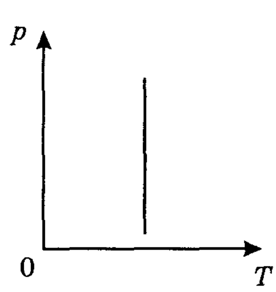


Рис. 98

2) изменение его внутренней энергии равно 300 Дж, а работы газ не совершает
3) внутренняя энергия газа уменьшается на 300 Дж, и газ совершает работу 300 Дж
4) внутренняя энергия газа увеличивается на 150 Дж, и газ совершает работу 150 Дж

А23. На рис. 99 изображен график изменения температуры жидкости массой 1 кг в зависимости от переданного ей количества теплоты. Удельная теплота парообразования этой жидкости равна
1) $5 \cdot 10^6$ Дж/кг
2) $7 \cdot 10^6$ Дж/кг
3) $2 \cdot 10^6$ Дж/кг
4) $3 \cdot 10^6$ Дж/кг

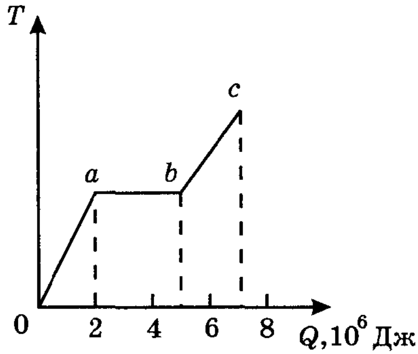


Рис. 99

А24. Газ сжали, совершив 300 Дж работы, и он выделил во внешнюю среду 500 Дж теплоты. При этом его внутренняя энергия
1) увеличилась на 800 Дж
2) уменьшалась на 200 Дж
3) уменьшилась на 100 Дж
4) увеличилась на 400 Дж

А25. Под давлением 100 кПа данная масса газа изобарно расширилась, увеличив объем с 3 л до 9 л. При этом внутренняя энергия газа
1) увеличилась на 1800 Дж
2) увеличилась на 900 Дж
3) уменьшилась на 600 Дж
4) уменьшилась на 300 Дж

А26. Тело массой 5 кг упало с высоты 4 м. При этом 40% его механической энергии пошла на нагревание. Количество теплоты, полученное телом при нагревании равно
1) 200 Дж
2) 100 Дж
3) 60 Дж
4) 80 Дж

А27. На рис. 100 изображен график изобарного расширения газа в координатах $p - V$, вследствие передачи ему извне 900 Дж теплоты. При этом внутренняя энергия газа
1) увеличилась на 300 Дж
2) увеличилась на 500 Дж
3) уменьшилась на 400 Дж
4) уменьшилась на 100 Дж

А28. При изотермическом сжатии идеального газа его внутренняя энергия
1) увеличивается
2) не изменяется
3) уменьшается
4) может увеличиваться или уменьшаться в зависимости от скорости сжатия

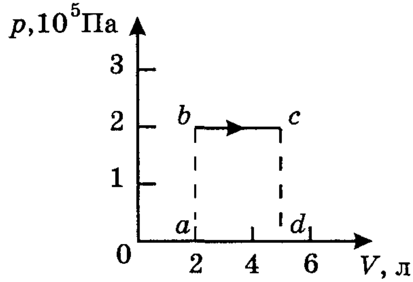


Рис. 100

А29. Двигатель внутреннего сгорания автомобиля имеет наибольший КПД
1) летом 2) осенью
3) зимой 4) весной

А30. КПД идеального теплового двигателя 60 %, температура внешней среды 27 ^{0}С. Температура его нагревателя равна
1) 350 К 2) 750 К 3) 1050 К 4) 3000 К

Часть В

В1. По преданию, царь Гиерон обратился к великому Архимеду с просьбой проверить, сплошная ли золотая корона, отлитая для него мастерами, или внутри имеется полость. Выполнив необходимые измерения и расчеты, ученый обнаружил, что внутри короны имеется пустота объемом 9 см^3. Для этого Архимед взвесил корону в воздухе и в воде. В воде корона весила 9,22 Н (единица силы «ньютон» была введена значительно позже). Выполнив расчеты Архимеда, определите, сколько весила корона в воздухе. Плотность золота $19{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3, плотность воды $1 \cdot 10^3$ кг/м^3.

В2. Три сферы радиусами 4 см, 8 см и 10 см заполнены газом и соединены тонкими трубками, перекрытыми кранами (рис. 101). Давление газа в левой сфере 0,2 МПа, давление газа в средней сфере 0,4 МПа, давление газа в правой сфере 0,8 МПа. Каким станет давление газа, если оба крана открыть?

В3. В 3 л воды при 40 ^{0}С бросили 50 г льда при -4 ^{0}С. Какая установилась температура после того, как весь лед растаял? Удельная теплоемкость воды $4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг $\cdot$ К), удельная теплоемкость льда $2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг $\cdot$ К), удельная теплота плавления льда $3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

В4. В герметически закрытом сосуде находятся 5 моль идеального одноатомного газа при 27 ^{0}С. Какое количество теплоты надо передать этому газу, чтобы его давление увеличилось в 3 раза?

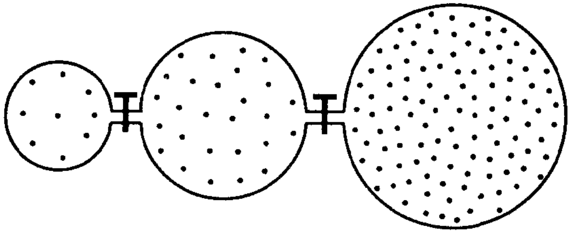


Рис. 101

Часть С

С1. Деревянный кубик с длиной ребра 5 см опускают в воду, а поверх наливают слой керосина вровень с верхней гранью кубика. Найти объем погруженной в воду части кубика. Плотность дерева 960 кг/м^3, плотность керосина 800 кг/м^3, плотность воды 1000 кг/м^3.

С2. В идеальном газе происходит процесс, изображенный на рис. 102. Какое количество теплоты подведено к газу на протяжении всего процесса, начиная от состояния 1 и кончая состоянием 4?

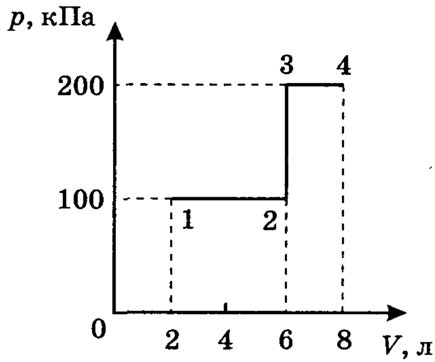


Рис. 102

С3. Идеальный одноатомный газ, находящийся в теплоизолированном сосуде объемом V под давлением p, заперт поршнем массой M (рис. 103). Справа поршень удерживают упоры 1 и 2, не давая газу расширяться. В поршень попадает пуля массой m, летящая горизонтально со скоростью v, и застревает в нем. Считая, что всю механическую энергию поршень передаст газу, определить, во сколько раз повысится температура газа. Процесс в газе изобарный.

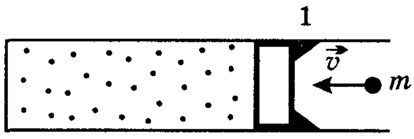


Рис. 103

С4. В цилиндре под двумя одинаковыми тонкими поршнями находится сжатый идеальный газ. Расстояния от дна цилиндра до нижнего поршня и от нижнего поршня до верхнего одинаковы и равны h. Давление воздуха под верхним поршнем вдвое больше атмосферного. Вся система находится в равновесии. На верхний поршень надавливают так, что он опускается на место нижнего, сжимая газ. Каким станет расстояние x от нижнего поршня до дна сосуда? Атмосферное давление постоянно.

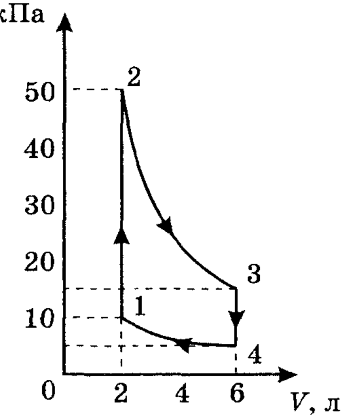


Рис. 104

С5. Агрегат мощностью 50 кВт охлаждается проточной водой, текущей со скоростью 4 м/с по охватывающей агрегат трубке радиусом 5 мм. Начальная температура воды 10 ^{0}С. До какой температуры нагревается вода, если половина тепловой мощности агрегата идет на ее нагревание? Удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг · К).

С6. Тепловой двигатель совершает круговой цикл, соответствующий графику на рис. 104. Цикл состоит из двух изохор 1–2 и 3–4, и двух адиабат 2–3 и 4–1. Найти КПД этого цикла.

Ответы на задания проверочного экзамена по разделу II. «Гидродинамика. Молекулярная физика. Термодинамика»

Часть А

А1. Действие гидравлического пресса основано на законе Паскаля. В гидравлическом прессе давления p_1 и p_2, производимые жидкостью на поршни, согласно закону Паскаля, одинаковы, а поскольку, согласно формуле 75), давления равны отношению сил давления к площадям поршней:

$$p_1 = \frac{F_1}{S_1} \text{ и } p_2 = \frac{F_2}{S_2}, \text{ то } \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2},$$

поэтому, во сколько раз площадь большего поршня больше площади меньшего, во столько раз сила, развиваемая большим поршнем, больше силы, с которой давят на меньший поршень.

Правильный ответ 2).

А2. Гидравлический пресс дает выигрыш в силе.

Правильный ответ 1).

А3. Сила давления на дно будет больше веса в жидкости в сосуде В, т. к. к весу жидкости прибавится еще и сила давления на жидкость наклонных стенок сосуда. А вот давление на дно во всех сосудах, согласно формуле 76) $p = \rho g h$, одинаково, т. к. одинакова высота столба жидкости.

Правильный ответ 2).

А4. Единица давления в СИ — паскаль (Па).

Па = Н · м$^{-2}$ = кг · м · с$^{-2}$ · м$^{-2}$ = кг · м$^{-1}$ · с$^{-2}$.

Правильный ответ 3).

А5. Верным является утверждение о том, что давление — скалярная величина и равно отношению силы давления к площади опоры тела (формула 75)

$$p = \frac{F_{давл}}{S}.$$

Правильный ответ 4) .

А6. Выделим горизонтальный уровень mn, ниже которого жидкость однородна. Согласно закону Паскаля давления жидкостей сверху на этот уровень одинаковы. Воспользовавшись формулой 76), запишем:

$$p_1 = \rho_1 g h_1 \quad \text{и} \quad p_2 = \rho_2 g h_2.$$

Поскольку $p_1 = p_2$, то $\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$, откуда

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{h_1}{h_2}.$$

Из рис. 92 следует, что высоты столбов жидкостей над уровнем mn

$$h_1 = 23 \text{ см} - 8 \text{ см} = 15 \text{ см} \quad \text{и} \quad h_2 = 10 \text{ см}.$$

Подставив числовые значения величин в формулу, получим:

$$\rho_2 = 600\frac{15}{10} \text{ кг/м}^3 = 900 \text{ кг/м}^3.$$

Правильный ответ 3).

А7. Из формулы 76) $p = \rho g h$ следует, что $\rho g = \dfrac{p}{h} = \operatorname{tg}\alpha$, где α — угол наклона графика к оси высот. Из рис. 93 следует, что

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{16 \cdot 10^3}{2} \text{ Па/м} = 8 \cdot 10^3 \text{ Па/м},$$

откуда $\rho = \frac{\text{tg}\,\alpha}{g} = \frac{8\cdot 10^3}{10}$ кг/м^3 = 800 кг/м^3.

Правильный ответ 2).

A8. Согласно формуле 78) $F_{выт} = \rho_ж g V_т$ выталкивающая сила равна произведению плотности воды, ускорения свободного падения и объема погруженной в воду части куба. Объем куба равен кубу его ребра, значит, объем погруженной части, которая, согласно условию, составляет половину всего объема куба, равен:

$$V_{погруж} = \frac{(20)^3}{2}\text{ см}^3 = 4000\text{ см}^3 = 0{,}004\text{ м}^3.$$

Тогда по формуле 76) $F_{выт} = 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}004$ Н = 40 Н.
Правильный ответ 1).

A9. Из формулы 79) $v_1 S_1 = v_2 S_2$ следует:

$$v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2} = v_1 \frac{\pi R_1^2}{\pi R_2^2} = v_1 \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2.$$

Подставим в это выражение числовые значения:

$$v_2 = 4\left(\frac{10}{4}\right)^2\text{ м/с} = 25\text{ м/с}.$$

Правильный ответ 1).

A10. Выталкивающая сила, действующая на тело в воде, равна разности между его весом в воздухе P_1 и в воде P_2:

$$F_{выт} = P_1 - P_2,$$

где согласно формуле

$$78)\ F_{выт} = \rho_{воды} g V_{тела},$$

если тело погружено целиком. Приравняв правые части этих равенств, найдем объем тела:

$$\rho_{воды} g V_{тела} = P_1 - P_2,\text{ откуда } V_{тела} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_{воды} g}.$$

Подставим сюда числа и вычислим:

$$V_{тела} = \frac{400 - 320}{1000\cdot 10}\text{ м}^3 = 0{,}008\text{ м}^3 = 8000\text{ см}^3.$$

Правильный ответ 3).

А11. Согласно формуле концентрации 81) $n = \frac{N}{V}$ при одинаковом числе молекул N их концентрация n обратно пропорциональна объему V. Графиком обратно пропорциональной зависимости между двумя величинами является гипербола.

Правильный ответ 4).

А12. По мере сжатия газа увеличиваются и силы отталкивания молекул друг от друга, и силы притяжения их друг к другу. Это вызвано тем, что в атомах веществ есть положительно и отрицательно заряженные частицы, которые по-разному взаимодействуют друг с другом.

Правильный ответ 2).

А13. Газы не сохраняют ни объема, ни формы. Поэтому, сколько бы газов ни впустили в сосуд, каждый газ займет объем, равный объему сосуда, независимо от наличия в нем других газов.

Правильный ответ 2).

А14. Чем больше расстояние между молекулами и чем больше их скорость, при которой их сближение подобно абсолютно упругому удару, тем ближе реальный газ к идеальному. Поэтому близким к идеальному является разреженный газ с очень быстрыми молекулами, т. е. газ под низким давлением и при высокой температуре.

Правильный ответ 3).

А15. Изохорным называется процесс при постоянном объеме.

Правильный ответ 2).

А16. При равновесии поршня давление газа p равно сумме давления атмосферы $p_{атм}$ и давления поршня. Согласно формуле 75) давление поршня равно отношению веса поршня $P = mg$ к площади основания поршня S. Поэтому

$$p = p_{атм} + \frac{mg}{S}.$$

Подставим числа и вычислим:

$$p = 10^5 + \frac{2 \cdot 10}{5 \cdot 10^{-4}}\ (\text{Па}) = 1{,}4 \cdot 10^5\ \text{Па}.$$

Правильный ответ 4).

А17. Соединим точки 1 и 2 с началом координат O (рис. 105). Эти штриховые линии представляют собой две изохоры Om и On . Теперь опустим перпендикуляр из точки 1 на ось температур OT. При одинаковой температуре точка 3, лежащая на изохоре On, соответствует состоянию газа с меньшим давлением, чем точка 1, лежащая на изохоре Om. А согласно закону Бойля – Мариотта 104) $p_1V_1 = p_2V_2$ при одинаковой температуре меньшему давлению соответствует больший объем (см. рис. 84, средний график). Значит, точка 3, лежащая на изохоре On, соответствует состоянию с большим объемом, чем точка 1, лежащая на изохоре Om. Следовательно, переход от точки 1 к точке 2 соответствует процессу расширения газа, т. е. увеличению его объема.

Правильный ответ 2).

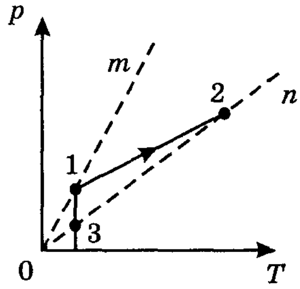


Рис. 105

А18. Среднюю кинетическую энергию молекул можно определить по формуле 99):

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT,$$

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot(27+273)\text{ Дж} = 6{,}2\cdot 10^{-21}\text{ Дж}.$$

Правильный ответ 1).

А19. Поскольку сосуд закрыт, процесс нагревания является изохорным и подчиняется закону Шарля 106):

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

где $T_2 = T_1 + \Delta T = T_1 + 0{,}3T_1 = 1{,}3T_1$.

С учетом этого

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{1{,}3T_1} = \frac{1}{1{,}3},$$

откуда $p_2 = 1{,}3\,p_1 = 1{,}3 \cdot 200$ кПа $= 260$ кПа.

Правильный ответ 2).

А20. Из формулы 109) $\varphi = \frac{p}{p_{нас}}\cdot 100\%$ следует, что парциальное давление равно произведению относительной влажности, выраженной в частях, и давлению насыщенных паров:

$p = 0{,}6\,p_{нас} = 0{,}6 \cdot 2{,}2$ кПа $= 1{,}3$ кПа.

Правильный ответ 4).

А21. Из формулы 119) $Q = cm\Delta t$ следует, что произведение удельной теплоемкости и изменения температуры $c\Delta t$ равно отношению количества теплоты к массе вещества, а это отношение численно равно тангенсу угла наклона графика к оси масс:

$$c\Delta t = \frac{Q}{m} = \operatorname{tg}\alpha.$$

Из графика на рис. 97 следует, что

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{6 \cdot 10^4}{2}$ Дж/кг $= 3 \cdot 10^4$ Дж/кг

Следовательно, $c = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\Delta t} = \frac{3 \cdot 10^4}{10} \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} = 3000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Правильный ответ 3)

А22. Из графика на рис. 98 следует, что в газе происходит изотермический процесс, при котором температура постоянна, и следовательно, изменение температуры $\Delta T = 0$, поэтому и изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$, согласно формуле 117)

$$\Delta U = \frac{3}{2} \frac{m}{M} R\Delta T.$$

Значит, по первому закону термодинамики (формула 118 $Q = \Delta U + A$) $Q = A$, т. е. все тепло, переданное газу, идет на совершение им работы против внешних сил. Поэтому, изменение внутренней энергии равно нулю, а совершенная работа — 300 Дж.

Правильный ответ 1).

А23. Удельная теплота парообразования численно равна количеству теплоты, переданному единице массы жидкости в процессе кипения, когда температура жидкости остается постоянной. Из графика на рис. 99 следует, что температура жидкости не менялась в процессе, соответствующем участку ab графика, поэтому это количество теплоты равно

$5 \cdot 10^6$ Дж $- 2 \cdot 10^6$ Дж $= 3 \cdot 10^6$ Дж.

Поскольку столько тепла получил 1 кг жидкости, значит, удельная теплота парообразования $r = 3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Правильный ответ 4).

А24. Если газ отдает тепло, то в первом законе термодинамики (формула 118) $Q = \Delta U + A$ $Q < 0$, а при сжатии газа работа тоже отрицательна, поэтому первый закон термодинамики применительно к нашему условию будет выглядеть так:

-500 Дж $= \Delta U - 300$ Дж, откуда $\Delta U = -200$ Дж.

Правильный ответ 2).

А25. Изменение внутренней энергии, согласно формуле 117), равно:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T,$$

а из уравнения Менделеева – Клапейрона 101) $pV = \nu RT$ следует, что $R\Delta T = p\Delta V$, поэтому формулу 117) можно записать так:

$$\Delta U = \frac{3}{2}p\Delta V.$$

Согласно условию изменение объема газа

$$\Delta V = 9 \text{ л} - 3 \text{ л} = 6 \text{ л} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3,$$

а давление $p = 100$ кПа $= 10^5$ Па.

С учетом этих данных изменение внутренней энергии равно:

$$\Delta U = \frac{3}{2}10^5 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 900 \text{ Дж}$$

Правильный ответ 2).

А26. На высоте 4 м тело обладало потенциальной энергией $E_p = mgh$. Согласно условию 40% $= 0{,}4$ этой энергии превратилось в теплоту, которая пошла на нагревание тела, поэтому количество полученной им теплоты

$Q = 0{,}4\, mgh = 0{,}4 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 4$ Дж $= 80$ Дж.

Правильный ответ 4).

А27. Из первого закона термодинамики 118) $Q = \Delta U + A$ следует, что изменение внутренней энергии $\Delta U = Q - A$. Работа при изобарном процессе на графике в координатах $p - V$ равна площади прямоугольника $abcd$, а площадь прямоугольника равна произведению его сторон. Следовательно,

$A = 2 \cdot 10^5 \cdot (5 - 2) \cdot 10^{-3}$ Дж $= 600$ Дж.

Напомним, что 1 л $= 10^{-3}$ м^3. Значит, $\Delta U = 900 - 600$ (Дж) $= 300$ Дж, т. е. внутренняя энергия газа увеличилась на 300 Дж.

Правильный ответ 1).

А28. При изотермическом процессе температура газа не меняется, значит, согласно формуле 115

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT,$$

и внутренняя энергия данной массы газа остается постоянной.

Правильный ответ 2).

А29. Согласно формуле КПД 128)

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$$

при одинаковой температуре нагревателя T_1, чем ниже температура холодильника T_2, т. е. температура окружающей среды, тем больше числитель в формуле КПД и тем больше сам КПД двигателя. Наиболее низкая температура среды зимой, значит, и КПД максимален зимой.

Правильный ответ 3).

А30. Найдем температуру нагревателя T_1 из формулы КПД идеального теплового двигателя 128):

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T_1}{T_1} - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Отсюда

$$T_1 = \frac{T_2}{1 - \eta}.$$

Вычислим T_1. При этом учтем, что 60% = 0,6 и
27 °C = (27 + 273) K = 300 K .
Тогда получим:

$$T_1 = \frac{300}{1 - 0{,}6}\ \text{К} = 750\ \text{К}.$$

Правильный ответ 2).

Часть В

Задача В1

Дано:
$P_2 = 9{,}22$ Н
$V_{пол} = 9$ см^3
$\rho_{зол} = 19{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3
$\rho_в = 1 \cdot 10^3$ кг/м^3

P_1 – ?

Решение

На корону в воде действовала выталкивающая сила $F_{выт}$, равная разности между весом короны в воздухе P_1 и в воде P_2:

$$F_{выт} = P_1 - P_2$$

Согласно формуле выталкивающей силы 78)

$$F_{\text{выт}} = \rho_{\text{в}} g V,$$

где V — наружный объем короны, равный сумме объема золота $V_{\text{зол}}$ и объема полости $V_{\text{пол}}$:

$$V = V_{\text{зол}} + V_{\text{пол}}.$$

С учетом этого

$$F_{\text{выт}} = \rho_{\text{в}} g(V_{\text{зол}} + V_{\text{пол}}),$$

и

$$\rho_{\text{в}} g(V_{\text{зол}} + V_{\text{пол}}) = P_1 - P_2. \qquad (1)$$

Теперь выразим объем золота через его вес в воздухе. Согласно формуле плотности 59)

$$\rho_{\text{зол}} = \frac{m_{\text{зол}}}{V_{\text{зол}}},$$

а из формулы 53)

$$m_{\text{зол}} = \frac{P_1}{g},$$

поэтому

$$\rho_{\text{зол}} = \frac{P_1}{V_{\text{зол}} g},$$

откуда

$$V_{\text{зол}} = \frac{P_1}{\rho_{\text{зол}} g}. \qquad (2)$$

Теперь подставим правую часть выражения (2) в равенство (1) вместо объема золота и из полученного уравнения найдем искомый вес P_1:

$$\rho_{\text{в}} g\left(\frac{P_1}{\rho_{\text{зол}} g} + V_{\text{пол}}\right) = P_1 - P_2,\ \ P_1 \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{зол}}} + \rho_{\text{в}} g V_{\text{пол}} = P_1 - P_2,$$

$$P_2 + \rho_{\text{в}} g V_{\text{пол}} = P_1 - P_1 \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{зол}}} = P_1\left(1 - \frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{зол}}}\right),$$

откуда

$$P_1 = \frac{P_2 + \rho_{\text{в}} g V_{\text{пол}}}{1 - \dfrac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{зол}}}} = \frac{\rho_{\text{зол}}\left(P_2 + \rho_{\text{в}} g V_{\text{пол}}\right)}{\rho_{\text{зол}} - \rho_{\text{в}}}.$$

Задача в общем виде решена. Произведем вычисления:

$$P_1 = \frac{19{,}3\cdot 10^3\left(9{,}22 + 1\cdot 10^3\cdot 10\cdot 9\cdot 10^{-6}\right)}{19{,}3\cdot 10^3 - 1\cdot 10^3}\ \text{Н} = 9{,}82\ \text{Н}$$

Ответ: $P_1 = 9{,}82$ Н.

Задача В2

Дано:	*Решение*
$R_1 = 4$ см $R_2 = 8$ см $R_3 = 10$ см $p_{01} = 0{,}2$ МПа $p_{02} = 0{,}4$ МПа $p_{03} = 0{,}8$ МПа	Когда краны откроют, газы перемешаются, и каждый газ займет объем, равный $V_1 + V_2 + V_3$. Согласно закону Дальтона давление смеси газов p равно сумме парциальных давлений p_1, p_2 и p_3 каждого газа в этой смеси:
$p - ?$	$$p = p_1 + p_2 + p_3.$$

Поскольку температура и масса каждого газа не менялись, для нахождения их парциальных давлений применим закон Бойля – Мариотта 104):

$$p_{01}V_1 = p_1(V_1 + V_2 + V_3),$$

откуда

$$p_1 = \frac{p_{01}V_1}{V_1 + V_2 + V_3}. \qquad (1)$$

Объемы шаров выразим через их радиусы, которые нам даны:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3, \quad V_2 = \frac{4}{3}\pi R_2^3 \quad \text{и} \quad V_3 = \frac{4}{3}\pi R_3^3.$$

Подставим правые части этих равенств вместо объемов в формулу (1):

$$p_1 = \frac{4\pi p_{01}R_1^3}{3\left(\frac{4}{3}\pi R_1^3 + \frac{4}{3}\pi R_2^3 + \frac{4}{3}\pi R_3^3\right)} = \frac{p_{01}R_1^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3}. \qquad (2)$$

Аналогичные формулы запишем сразу для давлений p_2 и p_3:

$$p_2 = \frac{p_{02}R_2^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3} \qquad (3)$$

и

$$p_3 = \frac{p_{03}R_3^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3}. \qquad (4)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2), (3) и (4) в формулу (1). Поскольку знаменатели их одинаковы, запишем их под одной чертой:

$$p = \frac{p_{01}R_1^3 + p_{02}R_2^3 + R_3^3}{R_1^3 + R_2^3 + R_3^3}.$$

Задача в общем виде решена. Можно оставить давление в мегапаскалях, ведь все кубические сантиметры сократятся. Подставим числа и вычислим:

$$p = \frac{0,2 \cdot 4^3 + 0,4 \cdot 8^3 + 0,8 \cdot 10^3}{4^3 + 8^3 + 10^3}\ \text{МПа} = 0,65\ \text{МПа}$$

Ответ: $p = 0,65$ МПа.

Задача В3

Дано:
$m_1 = 3$ кг
$t_1 = 40\ ^0$C
$m_2 = 50$ г
$t_2 = -4\ ^0$C
$c_1 = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К)
$c_2 = 2,1 \cdot 10^3$ Дж/(кг · К)
$\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг
$t_0 = 0\ ^0$C

t – ?

Решение

Следует знать, что 1 л воды имеет массу 1 кг, поэтому мы вместо объема 3 л записали массу воды 3 кг, ведь в формулах количеств теплоты везде стоит масса.

Для решения этой задачи воспользуемся законом сохранения тепловой энергии, ведь здесь не идет речь о КПД процесса, и значит, сумма всех отданных количеств теплоты одними телами равна сумме всех количеств теплоты, полученных другими. В нашей задаче отдает количество теплоты Q_1 только горячая вода, остывая от температуры t_1 до t, поэтому, согласно формуле 119),

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_1 - t).$$

Получает эту теплоту лед. Поскольку он был при отрицательной температуре, то сначала он нагревается от $t_2 = -4\ ^0$C до $t_0 = 0\ ^0$C (выше 0 ^{0}C лед нагреть нельзя, он при этой температуре тает). Поэтому количество теплоты Q_2, полученное льдом при нагревании, равно:

$$Q_2 = c_2 m_2 (t_0 - t_2).$$

Поскольку тепло продолжает поступать от остывающей воды, лед тает. При этом он получает количество теплоты Q_3, которое, согласно формуле 123), равно:

$$Q_3 = m_2\lambda.$$

Далее, вода, образовавшаяся из растаявшего льда и потому имеющая такую же массу m_2, начнет нагреваться от $t_0 = 0\ ^0$C до искомой температуры t и при этом получит количество теплоты Q_4, которое, согласно формуле 119), равно:

$$Q = c_1 m_2 (t - t_0).$$

Теперь запишем закон сохранения тепловой энергии:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4\,,$$

в который подставим вместо количеств теплоты правые части предыдущих равенств:

$$c_1 m_1 (t_1 - t) = c_2 m_2 (t_0 - t_2) + m_2\lambda + c_1 m_2 (t - t_0)\,.$$

Полученное уравнение называется уравнением теплового баланса. Из него, раскрыв скобки там, где есть искомая температура t, найдем ее, поскольку остальные величины нам известны:

$$c_1 m_1 t_1 - c_1 m_1 t = c_2 m_2 (t_0 - t_2) + m_2\lambda + c_1 m_2 t - c_1 m_2 t_0\,.$$

Последний член этого уравнения $c_1 m_2 t_0 = 0$, т.к. $t_0 = 0$. Из оставшегося выражения найдем t:

$$t = \frac{c_1 m_1 t_1 - m_2\left(c_2\left(t_0 - t_2\right) + \lambda\right)}{c_1\left(m_1 + m_2\right)}.$$

Мы решили задачу в общем виде. Произведем вычисления:

$$t = \frac{4{,}2\cdot 10^3\cdot 3\cdot 40 - 0{,}05\cdot\left(2{,}1\cdot 10^3\cdot\left(0-(-4)\right) + 3{,}3\cdot 10^5\right)}{4{,}2\cdot 10^3\cdot(3+0{,}05)}\ ^0\text{C} = 38\ ^0\text{C}$$

Ответ: $t = 38\ ^0$C.

Задача В4

Дано:	
$\nu = 3$ моль	
$t_1 = 27\ ^0$C	
$\frac{p_2}{p_1} = 3$	
Q – ?	

Решение

Применим для решения этой задачи первый закон термодинамики 118):

$$Q = \Delta U + A\,.$$

Но, согласно формуле 113), работа расширения газа здесь равна нулю, ведь газ находится в закрытом сосуде, и его объем не меняется. Значит, первый закон термодинамики в нашем случае примет вид:

$$Q = \Delta U,$$

где по формуле 116) изменение внутренней энергии газа

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R \Delta T \qquad (1)$$

Молярная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К) нам известна. Значит, задача сводится к нахождению изменения температуры $\Delta T = T_2 - T_1$. Нам известно, во сколько раз повысилось давление газа в закрытом сосуде вследствие нагревания, поэтому мы воспользуемся законом Шарля 106):

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ или } \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1}.$$

Согласно условию $\frac{p_2}{p_1} = 3$, поэтому $3 = 1 + \frac{\Delta T}{T_1}$, откуда

$$\Delta T = 2T_1. \qquad (2)$$

Подставим равенство (2) в формулу (1):

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}\nu R \cdot 2T_1 = 3\nu R T_1.$$

Задача в общем виде решена. Выразим температуру в единицах СИ: $27\ ^0\mathrm{C} = 300$ К.

Произведем вычисления:

$Q = 3 \cdot 5 \cdot 8{,}31 \cdot 300$ Дж $= 3{,}7 \cdot 10^4$ Дж $= 37$ кДж.

Ответ: $Q = 37$ кДж.

Часть С

Задача С1

Дано:
$l = 5$ см
$\rho_д = 960$ кг/м^3
$\rho_в = 1000$ кг/м^3
$\rho_к = 800$ кг/м^3

$V_{погруж}$ – ?

Решение

Согласно условию плавания тел выталкивающая сила, действующая на кубик, равна произведению его массы и ускорения свободного падения:

$$F_{выт} = mg. \qquad (1)$$

Выталкивающая сила это разность сил давления жидкости на нижнее и верхнее основания погруженного в жидкость тела. Но на верхнее основание кубика у нас давит только воздух, тогда как на нижнее, кроме воздуха, давит еще столб двух жидкостей — воды и керосина — снизу вверх, согласно закону Паскаля. Поэтому

$$F_{выт} = F_{возд} + F_в + F_к - F_{возд} = F_в + F_к. \qquad (2)$$

Из формулы давления 75) следует, что сила давления столба воды $F_в$ равна произведению давления столба воды $p_в$ и площади основания кубика S, которая, в свою очередь, равна квадрату длины его ребра:

$$F_в = p_в S = p_в l^2 .$$

Давление столба воды $p_в$ можно определить по формуле 76):

$$p_в = \rho_в g h_1,$$

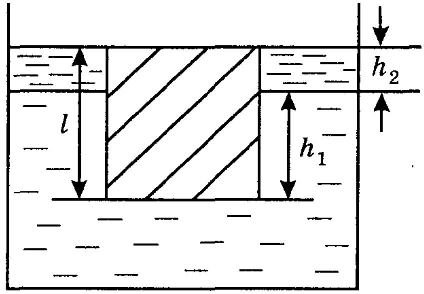


Рис 106

где h_1 — глубина осадки кубика в воде (рис. 106). С учетом этого

$$F_в = \rho_в g h_1 l^2. \tag{3}$$

Аналогично, сила давления столба керосина $h_2 = l - h_1$ равна:

$$F_к = \rho_к g h_2 l^2. \tag{4}$$

Подставим равенства (2) и (3) в формулу (2):

$$F_{выт} = \rho_в g h_1 l^2 + \rho_к g h_2 l^2 = g(\rho_в h_1 l^2 + \rho_к (l - h_1) l^2) = g(\rho_в V_{погруж} + \rho_к l^3 -$$

$$- \rho_к h_1 l^2 = g(\rho_в V_{погруж} + \rho_к l^3 - \rho_к V_{погруж}), \tag{5}$$

ведь $l - h_1 = h_2$ и $h_1 l^2 = V_{погруж}$.

Теперь выразим массу кубика через его плотность и объем:

$$m = \rho_д V = \rho_д l^3 \tag{6}$$

Нам осталось подставить правые части формул (5) и (6) в равенство (1) и найти оттуда искомый объем погруженной в воду части кубика:

$$g(\rho_в V_{погруж} + \rho_к l^3 - \rho_к V_{погруж}) = \rho_д g l^3,$$

$$V_{погруж}(\rho_в - \rho_к) = l^3 (\rho_д - \rho_к) ,$$

откуда

$$V_{погруж} = l^3 \frac{\rho_д - \rho_к}{\rho_в - \rho_к}.$$

Задача в общем виде решена. Произведем вычисления:

$$V_{погруж} = 5^3 \frac{960 - 800}{1000 - 800} \text{ см}^3 = 100 \text{ см}^3$$

Ответ: $V_{погруж} = 100$ см^3.

Задача С2

Дано:	*Решение*
$p_1 = 100$ кПа $p_2 = 200$ кПа $V_1 = 2$ л $V_2 = 6$ л $V_3 = 8$ л	Количество теплоты, полученное газом в этом процессе, равно сумме количеств теплоты, полученных на каждом из трех его участков:
$Q - ?$	

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3. \tag{1}$$

Согласно первому закону термодинамики 118) количество теплоты Q_1, полученное газом при изобарном расширении (участок 1–2), равно сумме изменения внутренней энергии газа ΔU_1 и работе A_1, совершенной газом против внешних сил:

$$Q_1 = \Delta U_1 + A_1,$$

где в соответствии с формулами, 117), 114) и 101),

$$\Delta U_1 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_1, \quad A_1 = p_1(V_2 - V_1) \quad \text{и} \quad p_1(V_2 - V_1) = \nu R\Delta T_1,$$

поэтому мы вправе записать:

$$Q_1 = \frac{3}{2}p_1(V_2 - V_1) + p_1(V_2 - V_1) = 2{,}5p_1(V_2 - V_1). \tag{2}$$

Количество теплоты Q_2, полученное газом при изохорном нагревании (участок 2–3), равно только изменению внутренней энергии газа ΔU_2, ведь при изохорном процессе работа газа $A_2 = 0$.

Поэтому, в соответствии с предыдущими рассуждениями, мы запишем:

$$Q_2 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_2 = 1{,}5(p_2 - p_1)V_2. \tag{3}$$

Процесс, соответствующий участку 3–4, снова является изобарным, поэтому по аналогии с предыдущим изобарным процессом мы запишем:

$$Q_3 = p_2(V_4 - V_3). \tag{4}$$

Подставив правые части выражений (2), (3) и (4) в равенство (1):

$$Q = 2{,}5p_1(V_2 - V_1) + 1{,}5(p_2 - p_1)V_2 + 2{,}5p_2(V_4 - V_2),$$

ведь $V_2 = V_3$.

Задача в общем виде решена — можно подставлять числа. Но если вам попадется такая задача в общем виде, без числовых данных, то следует правую часть этого выражения упростить: раскрыть скобки и сделать приведение подобных членов. Проделаем эти действия и мы:

$$Q = 2{,}5p_1V_2 - 2{,}5p_1V_1 + 1{,}5p_2V_2 - 1{,}5p_1V_2 + 2{,}5p_2V_4 - 2{,}5p_2V_2 =$$
$$= p_1V_2 - 2{,}5p_1V_1 - p_2V_2 + 2{,}5p_2V_4 = p_1\left(V_2 - 2{,}5V_1\right) + p_2\left(2{,}5V_4 - V_2\right).$$

Выразим все величины в единицах СИ:
100 кПа = $1 \cdot 10^5$ Па, 200 кПа = $2 \cdot 10^5$ Па, 2 л = $2 \cdot 10^{-3}$ м^3,
6 л = $6 \cdot 10^{-3}$ м^3, 8 л = $8 \cdot 10^{-3}$ м^3.
Произведем вычисления:
$Q = 1 \cdot 10^5(6 \cdot 10^{-3} - 2{,}5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}) + 2 \cdot 10^5(2{,}5 \cdot 8 \cdot 10^{-3} - 6 \cdot 10^{-3})$ Дж = 2 900 Дж = 2,9 кДж.
Ответ: Q = 2,9 кДж.

Задача С3

Дано:
V
p
M
m
v
$\dfrac{T_2}{T_1}$ – ?

Решение

Согласно условию задачи вся кинетическая энергия поршня с застрявшей в нем пулей E_k пойдет на увеличение внутренней энергии газа ΔU и на совершение отрицательной работы изобарного сжатия газа A:

$$E_k = \Delta U - A.$$

Воспользовавшись формулами 58), 117), 114) и 101), запишем:

$$E_k = \frac{(m+M)v_0^2}{2}, \qquad \Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T, \qquad A = p\Delta V = \nu R\Delta T.$$

Здесь v_0 — скорость поршня с пулей сразу после попадания в него пули. Подставив правые части этих выражений в предыдущую формулу, получим:

$$\frac{(m+M)v_0^2}{2} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T - \nu R\Delta T = \frac{1}{2}\nu R\Delta T,$$

$$(m+M)v_0^2 = \nu R\Delta T,$$

откуда
$$\Delta T = \frac{(m+M)v_0^2}{\nu R}. \qquad (1)$$

Искомое отношение:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = 1 + \frac{\Delta T}{T_1}. \qquad (2)$$

Начальную температуру газа T_1 найдем из уравнения Менделеева – Клапейрона 101), записав его для первого состояния газа:

$$pV = \nu RT_1, \qquad \text{откуда } T_1 = \frac{pV}{\nu R}. \tag{3}$$

Подставим правые части равенств (1) и (3) в формулу (2):

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{(m+M)v_0^2 \cdot \nu R}{\nu R \cdot pV} = 1 + \frac{(m+M)v_0^2}{pV}. \tag{4}$$

Нам осталось найти скорость поршня с пулей сразу после попадания в него пули. Ее мы найдем с помощью закона сохранения импульса, согласно которому импульс летящей пули mv равен импульсу поршня с застрявшей в нем пулей $(m + M)v_0$:

$$mv = (m+M)v_0, \qquad \text{откуда } v_0 = \frac{mv}{m+M}. \tag{5}$$

Подставим правую часть равенства (5) в выражение (4):

$$\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{(m+M)(mv)^2}{pV(m+M)^2} = 1 + \frac{(mv)^2}{pV(m+M)}.$$

Задача решена.

Ответ: $\frac{T_2}{T_1} = 1 + \frac{(mv)^2}{pV(m+M)}$.

Задача С4

Дано:	
h	
$p_1 = 2p_{атм}$	
$x - ?$	

Решение

Поскольку об изменении температуры нам ничего не сказано, мы имеем право считать процесс сжатия газа изотермическим. Значит, здесь можно применить закон Бойля – Мариотта 104), записав его применительно к газу сначала под верхним поршнем, потом под нижним (рис. 107, а и б).

Закон Бойля – Мариотта применительно к газу под верхним поршнем будет выглядеть так:

$$p_1V_1 = p_2V_2 \tag{1}$$

Давление газа под верхним поршнем p_1 при равновесии равно сумме атмосферного давления $p_{атм}$ и давления поршня $p_п$:

$$p_1 = p_{атм} + p_п.$$

Но по условию задачи $p_1 = 2p_{атм}$, поэтому

$$2p_{атм} = p_{атм} + p_п,$$

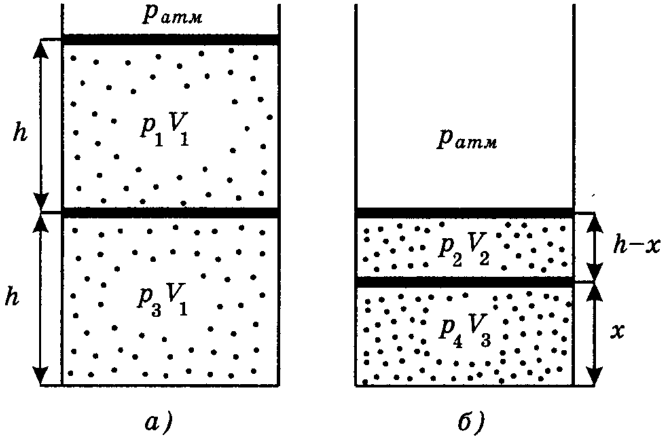


Рис. 107

откуда

$$p_п = p_{атм}. \tag{2}$$

Объем воздуха под верхним поршнем вначале был равен:

$$V_1 = hS, \tag{3}$$

где S — площадь основания поршней и дна цилиндра.

После опускания верхнего поршня на место нижнего газ под ними сжался и давление под верхним поршнем стало p_2. Теперь оно равно сумме давлений атмосферы $p_{атм}$, поршня $p_п$ и некоторой силы, придавившей поршень, $p_с$:

$$p_2 = p_{атм} + p_п + p_с$$

или с учетом (2)

$$p_2 = 2p_{атм} + p_с. \tag{4}$$

Новый объем воздуха под верхним поршнем станет равен:

$$V_2 = (h - x)S\ . \tag{5}$$

Подставим равенства $p_1 = 2\ p_{атм}$, (3), (4) и (5) в формулу (1):

$$2p_{атм}hS = (2p_{атм} + p_с)(h - x)S$$

или после сокращения S

$$2p_{атм}h = (2p_{атм} + p_с)(h - x). \tag{6}$$

Теперь перейдем к газу под нижним поршнем. Запишем применительно к нему закон Бойля – Мариотта:

$$p_3V_1 = p_4V_3\ . \tag{7}$$

Давление газа под нижним поршнем p_3 до опускания верхнего было равно сумме давления газа под верхним поршнем p_1 и давления самого нижнего поршня $p_п$:

$$p_3 = p_1 + p_п = 2p_{атм} + p_{атм},$$

согласно условию задачи и равенству (2).

Поэтому

$$p_3 = 3p_{атм}. \qquad (8)$$

Давление газа p_4 под нижним поршнем после его сжатия стало равно сумме давления газа под верхним поршнем p_2 и давления самого нижнего поршня $p_п$:

$$p_4 = p_2 + p_п = 2p_{атм} + p_с + p_{атм} = 3p_{атм} + p_с, \qquad (9)$$

согласно (2) и (4).

Новый объем воздуха под нижним поршнем станет равен:

$$V_3 = xS. \qquad (10)$$

Подставим правые части равенств (8), (3), (9) и (10) в формулу (7):

$$3p_{атм}hS = (3p_{атм} + p_с)xS,\ 3p_{атм}h = (3p_{атм} + p_с)x. \qquad (11)$$

Теперь нам предстоит решить систему уравнений (6) и (11) относительно искомого расстояния x, исключив из них неизвестные давления. Давайте в этих уравнениях сначала раскроем скобки и сделаем приведение подобных членов — может, мы их при этом немного упростим. Начнем с уравнения (6)

$$2p_{атм}h = 2p_{атм}h + p_сh - 2p_{атм}x - p_сx,\ 2p_{атм}x = p_с(h - x). \qquad (12)$$

Теперь проделаем то же самое с уравнением (11):

$$3p_{атм}h = 3p_{атм}x + p_сx,\ 3p_{атм}(h - x) = p_сx. \qquad (13)$$

Если теперь разделить левые и правые части уравнений (12) и (13) друг на друга, то все неизвестные давления сократятся, и мы сумеем найти расстояние x:

$$\frac{2p_{атм}x}{3p_{атм}(h-x)} = \frac{p_с(h-x)}{p_сx},\ \frac{2x}{3(h-x)} = \frac{h-x}{x},$$

$$2x^2 = 3(h-x)^2, \text{ откуда } \quad x\sqrt{2} = (h-x)\sqrt{3}.$$

Отсюда $\quad x = \dfrac{h\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \approx 0,55h.$

Задача решена.

Ответ: $x = 0,55h$.

Задача С5

Дано:
$N = 50$ кВт
$v = 4$ м/с
$R = 5$ мм
$t_1 = 10\,^0$С
$\eta = 50\%$
$c = 4200$ Дж/(кг · К)
$\rho = 1000$ кг/м^3

t_2 – ?

Решение

Мы записали КПД равным 50% , потому что только половина, т. е. 50% выделяемого агрегатом тепла, идет на нагревание воды. Запишем формулу КПД этого агрегата следующим образом:

$$\eta = \frac{Q_{пол}}{Q_{затр}} \cdot 100\%. \qquad (1)$$

Здесь $Q_{пол}$ — количество теплоты, пошедшее на нагревание воды. Согласно формуле 119)

$$Q_{пол} = cm(t_2 - t_1). \qquad (2)$$

Чтобы ввести в эту формулу известную нам скорость воды, выразим массу протекающей по трубке воды через ее плотность ρ и объем V, а объем, в свою очередь, — через некоторую длину столбика воды $l = vt$, где t — время, за которое некоторое сечение этого столбика воды пробегает длину l:

$$m = \rho V, \quad \text{где } V = lS = vtS.$$

Здесь $S = \pi R^2$ — площадь поперечного сечения трубки с водой. Собрав все эти равенства в формулу массы воды, получим:

$$m = \rho v t \pi R^2. \qquad (3)$$

Подставим правую часть равенства (3) вместо массы в формулу (2):

$$Q_{пол} = c\rho v t \pi R^2 (t_2 - t_1). \qquad (4)$$

Теперь выразим затраченное агрегатом количество теплоты через его тепловую мощность:

$$Q_{затр} = Nt. \qquad (5)$$

Нам осталось подставить правые части выражений (4) и (5) в формулу (1) и, сократив неизвестное время t, найти искомую температуру t_1. Проделаем эти действия:

$$\eta = \frac{\rho v t \pi R^2 (t_2 - t_1)}{Nt} 100\% = \frac{\rho v \pi R^2 (t_2 - t_1)}{N} 100\%.$$

Отсюда найдем t_2:

$$t_2 = t_1 + \frac{\eta N}{\pi \rho v R^2 \cdot 100\%}.$$

Задача в общем виде решена. Выразим величины мощности и радиуса в единицах СИ:

50 кВт $= 5 \cdot 10^4$ Вт, 5 мм $= 5 \cdot 10^{-3}$ м.

Произведем вычисления:

$$t_2 = 10\,^0C + \frac{50 \cdot 5 \cdot 10^4}{4200 \cdot 3{,}14 \cdot 1000 \cdot 4 \cdot \left(5 \cdot 10^{-3}\right)^2 \cdot 100}\ ^0\mathrm{C} = 29\ ^0\mathrm{C}$$

Ответ: $t_2 = 29\ ^0$C.

Задача С6

Дано:
$p_1 = 10$ кПа
$p_2 = 50$ кПа
$p_3 = 15$ кПа
$p_4 = 5$ кПа
$V_1 = 2$ л
$V_2 = 6$ л

η – ?

Решение

В изохорном процессе 1–2 газ получает извне количество теплоты Q_1. Больше ни в одном процессе этого графика он теплоты не получает. Ведь в адиабатных процессах 2–3 и 4–1 передачи тепла не происходит, а при изохорном уменьшении давления в процессе 3–4 газ охлаждается, т. е. он отдает тепло внешней среде в количестве Q_2. Поэтому КПД этого кругового процесса в соответствии с формулой 127) равен:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%. \qquad (1)$$

Количество теплоты, полученное газом при изохорном увеличении давления, соответствующем участку 1–2 графика, согласно первому закону термодинамики 118), когда работа расширения $A = 0$, равно изменению внутренней энергии газа (формула 117) :

$$Q_1 = \Delta U_1 = \frac{3}{2}\nu R \Delta T_1,$$

где в соответствии с уравнением Менделеева – Клапейрона (формула 101)

$$\left(p_2 - p_1\right)V_1 = \nu R \Delta T_1.$$

С учетом этого

$$Q_1 = \frac{3}{2}\left(p_2 - p_1\right)V_1. \qquad (2)$$

При изохорном уменьшении давления, соответствующем участку 3–4 графика, количество теплоты Q_2, выделенное в процессе охлаждения газа, найдем по аналогичной формуле:

$$Q_2 = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_2 = \frac{3}{2}(p_3 - p_4)V_2\,. \tag{3}$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2) и (3) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена. Проделаем эти действия:

$$\eta = \frac{\frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1 - \frac{3}{2}(p_3 - p_4)V_2}{\frac{3}{2}(p_2 - p_1)V_1}100\% = \left(1 - \frac{(p_3 - p_4)V_2}{(p_2 - p_1)V_1}\right)100\%.$$

Здесь можно не переводить единицы величин в СИ, ведь все они сокращаются. Произведем вычисления:

$$\eta = \left(1 - \frac{(15-5)6}{(50-10)2}\right)100\% = 25\%\,.$$

Ответ: $\eta = 25\%$.

Раздел III. Электромагнетизм

В этом разделе мы рассмотрим взаимодействие покоящихся и движущихся заряженных частиц, из которых состоят все тела природы, а также явления и процессы, вызванные этим взаимодействием. Раздел включает три темы: электростатику, законы постоянного тока и магнетизм.

Тема 6. Электростатика

В электростатике рассматривается взаимодействие неподвижных электрически заряженных частиц и действие электрических полей на внесенные в них заряженные тела.

Количественной мерой взаимодействия заряженных тел является *электрический заряд* q. Заряд — скалярная алгебраическая величина, т. е. он может быть положительным и отрицательным.

Основные свойства электрических зарядов: *двойственность, сохранение, квантование, аддитивность, инвариантность* к разным инерциальным системам отсчета.

Двойственность электрических зарядов состоит в том, что в природе существуют заряды двух знаков: положительные и отрицательные. Наименьшим (элементарным) положительным зарядом обладает протон, наименьшим (элементарным) отрицательным зарядом обладает электрон.

Наименьшая частица вещества — атом состоит из отрицательно заряженной электронной оболочки и положительно заряженного ядра. Число отрицательно заряженных электронов в электронной оболочке равно числу положительно заряженных протонов в ядре атома, поэтому атом электрически нейтрален. Если атом лишится части электронов, то превратится в положительный ион, а если к нему добавятся лишние электроны, — то в отрицательный ион.

Единица заряда в СИ — *кулон* (Кл). Выразим кулон через основные единицы СИ:

Кл = А · с.

Заряд электрона e равен по модулю заряду протона и называется *элементарным зарядом*:

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Заряды одного знака — одноименные заряды — отталкиваются друг от друга, а заряды противоположных знаков — разноименные заряды — притягиваются друг к другу.

Закон сохранения зарядов: *общий заряд замкнутой системы сохраняется при всех изменениях внутри системы.* Замкнутой здесь называют систему, которая не обменивается зарядами с внешними телами. Янтарь или эбонит, потертые о мех или шерсть, приобретают отрицательный заряд, при этом мех или шерсть — такой же по модулю положительный заряд. Стекло, потертое о шелк, приобретает положительный заряд, шелк — такой же по модулю отрицательный заряд.

Квантование зарядов состоит в том, что любой заряд q содержит в себе целое число N элементарных зарядов e (формула 131):

$$q = Ne.$$

Аддитивность зарядов состоит в том, что заряд системы тел равен алгебраической сумме зарядов, составляющих эту систему.

Инвариантность зарядов к разным инерциальным системам состоит в том, что заряд тела не зависит от скорости его движения.

Заряды делят на свободные и связанные.

Свободными называют заряды, способные перемещаться по всему заряженному телу под действием электрического поля. *Связанными* называют заряды, которые могут лишь смещаться внутри молекулы или атома, но не способны перемещаться по всему заряженному телу под действием электрического поля.

Ниже приведены основные формулы электростатики.

Кратность электрического заряда

$$131)\ q = Ne$$

Здесь q — заряд (Кл), N — число нескомпенсированных элементарных зарядов в заряде q (безразмерное), $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл — элементарный заряд (Кл).

Поверхностная плотность заряда

$$132)\ \sigma = \frac{q}{S}$$

Здесь σ — поверхностная плотность заряда (Кл/м^2), q — заряд на поверхности (Кл), S — площадь этой поверхности (м^2).

Закон Кулона

$$133)\ F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$$

Здесь F — сила взаимодействия точечных зарядов (Н),

$k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м^2/Кл^2 — коэффициент пропорциональности, q_1 и q_2 — модули взаимодействующих зарядов (Кл), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная, r — расстояние между зарядами (м).

Формула напряженности

$$134)\ E = \frac{F}{q}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (Н/Кл или В/м), F — сила, действующая на заряд (Н), q — заряд (Кл).

Напряженность поля точечного заряда

$$135)\ E = k\frac{q}{\varepsilon r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}$$

Здесь E — напряженность поля (Н/Кл или В/м), k — коэффициент пропорциональности (Н $\cdot$ м^2/Кл^2), q — модуль заряда (Кл), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), r — расстояние от точки с напряженностью E до заряда q (м).

Напряженность поля бесконечной равномерно заряженной плоскости

$$136)\ E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (В/м), σ — поверхностная плотность зарядов на плоскости (Кл/м^2), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная).

Напряженность поля двух разноименно и равномерно заряженных плоскостей с одинаковой поверхностной плотностью зарядов (напряженность поля плоского конденсатора)

$$138)\ E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

Все величины те же, что и в предыдущей формуле.

Работа перемещения заряда в однородном электрическом поле

$$139)\ A = Eqd$$

Здесь A — работа перемещения заряда (Дж), E — напряженность однородного поля (Н/Кл или В/м), q — перемещаемый заряд (Кл), d — проекция перемещения на силовую линию однородного поля (м).

Потенциал электрического поля

$$140)\ \varphi = \frac{W_p}{q}$$

Здесь φ — потенциал электрического поля (В), W_p — потенциальная энергия заряда (Дж), q — заряд, обладающий этой энергией в электрическом поле (Кл).

Потенциал поля точечного заряда

$$141)\ \varphi = k\frac{q}{\varepsilon r} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$$

Все величины те же, что и в формуле 135).

Разность потенциалов

$$142)\ \varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = U = \frac{A}{q}$$

Здесь $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ — разность потенциалов между двумя точками поля (В), U — напряжение (В), A — работа перемещения заряда между этими точками (Дж), q — перемещаемый заряд (Кл).

Связь напряженности с разностью потенциалов в однородном электрическом поле

$$143)\ E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$$

$$144)\ E = \frac{U}{d}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (Н/Кл или В/м), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между двумя точками поля (В), U — напряжение между этими точками (В), d — проекция расстояния между этими точками на силовую линию поля (м).

Электроемкость проводника

$$145)\ C=\frac{q}{\varphi}$$

Здесь C — емкость проводника (Ф), q — заряд проводника (Кл), φ — его потенциал (В).

Емкость сферического проводника

$$146)\ C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$$

Здесь C — емкость сферического проводника (Ф), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), R — радиус сферы (м).

Емкость конденсатора

$$147)\ C=\frac{q}{\varphi_1-\varphi_2}$$

$$148)\ C=\frac{q}{U}$$

Здесь C — емкость конденсатора (Ф), q — его заряд (Кл), $\varphi_1-\varphi_2$ — разность потенциалов между его обкладками (В), U — напряжение между обкладками (В).

Емкость плоского конденсатора

$$149)\ C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$$

Здесь C — емкость плоского конденсатора (Ф), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), S — площадь обкладок конденсатора (м^2), d — расстояние между обкладками (м).

Последовательное соединение конденсаторов

Заряд q — одинаков на всех конденсаторах

$$150)\ U_{общ}=U_1+U_2+U_3+...+U_N$$

$$151)\ \frac{1}{C_{общ}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\ldots+\frac{1}{C_N}$$

Если все конденсаторы имеют одинаковую емкость C, то

$$152)\ C_{общ}=\frac{C}{N}$$

$$153)\ U_{общ} = NU$$

Здесь q — заряд конденсаторов (Кл), $U_{общ}$ — общее напряжение на батарее конденсаторов (В), U_1, U_2, U_3, ... U_N — напряжения на отдельных конденсаторах (В), N — число конденсаторов (безразмерное), $C_{общ}$ — общая емкость батареи конденсаторов (Ф), C_1, C_2, C_3, ... , C_N — емкости отдельных конденсаторов (Ф).

Параллельное соединение конденсаторов

Напряжение U — одинаково на всех конденсаторах

$$154)\ q_{общ} = q_1 + q_2 + q_3 + ... + q_N$$

$$155)\ C_{общ} = C_1 + C_2 + C_3 + ... + C_N$$

Если все конденсаторы имеют одинаковую емкость C, то

$$156)\ C_{общ} = NC$$

$$157)\ q_{общ} = qN$$

Здесь U — напряжение на конденсаторах (В), $q_{общ}$ — общий заряд батареи конденсаторов (Кл), q_1, q_2, q_3, ... , q_N — заряды отдельных конденсаторов (Кл), N — число конденсаторов (безразмерное), $C_{общ}$ — емкость батареи конденсаторов (Ф), C_1, C_2, C_3, ... , C_N — емкости отдельных конденсаторов (Ф).

Формулы энергии электрического поля проводника

$$158)\ W_{эл} = \frac{C\varphi^2}{2}$$

$$159)\ W_{эл} = \frac{q^2}{2C}$$

$$160)\ W_{эл} = \frac{q\varphi}{2}$$

Здесь $W_{эл}$ — энергия электрического поля (Дж), C — емкость проводника (Ф), φ — потенциал проводника (В), q — заряд проводника (Кл).

Формулы энергии электрического поля конденсатора

$$161)\ W_{эл} = \frac{CU^2}{2}$$

$$162)\ W_{эл} = \frac{q^2}{2C}$$

$$163)\ W_{эл} = \frac{qU}{2}$$

Здесь $W_{эл}$ — энергия электрического поля конденсатора (Дж), C — емкость конденсатора (Ф), q — заряд на его обкладках (Кл), U — напряжение на обкладках конденсатора (В).

Формула энергии системы точечных зарядов

$$164)\ W_{эл} = \frac{1}{2}\left(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + \ldots + q_N\varphi_N\right)$$

Здесь $W_{эл}$ — энергия системы N точечных зарядов, q_1, q_2, q_3, ... , q_N — заряды, входящие в систему, φ_1, φ_2, φ_3, ... , φ_N — потенциалы полей, созданных в точке, где находится один из зарядов, остальными зарядами системы.

Основным законом электростатики является закон Кулона (формула 133).

Закон Кулона: *сила, с которой взаимодействуют два точечных покоящихся электрических заряда, прямо пропорциональна произведению модулей этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними*:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}.$$

Сила Кулона направлена вдоль прямой, соединяющей взаимодействующие заряды. Если взаимодействуют два равномерно заряженных шара, то в формуле закона Кулона 133) r — это расстояние между их центрами. Если взаимодействуют точечный заряд и равномерно заряженный шар, то в этой формуле r — это расстояние от точечного заряда до центра шара.

Если на данный заряд действуют несколько других зарядов, то равнодействующая $\vec{F}_р$, действующая на данный заряд, равна векторной сумме сил, действующих на него со стороны каждого из других зарядов в отдельности. На рис. 108 на положительный заряд q действуют положительный заряд q_1 с силой $\vec{F}_1$ и отрицательный заряд q_2 с силой $\vec{F}_2$. Их равнодействующая $\vec{F}_р$ изображается диагональю параллелограмма, построенного на силах $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, как на сторонах.

Модуль этой равнодействующей можно найти по теореме косинусов или Пифагора. Помните, если расстояния между зарядами r, r_1 и r_2 равны соответственно 5 см, 3 см и 4 см или 10 см, 6 см и 8 см, или этим же числам с одинаковым количеством нулей (например, 50 см, 30 см и 40 см или 0, 10 см, 0,6 см и 0,8 см и т.п.), то на рис. 108 треугольники *abc* и *cde* прямоугольные, и при решении задачи можно применить теорему Пифагора.

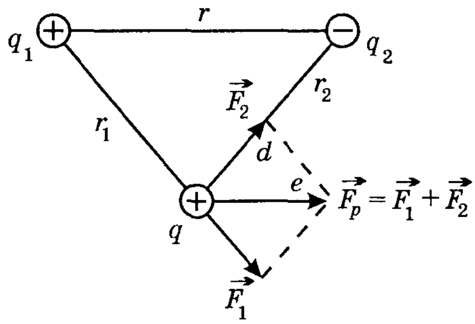


Рис. 108

Если на некоторый заряд (мы говорим «заряд», подразумевая заряженное тело), кроме силы Кулона, действуют и другие силы, например, сила тяжести, сила натяжения, сила трения и т. п., то при решении таких задач часто применяют законы Ньютона. Если заряд под действием приложенных к нему сил покоится или движется равномерно и прямолинейно, то применяют первый закон Ньютона. При этом модули всех противоположно направленных сил приравнивают друг другу. Например, на положительно заряженный шарик q_1 на нити действуют сила Кулона $\vec{F}_к$ со стороны другого положительно заряженного шарика q_2, сила тяжести $m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{F}_н$ (рис. 109). Положительно заряженный шарик q_1 будет оставаться в покое при выполнении условия:

$$F_н = F_к + mg.$$

На рис. 110 одноименно заряженные шарики на нитях, оттолкнувшись, разошлись друг от друга на некоторое расстояние *r*. В такой задаче надо, выполнив рисунок, приложить к шарикам силы Кулона, тяжести и натяжения так, чтобы равнодействующая сил Кулона и тяжести $F_{р1}$ была направлена вдоль нити от точки подвеса и по модулю равнялась силе натяжения нити, направленной к точке подвеса. При решении подобной задачи могут пригодиться приведенные ниже формулы:

$$F_{р1} = F_н, \quad F_{р1} = \sqrt{(mg)^2 + F_к^2}, \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{F_к}{mg} \quad \text{и т. п.}$$

Ну и конечно, сам закон Кулона 133).

Если заряженное тело под действием приложенных к нему сил движется по окружности, то их равнодействующую $F_р$ приравняйте, согласно

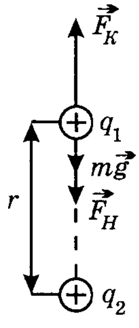


Рис. 109

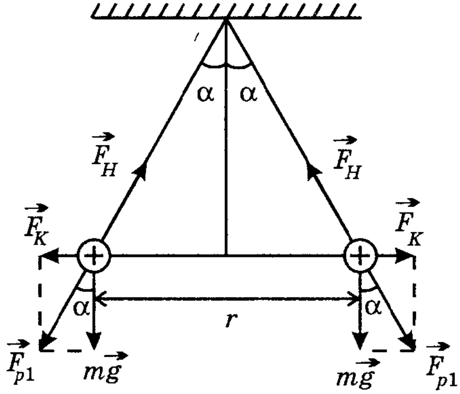


Рис. 110

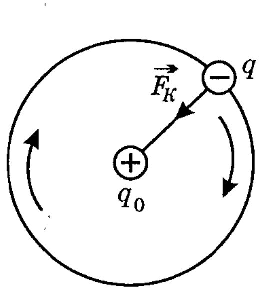


Рис. 111

второму закону Ньютона, произведению массы тела и его центростремительного ускорения. Если этой равнодействующей является сама сила Кулона, как на рис. 111, то она и равна этому произведению:

$$F_к = ma.$$

Помните: закон Кулона можно применять только к точечным зарядам или равномерно заряженным шарам. Если же один из зарядов протяженный, например, это заряженная нить или плоскость, то находить силу взаимодействия точечного заряда с протяженным или силу взаимодействия двух протяженных заряженных тел можно, выразив ее через *напряженность электрического поля* протяженного заряда. Для этого можно воспользоваться формулой 134).

***Электрическое поле** — это форма материи, окружающая электрические заряды.* Силовой характеристикой электрического поля является его напряженность $\vec{E}$.

***Напряженность электрического поля** E — это величина, равная отношению модуля силы, действующей на заряд, внесенный в это поле, к модулю этого заряда* (формула 134):

$$E = \frac{F}{q}.$$

Заряд, внесенный в электрическое поле, называют *пробным*. Напряженность электрического поля не зависит от величины пробного заряда, как не зависит температура воды в ванне от размеров термометра, которым ее измеряют (если, конечно, термометр не очень большой). Заряд, с которым связано электрическое поле, окружающее его, называют *источником поля*.

В формуле

$$E = \frac{F}{q}$$

заряд q — это пробный заряд, а в формуле

$$E = k\frac{q}{\varepsilon r^2}$$

q — это заряд-источник.

Величина ε в знаменателе предыдущей формулы называется *относительной диэлектрической проницаемостью среды (диэлектрика)*. Она показывает, во сколько раз напряженность E_0 электрического поля в вакууме больше напряженности E в диэлектрике:

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

Диэлектрики (*изоляторы*) — это вещества, не проводящие электрический ток, поскольку у них нет свободных зарядов. Разноименные заряды в молекулах диэлектрика связаны силами, намного превосходящими силы, действующие на них со стороны внешнего электрического поля. Поэтому при помещении диэлектрика во внешнее электрическое поле на его противоположных поверхностях появляются связанные заряды противоположного знака, а в диэлектрике возникает электрическое поле напряженностью E, которая, в отличие от напряженности поля внутри проводника, не равна нулю, но в ε раз меньше напряженности поля тех же зарядов в отсутствие диэлектрика.

Единица заряда в СИ — *кулон* (Кл).

Кл = А · с.

1 Кл — это очень большой заряд, поэтому его чаще измеряют во внесистемных единицах — микрокулонах (мкКл), нанокулонах (нКл) и пикокулонах (пКл).

1 мкКл = 10^{-6} Кл, 1 нКл = 10^{-9} Кл, 1 пКл = 10^{-12} Кл

Напряженность — векторная величина. Вектор напряженности электрического поля в данной точке направлен в ту же сторону, в какую направлена сила, действующая на *положительный* пробный заряд, внесенный в данную точку поля. На рис. 112, а) на положительный пробный заряд $q_{пр}$ в некоторой точке M поля заряда-источника $q_{ист}$ действует сила $\vec{F}$,

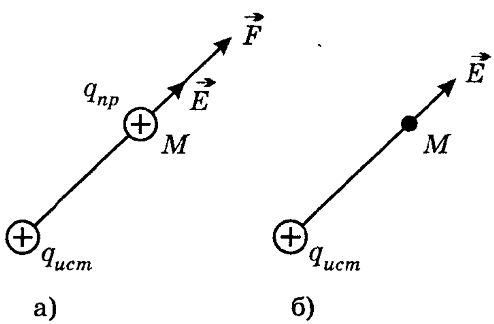


Рис. 112

направленная от заряда источника по прямой, соединяющей эти заряды. И даже если в точке M никакого пробного заряда нет (рис. 112, б), поле в ней присутствует, поэтому и напряженность у него тоже есть, и направлена она так же, как и на рис 112, а).

Если электрическое поле в данной точке M создано несколькими зарядами-источниками, то по *принципу суперпозиции* напряженность поля в этой точке равна векторной сумме напряженностей полей, созданных в ней каждым зарядом в отдельности. На рис. 113, а) напряженность поля $\vec{E}$ равна векторной сумме напряженностей полей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$, созданным в точке M двумя положительными зарядами, на рис. 113, б) — положительным и отрицательным зарядами (диполем), на рис 113, в) — двумя отрицательными зарядами.

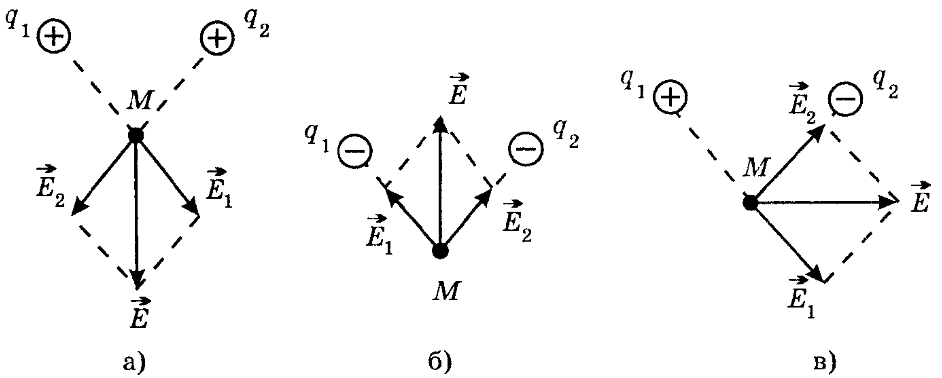


Рис. 113

Электрические поля изображают с помощью силовых линий или линий вектора напряженности. ***Силовой линией*** (*линией вектора напряженности*) ***называют линию, в каждой точке которой вектор напряженности направлен по касательной к этой линии*** (рис. 114).

Силовые линии выходит из положительных зарядов и входят в отрицательные или уходят в бесконечность, т. е. туда, где напряженность электрического поля данного заряда-источника равна нулю. Они никогда не пересекаются и всегда разомкнуты, так как начинаются на поверхности положительно заряженного проводника и оканчиваются на

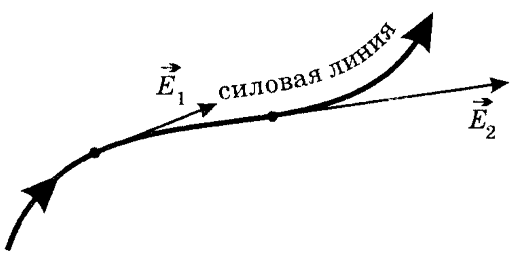


Рис. 114

поверхности отрицательного. Внутрь проводника с неподвижными зарядами на его поверхности силовые линии не проникают, поэтому внутри такого проводника (полого или сплошного, все равно) напряженность электрического поля в любой точке равна нулю.

Электрическое поле, в каждой точке которого вектор напряженности одинаков, называется однородным. Силовые линии однородного поля — это параллельные прямые, расположенные на одинаковом расстоянии друг от друга.

Примерами *однородного поля* являются поле бесконечной, равномерно заряженной плоскости (рис. 115, а) и поле между двумя бесконечными, равномерно и разноименно заряженными плоскостями (рис. 115, б).

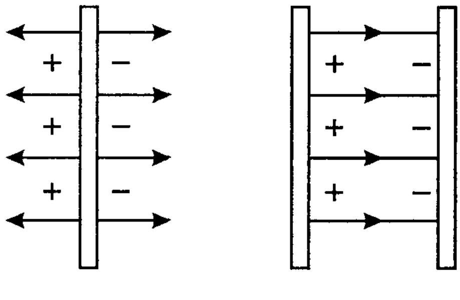


Рис. 115

Поле, в котором напряженность меняется от точки к точке, называется неоднородным. Поля точечных зарядов — это неоднородные поля. На рис. 116 изображены неоднородные поля вблизи точечного отрицательного заряда, двух разноименных точечных зарядов (поле диполя) и точечного положительного заряда. По мере удаления от этих зарядов напряженность поля уменьшается и наоборот, тогда как во всех точках однородного поля она одинакова.

На рис. 117, а) изображен график зависимости напряженности E электрического поля поверхностно заряженной сферы радиусом R от расстояния r до ее поверхности, на рис. 117, б) — график зависимости напряженности E электрического поля бесконечной, равномерно заряженной плоскости от расстояния r до нее, на рис. 117, в) — тот же график для электрического поля между двумя равномерно и разноименно заряженными плоскостями, расстояние между которыми d.

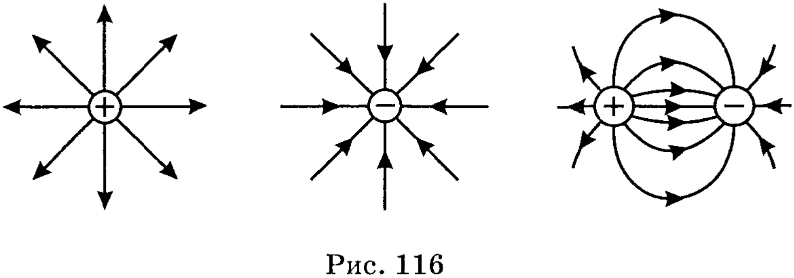
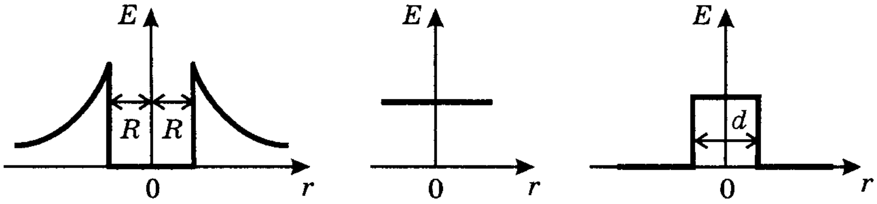


Рис. 116



а) б) в)

Рис. 117

Единица напряженности в СИ, согласно формуле 134), — $\frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$ (или, что то же самое, $\frac{\text{В}}{\text{м}}$). Выразим ее через основные единицы СИ:

$$\frac{\text{Н}}{\text{Кл}}=\frac{\text{В}}{\text{м}}=\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2\cdot\text{А}\cdot\text{с}}=\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{А}^{-1}$$

Энергетической характеристикой электрического поля является потенциал φ.

***Потенциал электрического поля в данной точке** — это величина, равная отношению потенциальной энергии заряда, помещенного в эту точку, к модулю этого заряда* (формула 140):

$$\varphi=\frac{W_p}{q}.$$

В формуле 140) заряд q — это пробный заряд, а в формуле 141)

$$\varphi=k\frac{q}{\varepsilon r}$$

q — заряд-источник. Потенциал поля заряженного шара, как полого, так и сплошного, в любой его точке на поверхности или внутри полого тоже можно вычислить по формуле 141). В этом случае r — это радиус шара. А если точка находится вне шара, то r — расстояние от нее до центра шара. На рис. 118 изображен график зависимости потенциала точек поля заряженного шара от расстояния r до его центра.

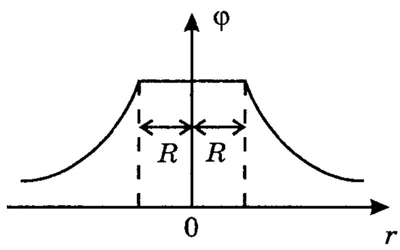


Рис. 118

Потенциал — скалярная алгебраическая величина, т. е. он может быть положительным и отрицательным. Потенциал поля положительного заряда считается положительным, а отрицательного —

отрицательным. Если поле в данной точке создано несколькими зарядами, то его потенциал равен алгебраической сумме потенциалов полей, созданных в этой точке каждым зарядом в отдельности. По мере удаления от положительного заряда-источника или приближения к отрицательному потенциал его поля понижается — и наоборот.

Если два заряженных проводника привести в соприкосновение или соединить третьим проводником, то их потенциалы станут одинаковы, а общий заряд будет равен сумме бывших зарядов на проводниках.

Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ (или *напряжение* U) *между двумя точками электрического поля — это величина, равная отношению работы перемещения заряда из одной точки поля в другую, к модулю этого заряда* (формула 142):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = U = \frac{A}{q}.$$

Если заряд q перемещается в электрическом поле между точками с разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ под действием электрической силы, то электрическое поле совершает работу A и при этом кинетическая энергия заряда изменяется на величину этой работы:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU = E_{k2} - E_{k1}.$$

Напряженность однородного электростатического поля связана с разностью потенциалов (напряжением) между двумя его точками формулами 143)

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$$

и 144)

$$E = \frac{U}{d}.$$

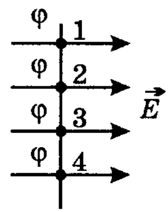


Рис. 119

Если такие точки 1, 2, 3, 4 лежат на линии или плоскости, перпендикулярной силовым линиям электрического поля, то работа перемещения заряда между такими точками равна нулю, а их потенциал одинаков (рис. 119).

Если электрическое поле однородно, то работу перемещения в нем заряда можно определить по формуле 130)

$$A = Eqd,$$

а если оно неоднородно, — то только из формулы 142):

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU.$$

Поверхность или линия, все точки которой имеют одинаковый потенциал, называется ***эквипотенциальной.*** Эквипотенциальной является поверхность любого проводника с неподвижными зарядами. При этом сами заряды могут быть распределены по поверхности проводника неравномерно: на острие их плотность больше, а где впадина — меньше, но потенциалы всех точек проводника как на поверхности, так и внутри проводника с неподвижными зарядами, одинаковы. Работа перемещения заряда по поверхности любого проводника с неподвижными зарядами равна нулю.

Если незаряженный проводник заземлить, а потом поднести к нему заряженный проводник, не касаясь первого, то из земли на незаряженный проводник придет такой же по модулю заряд противоположного знака.

Единица потенциала и разности потенциалов (напряжения) в СИ — *вольт* (В). Выразим *вольт* через основные единицы СИ:

$$\text{В} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{А} \cdot \text{с}} = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-1}.$$

***Электроемкостью (емкостью) проводника** С называется отношение заряда q, сообщенного проводнику, к потенциалу φ, который он при этом приобрел* (формула 145):

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Емкость — скалярная положительная величина. Она зависит от формы проводника, его размеров и окружающей среды. Приближение к данному проводнику других проводников или внесение его в диэлектрическую среду увеличивает емкость данного проводника. Емкость сферического проводника определяет формула 146):

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R.$$

Единица емкости в СИ — *фарад* (Ф), Выразим фарад через основные единицы СИ:

$$\text{Ф} = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \frac{\text{Кл}}{\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}} = \frac{\text{Кл}^2}{\text{Дж}} = \frac{(\text{А} \cdot \text{с})^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}} = \text{кг}^{-1} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2$$

Два одинаковых по форме и размерам проводника имеют одинаковую емкость независимо от их вещества. Медный и алюминиевый шары одинакового радиуса имеют одинаковую емкость. Если до соприкосновения они были заряженными, то после соприкосновения или соединения их проводником алгебраическая сумма их бывших зарядов распределится между ними поровну так, что на каждом проводнике окажется половина этой суммы. Например, если заряд одного проводника был равен +6 нКл, а заряд другого проводника был равен −4 нКл, то после их соединения на каждом окажется заряд $\frac{6+(-4)}{2}$ нКл = 1 нКл. Но так будет, если емкости этих проводников одинаковы. Если же нет, то следует помнить, что заряды на них перераспределятся так, что *одинаковыми станут потенциалы* этих проводников, и при этом *сумма новых зарядов на проводниках останется равной сумме их прежних зарядов.*

Система из двух, близко расположенных проводников называется конденсатором. Пластины конденсатора называют его *обкладками.*

Емкость любого конденсатора определяют формулы 147)

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

и 148)

$$C = \frac{q}{U}.$$

Кроме того, *емкость плоского конденсатора* определяет формула 149):

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

Через конденсатор постоянный ток не идет.

Если изменить расстояние между обкладками конденсатора или заменить диэлектрик, *не отключая конденсатор* от источника зарядов (источника напряжения), то *изменятся его емкость и заряд*, а *напряжение будет оставаться прежним*, а если это проделать, *отключив конденсатор* от источника, то будут *изменяться его емкость и напряжение*, а *заряд изменяться не будет.*

Конденсаторы соединяют последовательно и параллельно. На рис. 120, а) изображено последовательное соединение трех конденсаторов, а на рис. 120, б) — их параллельное соединение.

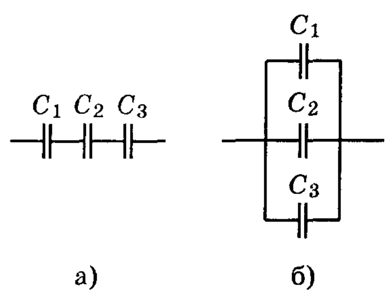


Рис. 120

При последовательном соединении:

а) заряд на всех конденсаторах одинаков,

б) общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах (формула 150):

$$U_{\text{общ}} = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_N,$$

в) величина, обратная общей емкости, равна сумме величин, обратных емкостям отдельных конденсаторов (формула 151):

$$\frac{1}{C_{общ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_N}.$$

Если все последовательно соединенные конденсаторы имеют одинаковую емкость, то их общая емкость в N раз меньше емкости каждого из них (формула 152)

$$C_{общ} = \frac{C}{N},$$

а общее напряжение на них в N раз больше напряжения на каждом конденсаторе (формула 153)

$$U_{\text{общ}} = NU.$$

Здесь N — количество конденсаторов с одинаковой емкостью.

Если два последовательных конденсатора имеют емкости C_1 и C_2, то их общую емкость $C_{\text{общ}}$ можно определить по формуле

$$C_{\text{общ}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

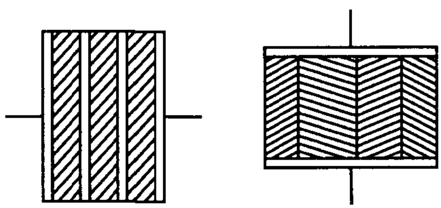
Если их три, то

$$C_{\text{общ}} = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_2 C_3 + C_3 C_1}$$

и т. п.

При последовательном соединении конденсаторов их общая емкость всегда меньше самой меньшей емкости отдельного конденсатора.

На рис. 121, а) изображена батарея из трех последовательных конденсаторов, имеющая 4 обкладки и три прокладки, а на рис. 121, б) — батарея из четырех параллельно соединенных конденсаторов с четырьмя прокладками из разных диэлектриков.



а) б)

Рис. 121

Если конденсаторы соединены обкладками в одной точке (рис. 122), то алгебраическая сумма зарядов на этих обкладках равна нулю:

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = 0$$

Следует также помнить, что все соединенные обкладки конденсаторов имеют одинаковый потенциал. Поэтому обкладки с одинаковым потенциалом можно соединять или разъединять с целью упрощения схемы. Если левые обкладки двух конденсаторов с одинаковой емкостью имеют одинаковые потенциалы, то потенциалы их правых обкладок тоже будут одинаковы.

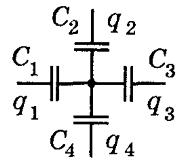


Рис. 122

Если вам предложат определить общую емкость батареи конденсаторов, подобную той, что на рис. 123, а), то учтите, что потенциалы обкладок 1 и 5 равны φ_1, потенциалы обкладок 4 и 8 равны φ_2, а в силу симметрии схемы потенциалы обкладок 2, 3, 6 и 7 тоже будут одинаковы и равны, например, φ, как и потенциалы точек a и $в$. Но тогда обкладки конденсатора емкостью C, соединенные с этими точками, тоже будут иметь одинаковый потенциал φ, поэтому разность потенциалов между ними будет равна нулю. А поскольку его емкость C не равна нулю, то, согласно формуле емкости 145)

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

заряд этого конденсатора тоже будет равен нулю:

$$q = C(\varphi - \varphi) = 0.$$

Значит, такой конденсатор окажется незаряженным и его можно исключить из схемы, заменив эквивалентной схемой (рис. 123, б), емкость которой уже определить несложно:

$$C = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2} = 2\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}.$$

Заряженный проводник обладает энергией, величину которой определяют формулы 158)–160)

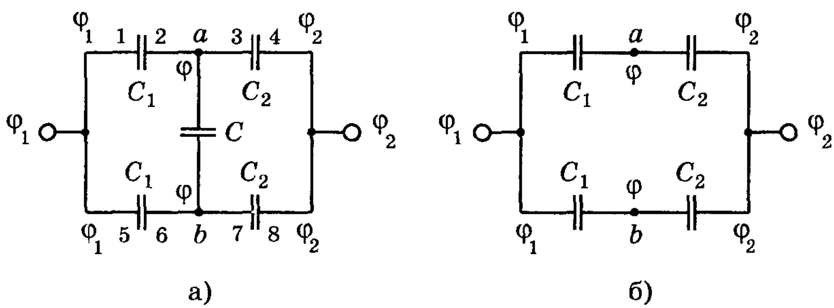


Рис. 123

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}.$$

Если два проводника с разными потенциалами соединить третьим проводником, то по третьему проводнику пройдет кратковременный ток и при этом выделится количество теплоты, равное разности суммарной энергии проводников до соединения и их общей энергии после соединения.

Энергию системы зарядов (заряженных проводников) определяет формула 164)

$$W_{эл} = \frac{1}{2}\left(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + \ldots + q_N\varphi_N\right).$$

Если заряды системы перемещают, меняя их расположение относительно друг друга, то работа такого перемещения равна разности энергий системы после и до перемещения зарядов.

Силу притяжения разноименно заряженных обкладок конденсатора можно найти, умножив его заряд на напряженность поля одной из обкладок, которую определяет формула 136):

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Энергию заряженного конденсатора определяют формулы 161)–163):

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}.$$

Если в задаче требуется определить работу по изменению емкости конденсатора, — например, если из него вынули прокладку или заменили ее, или изменили расстояние между обкладками, то эту работу можно определить как разность энергий конденсатора после и до этих действий.

Если заряженные конденсаторы соединяют проводником, то при наличии разности потенциалов между соединяемыми обкладками по проводнику пройдет кратковременный ток и при этом в нем выделится некоторое количество теплоты, а общая энергия конденсаторов уменьшится. Это количество теплоты будет равно разности суммарной энергии конденсаторов после и до их соединения проводником.

Тема 7. Законы постоянного тока

Электрический ток — это упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов.

В металлах носителями зарядов являются свободные электроны, в электролитах — положительные и отрицательные ионы, в полупроводниках — электроны и дырки, в газах — ионы обоих знаков и электроны.

За направление тока в проводнике принято направление положительных зарядов. Во внешней части цепи, к которой относятся все ее участки, кроме источника тока, ток течет от плюса к минусу, во внутренней части, т. е. внутри источника тока — от минуса к плюсу.

Ниже приведены основные формулы электродинамики.

Формулы силы тока

$$165)\ I = \frac{q}{t}$$

$$166)\ I = nevS$$

Здесь I — сила постоянного тока (А), q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника (Кл), t — время прохождения заряда (с), n — концентрация свободных электронов ($м^{-3}$), e — модуль заряда электрона (Кл), v — скорость упрядоченного движения электронов по проводнику (м/с), S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$).

Формулы плотности тока

$$167)\ j = \frac{I}{S}$$

$$168)\ j = nev$$

Здесь j — плотность тока ($А/м^2$), I — сила тока (А), S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$), n — концентрация свободных электронов в проводнике ($м^{-3}$), e — модуль заряда электрона (Кл), v — скорость упорядоченного движения свободных электронов (м/с).

Формула сопротивления проводника

$$169)\ R = \rho\frac{l}{S}$$

Здесь R — сопротивление проводника (Ом), ρ — удельное сопротивление (Ом • м), l — длина проводника (м), S — площадь поперечного сечения проводника ($м^2$).

Зависимость сопротивления металлического проводника от температуры

$$170)\ R = R_0(1 + \alpha\, t)$$

$$171)\ R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$$

Здесь R — сопротивление проводника при температуре $t\ ^0C$ (Ом), R_0 — сопротивление проводника при $0\ ^0C$ (Ом), α — температурный коэффициент сопротивления (K^{-1}), t — температура по шкале Цельсия, $\Delta T = T - 273$ — изменение абсолютной температуры проводника при нагревании от 0 ^{0}С = 273 К до абсолютной температуры T (К).

Закон Ома для однородного участка цепи

$$172)\ I = \frac{U}{R}$$

Здесь I — сила тока (А), U — напряжение (В), R — сопротивление участка (Ом).

Закон Ома для неоднородного участка цепи

$$173)\ I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R}$$

Здесь I — сила тока (А), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах участка (В), $\mathcal{E}$ — ЭДС, действующая в участке (В), R — сопротивление участка (Ом).

Формула ЭДС

$$174)\ \mathcal{E} = \frac{A_{\text{стор.сил}}}{q}$$

Здесь $\mathcal{E}$ — ЭДС (В), $A_{\text{стор.сил}}$ — работа сторонних сил (Дж), q — перемещаемый заряд (Кл).

Закон Ома для всей цепи

$$175)\ I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

в случае соединенных последовательно одинаковых источников тока

$$176)\ I = \frac{\mathcal{E}N}{R + rN}$$

в случае соединенных параллельно одинаковых источников тока

$$177)\ I = \frac{\mathcal{E}}{R + \dfrac{r}{N}}$$

Здесь I — сила тока в цепи (А), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), R — сопротивление внешней части цепи (Ом), r — внутреннее сопротивление или сопротивление источника тока (Ом), N — количество одинаковых источников тока (безразмерное).

Сила тока короткого замыкания

при $R = 0$

$$178)\ I = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

Все величины названы в предыдущей формуле.

Расчет сопротивления шунта к амперметру

$$179)\ R_{ш} = \frac{R_A}{N-1}$$

Здесь $R_{ш}$ — сопротивление шунта (Ом), R_A — сопротивление амперметра (Ом), $N = \frac{I}{I_A}$ — число, показывающее, во сколько раз измеряемая амперметром сила тока I больше силы тока I_A, на которую он рассчитан (безразмерное число).

Расчет добавочного сопротивления к вольтметру

$$180)\ R_{д.с.} = R_B(N-1)$$

Здесь $R_{д.с.}$ — добавочное сопротивление (Ом), R_B — сопротивление вольтметра (Ом), $N = \frac{U}{U_B}$ — число, показывающее, во сколько раз измеряемое напряжение U больше напряжения U_B, на которое рассчитан вольтметр (безразмерное число).

Последовательное соединение проводников

Сила тока I — одинакова во всех проводниках

$$181)\ U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_N$$

$$182)\ R_{общ} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots R_N$$

если все проводники имеют одинаковое сопротивление, то

$$183)\ R_{общ} = NR$$

$$184)\ U_{общ} = NU$$

185) $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$ — для двух последовательных проводников

Здесь I — сила тока (А), $U_{общ}$ — общее напряжение на всех последовательно соединенных проводниках (В), U_1, U_2, U_3, ... , U_N — напряжения на отдельных проводниках (В), $R_{общ}$ — общее сопротивление всех последовательно соединенных проводников (Ом), R_1, R_2 , R_3 , ... , R_N — сопротивления отдельных проводников (Ом), N — количество одинаковых проводников (безразмерное).

Параллельное соединение проводников

U — одинаково на всех проводниках

$$186)\ I_{\text{общ}} = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_N$$

$$187)\ \frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_N}$$

если все проводники имеют одинаковое сопротивление, то

$$188)\ R_{\text{общ}} = \frac{R}{N}$$

$$189)\ I_{\text{общ}} = NI$$

190) $R_{\text{общ}} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ — общее сопротивление двух параллельных проводников

191) $R_{\text{общ}} = \dfrac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$ — общее сопротивление трех параллельных проводников и т. п.

192) $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{R_2}{R_1}$ — для двух параллельных проводников

Здесь U — напряжение на проводниках (В), $I_{\text{общ}}$ — сила тока в неразветвленном участке цепи (А), I_1 , I_2 , I_3 , ... , I_N — сила тока в отдельных проводниках (А), $R_{\text{общ}}$ — общее сопротивление параллельных проводников (Ом), R_1 , R_2 , R_3 , ... , R_N — сопротивления отдельных проводников (Ом), N — количество одинаковых проводников (безразмерное).

Работа тока

$$193)\ A = UI\,t$$

$$194)\ A = q\,(\varphi_1 - \varphi_2) = qU$$

$$195)\ A = I^2 R\,t$$

$$196)\ A = \frac{U^2}{R}t$$

$$197)\ A = \mathcal{E} I t$$

$$198)\ A = P t$$

Здесь A — работа тока (Дж), U — напряжение на участке цепи (В), I — сила тока в цепи (А), t — время прохождения тока (с), q — прошедший по цепи заряд (Кл), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах участка цепи (В), R — сопротивление участка цепи (Ом), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), P — мощность тока (Вт).

Мощность тока

$$199)\ P = UI$$

$$200)\ P = I^2 R$$

$$201)\ P = \frac{U^2}{R}$$

$$202)\ P = \mathcal{E} I$$

$$203)\ P = \frac{A}{t}$$

Здесь P — мощность тока (Вт), U — напряжение (В), I — сила тока (А), R — сопротивление (Ом), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), A — работа тока (Дж), t — время (с).

Закон Джоуля-Ленца

$$204)\ Q = I^2 R t$$

$$205)\ Q = \frac{U^2}{R} t$$

Коэффициент полезного действия (КПД) электрической цепи

$$206)\ \eta = \frac{U}{\mathcal{E}} \cdot 100\%$$

$$207)\ \eta = \frac{R}{R + r} \cdot 100\%$$

Здесь η — КПД электрической цепи (% или безразмерный), U — напряжение на внешнем участке цепи (В), R — сопротивление внешнего участка цепи (Ом), r — внутреннее сопротивление или сопротивление источника тока (Ом), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В).

Закон Фарадея для электролиза

$$208)\ m = kq$$

$$209)\ m = kIt$$

$$210)\ m = \frac{1}{F}\frac{M}{n}It$$

Здесь m — масса вещества, выделившегося на электроде (кг), k — электрохимический эквивалент этого вещества (кг/Кл), q — заряд, прошедший через электролит (Кл), I — сила тока в электрохимической ванне (А), t — время электролиза (с), F — число Фарадея (Кл/моль) M — молярная масса выделившегося вещества (кг/моль), n — валентность этого вещества (безразмерная).

***Силой тока** I называется отношение заряда q, прошедшего через поперечное сечение проводника, ко времени прохождения этого заряда t* (формула 165):

$$I = \frac{q}{t}.$$

Сила тока — скалярная величина.

Единица силы тока в СИ — *ампер* (А). Это основная единица СИ.

***Плотность тока** j — это отношение силы тока к площади поперечного сечения проводника, по которому идет ток* (формула 167):

$$j = \frac{I}{S}.$$

Плотность тока — векторная величина. Вектор плотности тока направлен в сторону упорядоченного движения положительных зарядов по проводнику. На рис. 124 стрелками показано направление тока в цепи, совпадающее с направлением вектора плотности тока. Единица плотности тока в СИ — *ампер на квадратный метр* ($А/м^2$ или $А \cdot м^{-2}$).

Условие существования электрического тока в проводнике — наличие разности потенциалов на его концах. Если на концах проводника поддерживается постоянная разность потенциалов, то по этому проводнику идет постоянный ток.

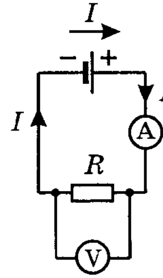


Рис. 124

Скорость упорядоченного движения свободных электронов по проводнику невелика — она порядка 10^{-3} м/с. Но при подключении проводника к источнику тока ток в нем возникает практически мгновенно по всей его длине. Скорость распространения тока по проводнику — это скорость перемещения вдоль него электромагнитной волны, которая огромна и составляет $3 \cdot 10^8$ м/с.

Проводник оказывает *сопротивление электрическому току.* Сопротивление проводника R измеряется отношение напряжения на его концах к силе тока в нем:

$$R = \frac{U}{I}.$$

Сопротивление — скалярная и всегда положительная величина. Сопротивление линейных проводников прямо пропорционально их длине и обратно пропорционально площади поперечного сечения (формула 169):

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Единица сопротивления в СИ — Ом (ом). Выразим *ом* через основные единицы СИ:

$$\text{Ом} = \frac{\text{В}}{\text{А}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл} \cdot \text{А}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{А}} = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{А}^{-2}.$$

С ростом температуры сопротивление металлических проводников увеличивается, а с понижением — уменьшается. Зависимость сопротивления металлов от температуры отражают формулы 170) и 171):

$$R = R_0(1 + \alpha\, t)$$

$$R = R_0(1 + \alpha \Delta T)$$

При температурах, близких к абсолютному нулю, сопротивление некоторых металлов падает до нуля. Это явление называется *сверхпроводимостью.* При сверхпроводимости проводник не оказывает сопротивления электрическому току и в нем отсутствуют потери энергии в виде *джоулева тепла.*

Если вам дано расстояние L от источника до потребителя тока, то в формуле 169) $R = \rho \frac{l}{S}$ длина проводника l, соединяющего источник с потребителем, равна этому удвоенному расстоянию: $l = 2L$.

Сопротивление проводника можно изменять с помощью прибора управления током — *реостата.* Реостат включается в цепь последовательно (рис. 125), поэтому при изменении его сопротивления изменяется сила тока в цепи.

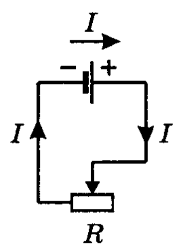


Рис. 125

С помощью этого же прибора управления можно изменять напряжение на участке цепи — в этом случае он называется *потенциометром* или *делителем напряжения.* Потенциометр включается в цепь параллельно тому участку, на котором надо изменить напряжение (рис. 126). При помещении ползунка потенциометра *П* в точку 1 напряжение на лампе *Л* равно нулю, а при помещении в точку 2 оно максимально.

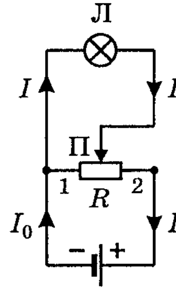


Рис. 126

Основным законом электродинамики является закон Ома.

***Закон Ома для проводника** (участка цепи): сила тока в проводнике прямо пропорциональна напряжению на его концах и обратно пропорциональна сопротивлению проводника* (формула 172):

$$I = \frac{U}{R}.$$

Проводники, для которых выполняется закон Ома, называются *резисторами.* Все металлические проводники — *резисторы.* Вольтамперной характеристикой резистора, т. е. графиком зависимости силы тока в резисторе от приложенного к нему напряжения, является прямая линия (рис. 127). Котангенс ее угла наклона α к оси напряжений численно равен сопротивлению резистора:

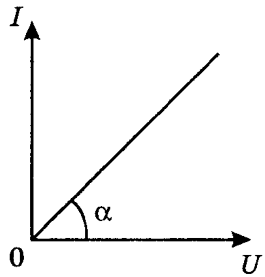


Рис. 127

$$\operatorname{ctg}\alpha = R.$$

В источнике тока действуют сторонние силы — *силы неэлектростатического происхождения* (химические, магнитные и др).

***Электродвижущей силой** называется величина, измеряемая отношением работы сторонних сил к перемещаемому ими заряду* (формула 174):

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{стор.сил}}}{q}.$$

Электродвижущая сила (ЭДС) $\mathcal{E}$ — скалярная алгебраическая величина, т. е. она может быть положительной и отрицательной. Если, обходя контур с источниками тока в произвольно выбранном направлении, мы переходим между его полюсами в сторону повышения потенциала (от минуса к плюсу, т. е. от короткой черточки к длинной), то ЭДС такого источника положительна, а если — в сторону понижения потенциала (от плюса к минусу), то она отрицательна (рис. 128).

ЭДС контура $\mathcal{E}$, изображенного на рис. 128, равна:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_4$$

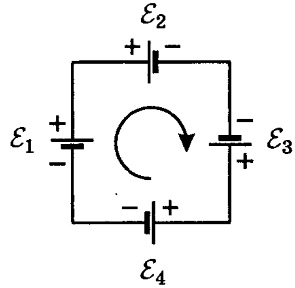


Рис. 128

Участок цепи, не содержащий источника тока, т. е. где нет ЭДС, называется *однородным* (рис. 129, а). Разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ на концах однородного участка цепи равна напряжению U на концах этого участка:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Участок цепи, содержащий источник тока, где действует ЭДС, называется *неоднородным* (рис. 129, б). Напряжение U на неоднородном участке цепи равно алгебраической сумме ЭДС $\mathcal{E}$ и разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ на концах этого участка:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}.$$

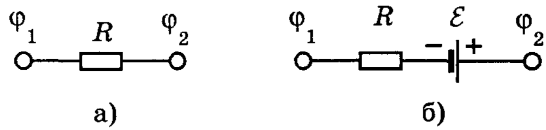


Рис. 129

Единица измерения ЭДС в СИ — *вольт* (В).

ЭДС источника тока равна разности потенциалов на его полюсах при разомкнутой внешней цепи. Поэтому, чтобы измерить ЭДС источника тока, надо разомкнуть цепь и подключить *вольтметр* к его полюсам. Если цепь замкнута, то теперь вольтметр покажет напряжение на всей внешней части цепи. В этом случае ЭДС можно определить как сумму напряжений на внешней и внутренней частях замкнутой цепи.

Закон Ома для замкнутой цепи: *сила тока в цепи прямо пропорциональна ЭДС источника тока и обратно пропорциональна сумме сопротивлений внешнего и внутреннего участков цепи* (формула 175):

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

Если N одинаковых источников тока, т.е. источников с одинаковыми ЭДС и внутренними сопротивлениями, соединены последовательно, как на рис. 130, а), то закон Ома для такой цепи представляет формула 176):

$$I = \frac{\mathcal{E}N}{R + rN}.$$

А если такие источники тока соединены параллельно, как на рис. 130, б), то закон Ома представляет формула 177):

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{N}}.$$

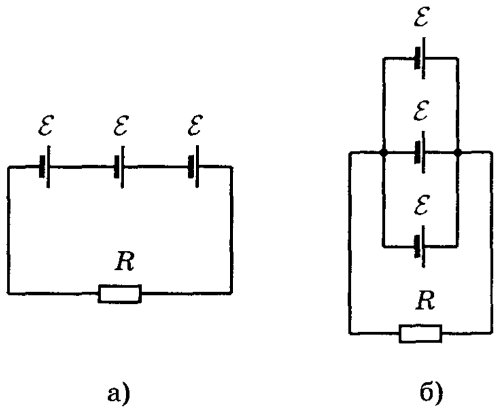


Рис. 130

***Амперметр** — прибор, измеряющий силу тока.* Он включается в цепь последовательно тому участку, в котором ее измеряют. Если требуется измерить силу тока I, в N раз превышающую максимальную силу тока $I_А$, на которую рассчитан данный амперметр, то параллельно этому амперметру подключают резистор, который называется *шунт* (рис. 131). Если сопротивление амперметра (оно указано в паспорте прибора $R_А$, то сопротивление шунта можно рассчитать по формуле 179):

$$R_ш = \frac{R_А}{N - 1}.$$

Вольтметр — прибор, *измеряющий напряжение на участке цепи.* Вольтметр подключается параллельно тому участку, на котором измеряется напряжение. Если требуется измерить напряжение U, в N раз превышающее максимальное напряжение $U_В$, на которое рассчитан данный вольтметр, то для расчета добавочного сопротивления, подключаемого последовательно к вольтметру (рис. 132), применяют формулу 180):

$$R_{д.с.} = R_В(N - 1).$$

Цену деления прибора можно найти, разделив максимальную измеряемую им величину на число делений в шкале прибора.

Проводники можно соединять *последовательно и параллельно.*

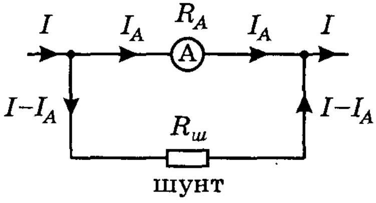


Рис. 131

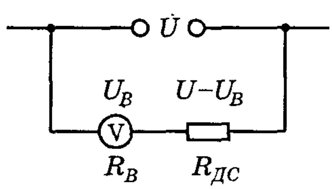


Рис. 132

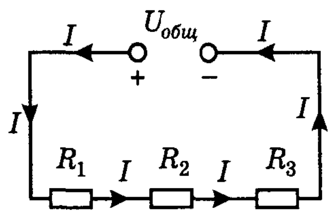


Рис. 133

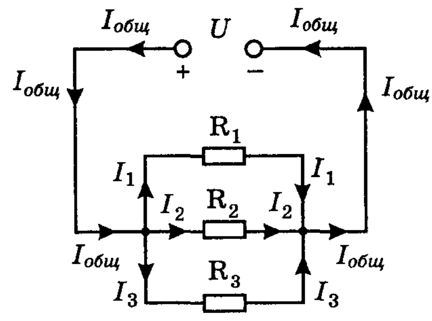


Рис. 134

При *последовательном* соединении проводников (рис. 133):

а) сила тока во всех проводниках одинакова независимо от сопротивлений проводников, по которым он течет;

б) общее напряжение равно сумме напряжений на отдельных проводниках (формула 181):

$$U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_N;$$

в) общее сопротивление равно сумме сопротивлений отдельных проводников (формула 182):

$$R_{общ} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots R_N.$$

Если все N проводников, соединенных последовательно, имеют одинаковые сопротивления, то общее напряжение на них и их общее сопротивление определяют формулы (183) и (184): $R_{общ} = NR$ и $U_{общ} = NU$.

Напряжения на двух последовательных проводниках прямо пропорциональны их сопротивлениям (формула 185):

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

При *параллельном* соединении проводников (рис. 134):

а) напряжения на всех проводниках одинаковы;

б) сила тока в общем (неразветвленном) участке цепи равна сумме сил токов в отдельных проводниках (формула 186):

$$I_{общ} = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_N;$$

в) величина, обратная общему сопротивлению, равна сумме величин, обратных сопротивлениям отдельных проводников (формула 187):

$$\frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_N}.$$

Если все N проводников, соединенных параллельно, имеют одинаковое сопротивление, то силу тока в общей части цепи и их общее сопротивление определяют формулы 188) и 189):

$$R_{\text{общ}} = \frac{R}{N} \quad \text{и} \quad I_{\text{общ}} = NI.$$

Общее сопротивление двух параллельных проводников можно вычислить по формуле 190):

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

а трех — по формуле 191):

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}.$$

Силы токов в двух параллельных проводниках обратно пропорциональны их сопротивлениям (формула 192):

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

В схеме с последовательными и параллельными проводниками (рис. 135) советуем вывести из плюса источника тока общий ток — его можно обозначить $I_{\text{общ}}$ — и ведите его, не меняя индекса, до первого узла. *Узел — это место, где соединено более двух проводников.* Далее этот ток разветвляется по параллельным проводникам и индекс его меняется. Советуем теперь индекс силы тока в параллельной ветви ставить таким же, как и индекс сопротивления, по которому течет этот ток. В последнем узле токи, текущие по параллельным ветвям, стекаются в общий ток, который течет и через источник тока. Силы токов в параллельных проводниках одинаковы только тогда, когда одинаковы сопротивления этих проводников. Сумма сил токов, входящих в узел, равна сумме сил токов, выходящих из узла.

В формулах закона Ома 175)–177) сопротивление R — это всегда общее сопротивление всей внешней части цепи, а сила тока I — это сила тока только в неразветвленном участке цепи, но не в отдельных параллельных ветвях.

Напряжение на параллельных ветвях можно найти, умножив

а) силу общего тока на общее сопротивление всего параллельного участка;

б) умножив силу тока в любой параллельной ветви на ее сопротивление;

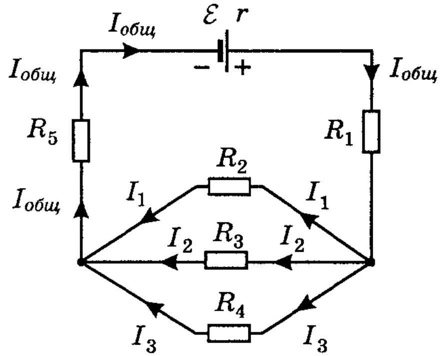


Рис. 135

в) отняв от ЭДС источника напряжения на всех остальных участках, включая и напряжение на внутреннем участке цепи.

Ниже приведены некоторые формулы, которые могут пригодиться при расчете электрической цепи, подобной той, что на рис. 135:

$$I_{\text{общ}} = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{общ}} + r}, \qquad R_{\text{общ}} = R_1 + \frac{R_2R_3R_4}{R_2R_3 + R_3R_4 + R_4R_1} + R_5,$$

$$U_1 = I_{\text{общ}}R_1, \qquad U_{234} = I_{\text{общ}}R_{234}, \qquad U_{234} = I_2R_2 = I_3R_3 = I_4R_4,$$

$$R_{234} = \frac{R_2R_3R_4}{R_2R_3 + R_3R_4 + R_4R_2}, \qquad U_5 = I_{\text{общ}}R_5, \qquad U_{\text{внеш}} = I_{\text{общ}}R_{\text{общ}},$$

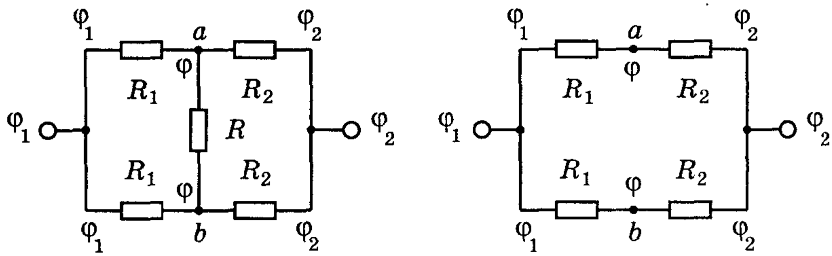
$$U_{\text{внутр}} = I_{\text{общ}}\,r, \qquad U_{234} = \mathcal{E} - U_1 - U_5 - U_{\text{внутр}},$$

$$\eta = \frac{U_{\text{внеш}}}{\mathcal{E}} \cdot 100\%, \qquad \eta = \frac{R_{\text{общ}}}{R_{\text{общ}} + r} \cdot 100\%.$$

Если вам попадется схема, подобная той, что на рис. 136, а), обратите внимание, есть ли симметрия между сопротивлениями слева и справа от перемычки *ав*, а также между верхними и нижними сопротивлениями. Если есть, то точки *а* и *в* имеют одинаковый потенциал φ и, значит, разность потенциалов между ними равна нулю. Поэтому ток по перемычке сопротивлением R идти не будет и ее, можно из схемы исключить (рис. 136, б), значительно упростив расчет:

$$R_{\text{общ}} = \frac{R_1 + R_2}{2}.$$

Запомните: все концы проводников с одинаковыми потенциалами можно соединить в один узел или, наоборот, развести, получив более простую схему, общее сопротивление которой останется прежним.



а) б)

Рис. 136

Если в некоторый участок цепи включен конденсатор, то постоянный ток по этому участку идти не будет, но на обкладках конденсатора возникнет разность потенциалов (напряжение), равная разности потенциалов (напряжению) на концах этого участка.

Если проводник представляет собой сплав разных металлов, равномерно распределенных по его объему, то его можно представить как параллельное соединение проводников из каждого металла в отдельности. При этом длина каждого из таких проводников равна длине проводника из сплава, а площадь поперечного сечения проводника из сплава равна сумме площадей поперечных сечений проводников из отдельных металлов, входящих в сплав. Например, если проводник из сплава меди и стали имеет длину l и площадь поперечного сечения S, то его сопротивление R можно определить через сопротивления медного и стального участков следующим образом:

$$R = \frac{R_{\text{меди}} R_{\text{стали}}}{R_{\text{меди}} + R_{\text{стали}}},$$

где, согласно формуле 169),

$$R_{\text{меди}} = \rho_{\text{меди}} \frac{l}{S_{\text{меди}}} \text{ и } R_{\text{стали}} = \rho_{\text{стали}} \frac{l}{S_{\text{стали}}},$$

и кроме того, $S = S_{\text{меди}} + S_{\text{стали}}$.

При подключении аккумулятора для зарядки к генератору постоянного тока соединяют их одноименные полюса. При этом напряжение на полюсах генератора U равно сумме ЭДС аккумулятора $\mathcal{E}$ и падения напряжения $U_{\text{внутр}}$ на внутреннем сопротивлении аккумулятора r:

$$U = \mathcal{E} + U_{\text{внутр}} = \mathcal{E} + Ir.$$

Здесь I — сила зарядного тока.

Когда по проводнику идет ток, он обладает мощностью P, которую определяют формулы 199)–203):

$$P = UI = I^2R = \frac{U^2}{R} \text{ и т. п.}$$

Ток может совершить работу A, которую определяют формулы 193)–198):

$$A = UIt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t \text{ и т. п.}$$

Следует знать, что мощность тока во внешней части цепи *максимальна*, когда сопротивление внешней части цепи R равно внутреннему сопротивлению r, т. е. сопротивлению источника тока.

При прохождении тока по металлическому проводнику в нем выделяется некоторое количество теплоты вследствие усиления колебаний ионов в узлах кристаллической решетки металла. Это количество теплоты Q определяет закон Джоуля-Ленца.

Закон Джоуля-Ленца*: количество теплоты, выделившееся в проводнике при прохождении по нему электрического тока, прямо пропорционально квадрату силы тока, сопротивлению проводника и времени его прохождения* (формула 204):

$$Q^2 = I^2Rt.$$

Для подсчета количества выделившейся теплоты можно применить также формулу 205), которой удобно пользоваться, когда неизменно напряжение на данном участке цепи, например, если нагревательные приборы включают в одну и ту же розетку:

$$Q = \frac{U^2}{R}t.$$

В формуле КПД электрической цепи 206)

$$\eta = \frac{U}{\mathcal{E}} \cdot 100\%$$

U — это напряжение на всей внешней части цепи, т. е. на полюсах источника тока, когда цепь замкнута. А в формуле КПД 207)

$$\eta = \frac{R}{R + r} \cdot 100\%$$

R — это сопротивление всей внешней части цепи. Следует знать, что *при коротком замыкании* (формула 178)

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r},$$

когда сопротивление внешней части цепи R равно нулю, *КПД электрической цепи* тоже *равен нулю*.

Металлы относят к *проводникам первого рода*. В них при прохождении тока не происходит переноса вещества. К таким же проводникам относятся *полупроводники*. К *проводникам второго рода*, в которых при прохождении тока переносится вещество, относят *электролиты и газы*.

***Полупроводники** — это вещества, у которых удельное сопротивление больше, чем у металлов, но меньше, чем у диэлектриков.*

При низких температурах химически чистый полупроводник является диэлектриком, — он не проводит электрический ток. При высоких температурах за счет энергии нагревателя в полупроводнике возникают свободные носители зарядов — *электроны* и *дырки*, которые могут перемещаться по полупроводнику под действием электрического поля. При этом дырки ведут себя как положительные заряды. Проводимость химически чистых полупроводников называется ***электронно-дырочной проводимостью.***

С повышением температуры сопротивление полупроводника уменьшается из-за увеличения числа электронов и дырок. В этом состоит *основное отличие полупроводников от металлов*, у которых при нагревании сопротивление увеличивается.

Примесной проводимостью называют проводимость полупроводника с примесью, имеющей иную валентность, чем основной полупроводник. Если валентность примеси больше валентности основного полупроводника, то примесь называется *донором*, а проводимость — *донорной* или проводимостью *n-типа*. При донорной проводимости носителями зарядов являются свободные электроны.

Если валентность примеси меньше валентности основного полупроводника, то примесь называется *акцептором*, а проводимость — *акцепторной* или проводимостью *p-типа*. При акцепторной проводимости носителями зарядов являются дырки.

Место спая двух полупроводников с разными типами проводимости называется *p-n*-переходом. ***Основное свойство p-n-перехода** — повышенное сопротивление* по сравнению с остальными частями полупроводников.

Если через *p-n*-переход текут основные носители зарядов, то ток называется прямым, а если через *p-n*-переход текут неосновные носители зарядов, то ток называется обратным, и он значительно меньше прямого тока. Свойство полупроводника с *p-n*-переходом пропускать прямой ток большой силы и значительно уменьшать силу обратного тока используется для выпрямления переменного тока.

Электролитами называют водные растворы солей, кислот и оснований, а также их расплавы. При помещении соли, кислоты или основания в воду в 81 раз ослабевают силы притяжения друг к другу ионов противоположных знаков в молекулах этих веществ (диэлектрическая проницаемость воды $\varepsilon = 81$), и они распадаются на ионы. Этот процесс называется *диссоциацией*. Если в электролит поместить электроды и подключить их к полюсам источника тока, то по электролиту пойдет электрический ток.

Ток в электролитах — это упорядоченное движение положительных и отрицательных ионов электролита к электродам в электрическом поле между *катодом и анодом*. ***Катодом*** называется электрод, соединенный с минусом источника тока, а ***анодом*** — электрод, соединенный с плюсом. При этом положительные ионы электролита устремляются к катоду, а отрицательные — к аноду.

Электролиз — это явление выделения вещества на электродах при прохождении через электролит электрического тока.

Массу выделившегося на электроде вещества определяет ***закон Фарадея для электролиза*** (формула 208): *масса вещества, выделившегося на электроде при электролизе, прямо пропорциональна заряду, прошедшему через электролит* или несколько иная формулировка этого закона: *масса вещества, выделившегося на электроде при электролизе, прямо пропорциональна силе тока и времени его прохождения* (формулы 209 и 210):

$$m = kq = kIt.$$

При *электролизе* вещество выделяется и на катоде, и на аноде. Но при одинаковой силе тока и времени его прохождения на катоде и аноде выделяются разные вещества, у которых разный электрохимический эквивалент, поэтому и масса выделившихся на катоде и аноде веществ различна.

На рис. 137 изображена вольтамперная характеристика процесса прохождения тока через электролит, т. е. зависимость силы тока в электрохимической ванне от напряжения, приложенного к электродам.

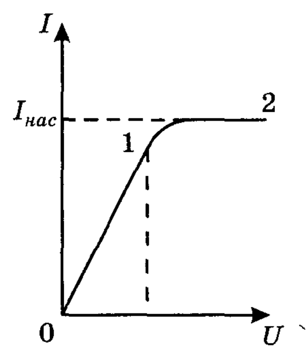


Рис 137

Участок графика 0 – 1 соответствует прямо пропорциональной зависимости силы тока в электролите от напряжения на электродах, т. е. здесь выполняется закон Ома для участка цепи. Однако при достаточно большом напряжении, называемом *напряжением насыщения*, все ионы электролита достигают электродов. При дальнейшем увеличении напряжения растет их скорость, но количество ионов, достигающих электродов, будет оставаться прежним, поэтому и сила тока расти не будет (участок графика 1–2). Такой ток называется *током насыщения.*

Если в задаче на электролиз что либо сказано о толщине h отлагаемого на электроде вещества, то его массу m можно выразить через плотность ρ и объем V, а объем — через толщину и площадь покрытия S:

$$m = \rho V \quad \text{и} \quad V = hS.$$

Иногда в подобных задачах встречается термин «выход по току». Выходом по току называют отношение массы фактически выделившегося вещества к массе вещества, которое должно было выделиться в соответствии с законом Фарадея для электролиза (т. е. по формулам 208–210), так как обычно выделяется меньше вещества, чем должно было выделиться в соответствии с этими формулами из-за различных потерь в электрохимической ванне.

Следует знать, что заряд q в формуле 208) $m = kq$ равен сумме зарядов всех положительных и всех отрицательных ионов, дошедших до электродов. А так как число N положительных ионов в электролите равно числу отрицательных ионов, то заряд q можно представить как удвоенное произведение числа всех положительных или отрицательных ионов на заряд одного иона q_i:

$$q = Nq_i .$$

Иногда в задачах на электролиз встречается понятие «средняя скорость роста толщины покрытия электрода». Так называют отношение толщины покрытия электрода выделившимся на нем веществом ко времени электролиза.

Электролиз применяется при получении из руды химически чистых металлов, при нанесении металлических покрытий и в других областях промышленности.

Газ при нормальных условиях не проводит электрический ток. Чтобы газ стал проводником тока, его надо *ионизировать* — разбить нейтральные молекулы и атомы газа на заряженные частицы. ***Ионизаторами*** могут быть пламя газовой горелки, пучки быстрых электронов, гамма-лучи и др. Если в ионизированный газ поместить электроды и подключить их к полюсам источника тока, то по газу пойдет электрический ток. Это явление называют *газовым разрядом.*

Ток в газе — это упорядоченное движение электронов и ионов обоих знаков под действием электрического поля между электродами, внесенными в ионизированный газ.

На рис. 138 изображена вольтамперная характеристика газового разряда, т. е. зависимость силы тока в газе от напряжения на электродах.

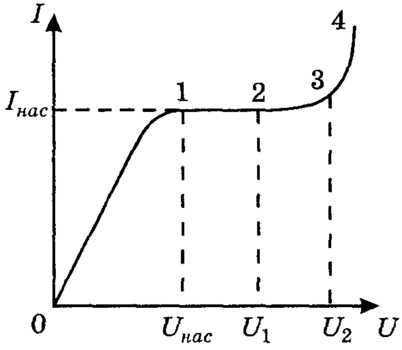


Рис. 138

В отсутствие напряжения ионы и электроны ионизированного газа участвуют в тепловом хаотическом движении. При росте напряжения от нуля до состояния насыщения (участок 0–1 графика) все большее число заряженных частиц достигает электродов, сила тока возрастает прямо пропорционально напряжению, — поэтому на участке 0–1 выполняется закон Ома для участка цепи. После достижения состояния насыщения, когда все заряженные частицы достигают электродов, сила тока остается постоянной при увеличении напряжения (участок 1–2). Но при достижении некоторого, достаточно большого напряжения U_1 электроны начинают бомбардировать нейтральные атомы газа, выбивая из них новые электроны, и при этом возникают новые ионы, поэтому сила тока снова начинает расти (участок 2–3). Весь процесс на участке 0–3 происходит под воздействием ионизатора. Если его выключить, ток прекратится, поэтому такой газовый разряд называется *несамостоятельным разрядом.*

При возрастании напряжения до U_2 тяжелые положительные ионы разгоняются до таких скоростей, что начинают бомбардировать катод, выбивая из него новые электроны, из-за чего число заряженных частиц резко возрастает и сила тока быстро растет (участок 3–4). Если теперь убрать ионизатор, то разряд не прекратится, поэтому он называется *самостоятельным разрядом.*

Несамостоятельный разряд используется в газовых лазерах, а самостоятельный — в лампах дневного света, при сварке металлов, в искровых измерительных приборах и других технических устройствах.

В технике под высоким вакуумом понимают такое состояние газа в сосуде, когда оставшиеся в нем атом или молекула могут пролететь от одной стенки сосуда до противоположной, не испытав ни одного соударения со встречными атомами или молекулами. Такой вакуум создается в вакуумных приборах, например, в вакуумных диодах, триодах, электронно-лучевых трубках и т. п.

Источником зарядов в таких устройствах служит накаленный электрод, испускающий *термоэлектроны.*

Испускание накаленным металлом свободных электронов называется *термоэлектронной эмиссией.*

Если при этом на накаленный электрод подать минус, т. е. сделать его катодом, а на расположенный напротив электрод подать плюс, т. е. сделать его анодом, то в вакууме пойдет ток.

***Ток в вакууме** — это упорядоченное движение любых заряженных частиц под действием электрического поля между катодом и анодам.* Как правило, такими частицами являются электроны. Электронная лампа с накаленным катодом и расположенным напротив анодом называется *двухэлектродной электронной лампой* или *вакуумным диодом*. Ее схематическое изображение показано на рис. 139.

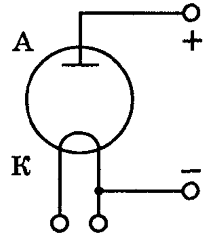


Рис. 139

Если на катод диода подать плюс, а на анод — минус, то анод станет отталкивать термоэлектроны, а катод их притягивать обратно, поэтому ток прекратится. Свойство диода пропускать ток, только когда потенциал анода выше потенциала катода, и не пропускать, когда наоборот, используется для выпрямления переменного тока.

Тема 8. Магнетизм

***Магнитное поле** — это форма материи, окружающей движущиеся электрические заряды.* Магнитное поле окружает проводники с током.

Ниже приведены основные формулы магнетизма

Формулы индукции магнитного поля

$$211)\ B = \frac{M_{max}}{I \cdot S}$$

$$212)\ B = \frac{F_{max}}{I \cdot l}$$

Здесь B — индукция магнитного поля (Тл), M_{max} — максимальный момент сил, вращающих контур с током в магнитном поле (Н • м), I — сила тока в контуре (А), S — площадь контура (м^2), F_{max} — максимальная сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле (Н), l — длина проводника в магнитном поле (м).

Формула силы Ампера

$$213)\ F_A = BI\,l \sin\alpha$$

Здесь F_A — сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле (Н), B — индукция магнитного поля (Тл), I — сила тока в проводнике (А), l — длина проводника в магнитном поле (м), α — угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции (рад).

Формула момента сил, вращающих контур с током в магнитном поле

$$214)\ M = BI\,S\,\sin\alpha$$

Здесь M — момент сил, вращающих контур с током в магнитном поле (Н · м), B — индукция магнитного поля (Тл), I — сила тока в контуре (А), S — площадь контура (м^2), α — угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции (рад).

Формула силы Лоренца, действующей на заряд, движущийся в магнитном поле

$$215)\ F_{Л} = Bqv\sin\alpha$$

Здесь $F_{Л}$ — сила Лоренца, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле (Н), B — индукция магнитного поля (Тл), q — заряд (Кл), v — скорость заряда (м/с), α — угол между векторами магнитной индукции и скорости (рад).

Формула магнитного потока

$$216)\ \Phi = BS\cos\alpha$$

$$217)\ \Phi = LI$$

Здесь Φ — магнитный поток сквозь поверхность (Вб), S — площадь поверхности (м^2), α — угол между нормалью к поверхности и вектором магнитной индукции (рад), L — индуктивность контура (Гн), I — сила тока в контуре (А).

Формула ЭДС электромагнитной индукции

$$218)\ \mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N$$

$$219)\ \mathcal{E}_i = -\Phi' N$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции в контуре (В), $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ — скорость изменения магнитного потока, пересекающего контур (Вб/с), N — число витков в контуре (безразмерное), Φ' — первая производная магнитного потока по времени (Вб/с).

Формула ЭДС индукции в проводнике, движущемся поступательно в магнитном поле

$$220)\ \mathcal{E}_i = Bvl\sin\alpha$$

$$221)\ \mathcal{E}_{i\max} = Bvl$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции в проводнике (В), B — индукция магнитного поля (Тл), v — скорость проводника в магнитном поле (м/с), l — длина проводника в магнитном поле (м), α — угол между векторами скорости и магнитной индукции (рад), $\mathcal{E}_{i\max}$ — максимальная ЭДС индукции, когда проводник движется перпендикулярно линиям магнитной индукции.

Формула ЭДС индукции в контуре, вращающемся в магнитном поле

$$222)\ \mathcal{E}_i = B\omega SN\sin\alpha$$

$$223)\ \mathcal{E}_{i\max} = B\omega SN$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции во вращающемся контуре (В), B — индукция магнитного поля (Тл), ω — угловая скорость вращения (рад/с), S — площадь контура, N — число витков в контуре (безразмерное), α — угол между вектором индукции и нормалью к плоскости контура, $\mathcal{E}_{i\max}$ — максимальная ЭДС индукции, когда угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции равен 90^0, т. е. когда плоскость контура параллельная линиям магнитной индукции.

Формула ЭДС самоиндукции

$$224)\ \mathcal{E}_S = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$225)\ \mathcal{E}_S = -LI'$$

Здесь $\mathcal{E}_S$ — ЭДС самоиндукции в контуре (В), L — индуктивность контура (Гн), $\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ — скорость изменения силы тока в контуре (А/с).

Формула магнитной проницаемости магнетика

$$226)\ \mu = \frac{B}{B_0}$$

Здесь μ — магнитная проницаемость магнетика (безразмерная), B — индукция магнитного поля в магнетике (Тл), B_0 — индукция магнитного поля в вакууме (Тл).

Формула энергии магнитного поля

$$227)\ W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}$$

Здесь $W_{\text{м}}$ — энергия магнитного поля (Дж), L — индуктивность контура (Гн), I — сила тока в контуре (А).

Силовой характеристикой магнитного поля является магнитная индукция.

Магнитная индукция *B — это величина, равная отношению максимального момента силы, вращающей контур с током в магнитном поле, к силе тока в этом контуре и его площади* (формула 211).

Другое определение магнитной индукции: ***магнитная индукция*** *— это величина, равная отношению максимальной силы, действующей на проводник с током в магнитном поле, к силе тока в нем и длине этого проводника в магнитном поле* (формула 212).

Магнитная индукция — векторная величина. Вектор магнитной индукции совпадает по направлению с положительной нормалью n к плоскости контура. За направление положительной нормали $\vec{n}$ принято направление поступательного движения правого винта (буравчика), когда его головка вращается по току в контуре.

Правым винтом может служить ваша правая рука. Если свернуть четыре пальца правой руки в направлении тока в контуре, то большой палец, отставленный на 90^0, покажет направление положительной нормали и вектора магнитной индукции (рис. 140).

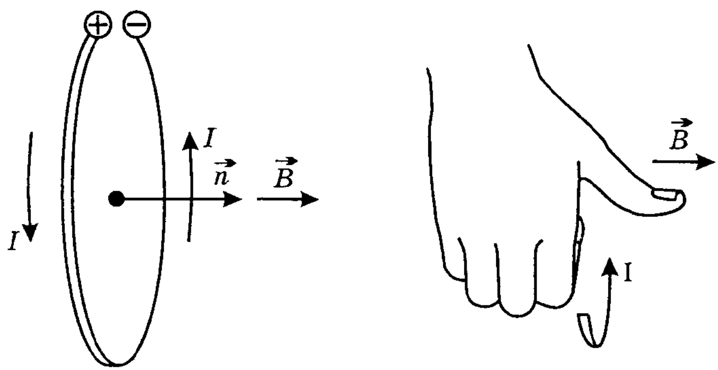


Рис. 140

Единица магнитной индукции в СИ — *тесла* (Тл). Выразим тесла через основные единицы СИ:

$$Тл = \frac{Н}{А \cdot м} = \frac{кг \cdot м}{с^2 \cdot А \cdot м} = кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}.$$

Магнитное поле изображают графически с помощью магнитных силовых линий или линий магнитной индукции.

***Линией магнитной индукции** называют линию, в каждой точке которой вектор магнитной индукции направлен по касательной* (рис. 141).

В природе не существует магнитных зарядов, поэтому *линии магнитной индукции всегда замкнуты*. Магнитное поле является *вихревым*, в отличие от *потенциального* электростатического поля, линии которого всегда разомкнуты, т. к. начинаются и оканчиваются на электрических зарядах.

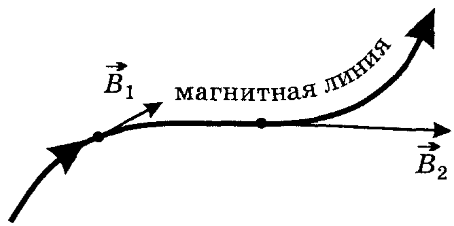


Рис. 141

Линии магнитной индукции охватывают проводники с током. Линии магнитной индукции поля прямого тока представляют собой концентрические окружности с центром на проводнике с током (рис. 142). Их направление можно определить с помощью правого винта (или с помощью вашей правой руки: если большой палец правой руки направить по направлению тока в проводнике, то четыре загнутых пальца покажут направление линии магнитной индукции). По мере удаления от проводника с током индукция магнитного поля этого тока уменьшается.

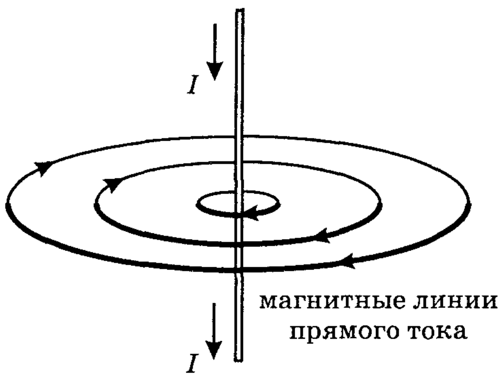


Рис. 142

Линии магнитной индукции поля кругового тока показаны на рис. 143. Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ на рис. 143 направлен от нас за чертеж. На рис. 143 его направление обозначено в центре кружком с крестиком, как будто стрелка улетает от нас, и мы видим ее конец. А если стрелка вектора магнитной индукции направлена от чертежа к нам, то направление вектора $\vec{B}$ изображается кружком с точкой в центре. Направление вектора магнитной индукции в центре кругового тока можно определить с помощью правого винта или вашей правой руки: если четыре

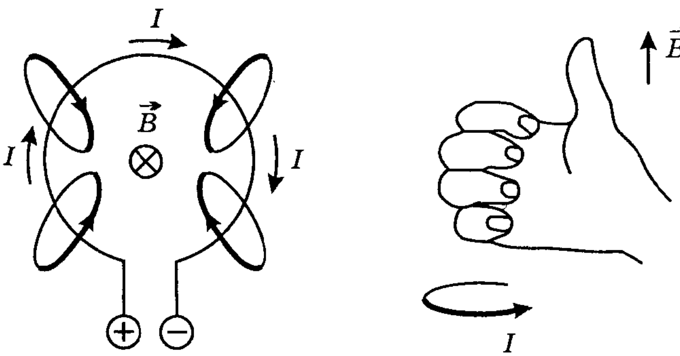


Рис. 143

пальца правой руки завернуть по току в контуре, то отставленный на 90^0 большой палец покажет направление вектора магнитной индукции.

Магнитное поле, в каждой точке которого вектор магнитной индукции одинаков, называется *однородным*. Линии магнитной индукции однородного поля представляют собой прямые, расположенные на одинаковом расстоянии друг от друга. Чем гуще они располагаются, тем больше магнитная индукция.

Примером однородного магнитного поля является магнитное поле внутри длинного *соленоида* — катушки с током (рис. 144, а).

Такое поле снаружи подобно магнитному полю полосового магнита (рис. 144, б). Вне магнита линии магнитной индукции выходят из северного полюса N и входят в его южный полюс S. Магнитное поле полосового магнита наибольшее на его полюсах, а в центре его магнитная индукция равна нулю. Поэтому, если ненамагниченный железный стержень поднести к любому из полюсов полосового магнита, то он к ним притянется, а если его поднести к середине магнита — то нет.

Одноименные полюса двух полосовых магнитов оттталкиваются, а разноименные притягиваются.

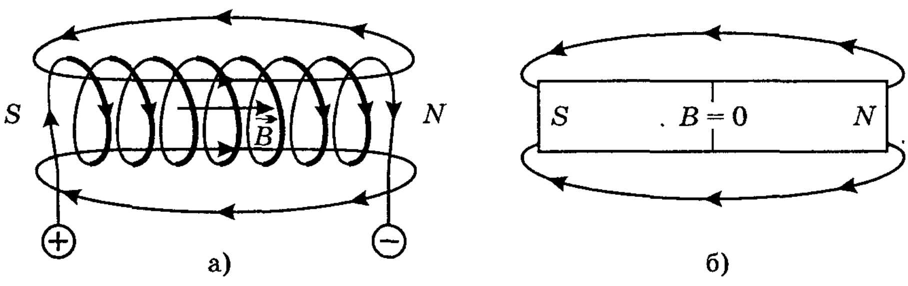


Рис. 144

Внутри соленоида линии магнитной индукции, наоборот, направлены от южного полюса S к северному N, поскольку они замкнуты. На его полюсах и вне соленоида магнитное поле становится неоднородным.

Полярность соленоида можно определить так: если, повернув к себе соленоид торцом, вы видите, что по последнему витку ток течет по часовой стрелке, то это южный полюс соленоида, а если против — то северный. На рис. 144 по левому концу соленоида ток течет по часовой стрелке, поэтому это южный полюс, а правый — северный. Направление вектора магнитной индукции внутри соленоида можно определить по правилу правого винта или с помощью вашей правой руки: если четыре пальца правой руки свернуть в направлении тока в витках соленоида, то отставленный на 90^0 большой палец покажет направление вектора $\vec{B}$ внутри соленоида.

Однородным можно также считать магнитное поле между двумя разноименными полюсами двух полосовых магнитов (рис. 145).

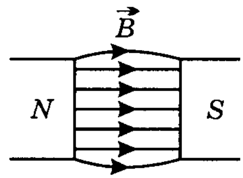


Рис. 145

Если в однородное поле внести рамку $abcd$ с током силой I, расположив ее плоскость параллельно линиям магнитной индукции (рис. 146, а), то на стороны рамки ab и cd, перпендикулярным линиям магнитной индукции, будет действовать пара сил Ампера $\vec{F}_A$, которая создаст *максимальный вращающий момент сил* M_{max}.

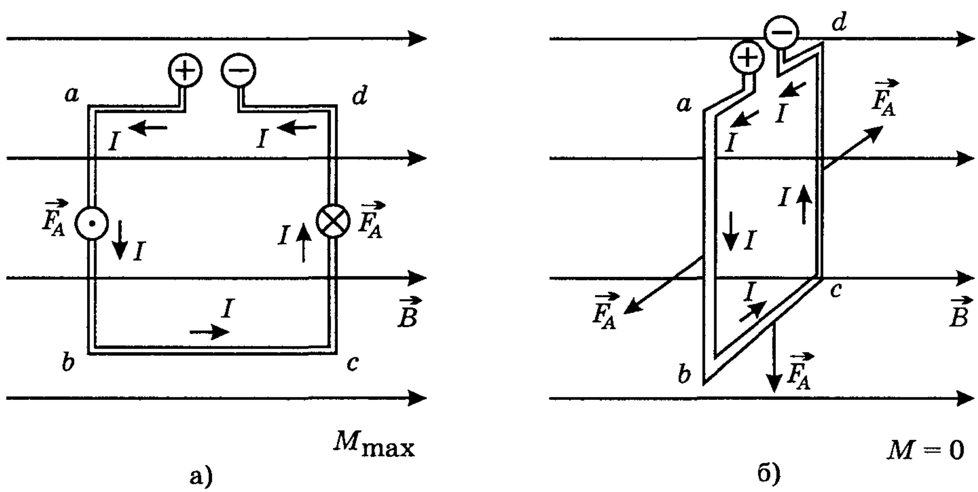


Рис. 146

Как это следует из формулы 211), этот *момент сил* будет равен произведению индукции магнитного поля, силы тока в ней и ее площади:

$$M_{max} = BIS.$$

При этом на стороны рамки *dc* и *ad*, параллельные линиям магнитной индукции, силы Ампера действовать не будут, и их вращающий момент будет равен нулю. Под действием пары сил Ампера рамка *abcd* повернется так, что ее плоскость окажется перпендикулярной линиям магнитной индукции (рис. 146, б). Теперь силы Ампера будут действовать на все стороны рамки, т. к. все они окажутся перпендикулярными линиям магнитной индукции. Но вращать рамку они не будут, а будут ее растягивать, т. к. все их векторы лежат в плоскости рамки, и их вращающий момент сил будет равен нулю.

Если между нормалью к плоскости рамки или контура и вектором магнитной индукции будет угол α, то вращающий эту рамку (контур) момент сил можно определить по формуле 214):

$$M = BI\,S\,sin\,\alpha.$$

На проводник с током в магнитном поле действует *сила Ампера*, которую можно определить по формуле 213):

$$F_{А} = BI\,l\,sin\,\alpha.$$

Из этой формулы следует, что, когда проводник перпендикулярен вектору магнитной индукции, то *сила Ампера* максимальна, а когда параллелен — она на проводник не действует.

Направление силы Ампера можно определить по правилу левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы линии магнитной индукции входили в нее, а четыре вытянутых пальца направить по току в проводнике, то большой палец, отставленный на 90^0, покажет направление силы Ампера (рис. 147).

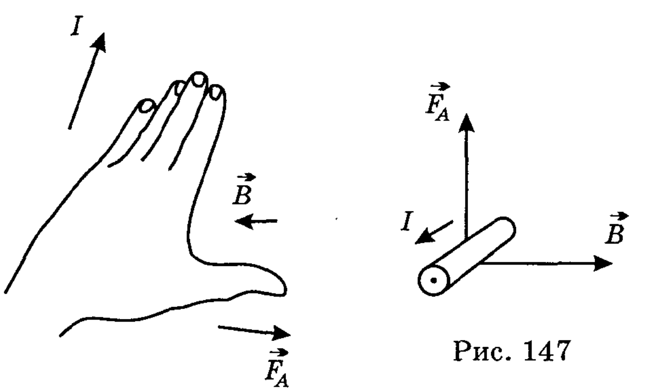


Рис. 147

Два параллельных прямых проводника с токами, текущими в одном направлении, притягиваются друг к другу, а если токи по ним текут в противоположных направлениях, то отталкиваются друг от друга.

Если на проводник с током в магнитном поле, кроме силы Ампера, действуют и другие силы, то при решении подобных задач удобно применять законы Ньютона. Если проводник с током в магнитном поле под действием всех приложенных сил покоится или движется равномерно и прямолинейно, то изобразите все эти силы на чертеже и модули противоположно направленных сил приравняйте друг другу. Например, проводник под действием приложенных к нему сил тяжести и Ампера неподвижно висит в магнитном поле (рис. 148).

Начните решение этой задачи с равенства $mg = F_A$, где $F_A = BIl$, и т. д.

Если под действием приложенных сил проводник с током движется в магнитном поле с ускорением, то примените второй закон Ньютона. Например, на проводник в магнитном поле действуют неуравновешенные сила Ампера и сила трения (рис. 149).

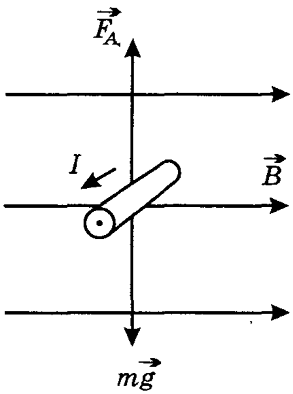


Рис. 148

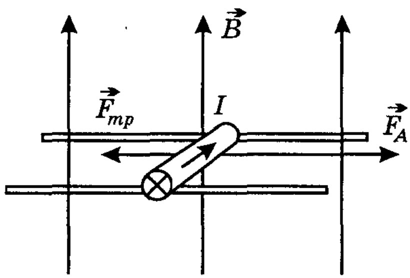


Рис. 149

В таком случае решение задачи можно начать с равенства:

$$ma = F_A - F_{тр}.$$

Если проводник с током висит на нитях, и они отклонились в магнитном поле на угол φ (рис. 150), то можно начинать с равенства

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{F_A}{mg},$$

или если идет речь о силе натяжения нити, то можно применить теорему Пифагора:

$$(2F_H)^2 = (mg)^2 + F_A^2 \quad \text{или}$$
$$F_A = 2F_H \sin\varphi \quad \text{и т. п.}$$

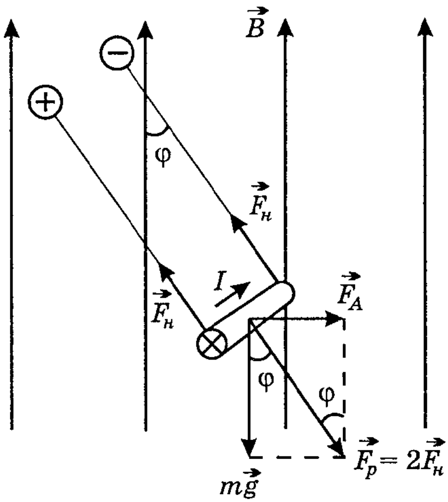


Рис. 150

На заряд, движущийся в магнитном поле, действует *сила Лоренца*, которую определяет формула 215):

$$F_Л = Bqv \sin\alpha.$$

Если вектор скорости заряда перпендикулярен линиям магнитной индукции, то заряд движется по окружности, охватывающей эти линии. Если при этом на заряд действует только одна сила Лоренца, то она направлена по радиусу к центру окружности O (рис. 151) и равна произведению массы заряженной частицы m и ее центростремительного ускорения a, поэтому решение задачи удобно начинать с формулы второго закона Ньютона

$$ma_ц = F_Л, \quad \text{где} \quad F_Л = Bqv,$$

$$a \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \quad \text{и т. д.}$$

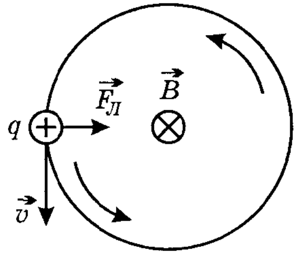


Рис. 151

Сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно перемещению заряженной частицы в магнитном поле. Поэтому работы перемещения она не совершает, и значит, кинетическая энергия частицы, движущейся в магнитном поле под действием только силы Лоренца, не изменяется.

Направление силы Лоренца можно определить по *правилу левой руки*: если ладонь левой руки расположить так, чтобы магнитные линии входили в нее, а четыре вытянутых пальца направить по направлению движения положительного заряда (или против направления отрицательного заряда), то большой палец, отставленный на 90^0, покажет направление силы Лоренца (рис. 152).

Если между вектором скорости заряженной частицы $\vec{v}$ и линией магнитной индукции есть угол α, то частица движется по винтовой линии, охватывающей линии магнитной индукции (рис. 153).

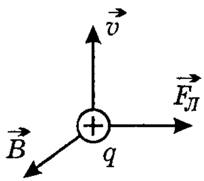


Рис. 152

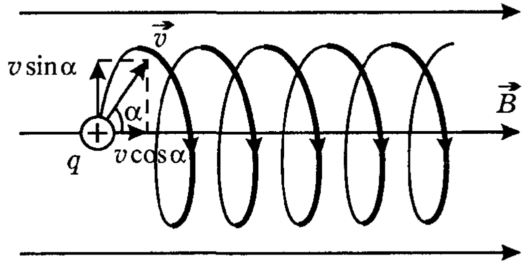


Рис. 153

При этом ее движение можно рассматривать как движение по окружности с линейной скоростью $v\sin\alpha$ и равномерное перемещение в направлении линии магнитной индукции со скоростью $v\cos\alpha$. Расстояние x, пройденное вдоль линии магнитной индукции за время одного оборота частицы вокруг магнитных линий (за период T), называется *шагом винта.* Шаг винта можно определить по формуле равномерного движения со скоростью $v\cos\alpha$ в течение времени T:

$$x = vT\cos\alpha.$$

Если заряженная частица движется одновременно и в электрическом, и в магнитном полях, то действующая на нее сила равна векторной сумме сил, электрической и Лоренца. Если под действием только этих сил она движется равномерно и прямолинейно, т. е. с постоянной скоростью (рис. 154), значит, силы, электрическая и Лоренца, уравновешивают друг друга — т. е. они равны по модулю и противоположны по направлению:

$$F_{эл} = F_{л}, \quad \text{где} \quad F_{эл} = qE \quad \text{и} \quad F_{л} = Bqv \quad \text{и т. д.}$$

Магнитным потоком сквозь некоторую площадку S в однородном магнитном поле называют величину, определяемую по формуле 216):

$$\Phi = BS\cos\alpha.$$

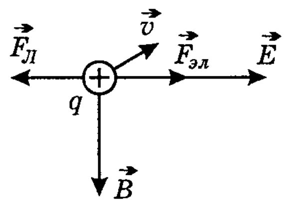


Рис. 154

Если линии магнитной индукции перпендикулярны площадке S, то магнитный поток сквозь нее максимален (рис. 155, а). Если площадка параллельна линиям магнитной индукции, то они скользят по площадке, не пересекая ее, поэтому магнитный поток сквозь площадку равен нулю (рис. 155, б). Если линии магнитной индукции пересекают площадку под углом α к нормали $\vec{n}$ (рис. 155, в), то магнитный поток определяем по формуле 216).

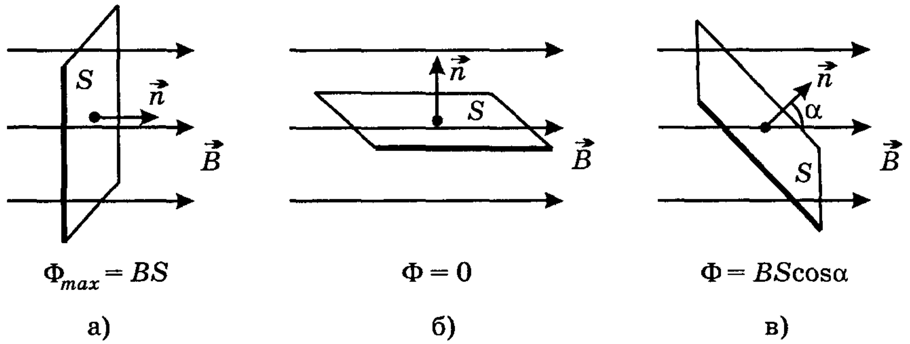


Рис. 155

Магнитный поток численно равен количеству линий магнитной индукции, пересекающих площадку S.

Магнитный поток — скалярная алгебраическая величина, т. е. он может быть положительным и отрицательным. Если магнитные линии выходят из площадки S, то магнитный поток положительный, а если входят — то он отрицательный. Магнитный поток сквозь замкнутую поверхность всегда равен нулю, потому что сколько линий магнитной индукции входит в любую замкнутую поверхность, столько же и выходит, ведь магнитных зарядов, которые могли бы стать источниками новых линий магнитной индукции, в природе не существует.

Единица магнитного потока в СИ — *вебер* (Вб). Выразим вебер через основные единицы СИ:

Вб = Тл · м^2 = кг · м^2 · с$^{-2}$ · А$^{-1}$.

Если магнитный поток, пересекающий проводящий контур, изменяется, в контуре возникает *индукционный* электрический ток. Это явление называется электромагнитной индукцией.

***Электромагнитная индукция** — это возникновение индукционного тока в замкнутом контуре при всяком изменении магнитного потока, пересекающего этот контур.*

Магнитный поток изменяется при изменении любой из величин, входящих в формулу магнитного потока $\Phi = BS\cos\alpha$. При этом в контуре возникает *ЭДС электромагнитной индукции* $\mathcal{E}_i$.

***Закон Фарадея для электромагнитной индукции**: ЭДС индукции, возникающая в контуре при изменении магнитного потока, пересекающего этот контур, равна по модулю скорости изменения магнитного потока* (формула 218):

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N.$$

Формула 218) применима к случаю, когда за одинаковое время Δt магнитный поток изменяется на одинаковую величину $\Delta\Phi$, т. е. когда скорость изменения магнитного потока $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ постоянна. Если же скорость изменения магнитного потока меняется произвольно, например, при вращении контура в магнитном поле, когда угол α в формуле магнитного потока $\Phi = BS\cos\alpha$ то увеличивается, то уменьшается, формула 218) применима только для определения средней ЭДС индукции за время Δt. Если при этом требуется определить мгновенную ЭДС индукции, то следует применять формулу 219):

$$\mathcal{E}_i = -\Phi' N.$$

Если за время Δt изменилась индукция магнитного поля на $\Delta B = B_2 - B_1$, то изменение магнитного потока $\Delta\Phi = \Delta BS\cos\alpha$. Если за это время изменилась площадь контура на $\Delta S = S_2 - S_1$, то $\Delta\Phi = B\Delta S\cos\alpha$. Если меняется угол α, то, как правило, надо брать производную магнитного потока в соответствии с формулой 219).

Если прямой проводник пересекает магнитные линии, двигаясь поступательно, то для определения ЭДС индукции, возникающей в нем, применяем формулы 220) или 221):

$$\mathcal{E}_i = Bvl\sin\alpha \quad \text{или} \quad \mathcal{E}_{i\max} = Bvl.$$

Если контур равномерно вращается в магнитном поле, то для определения ЭДС индукции применяем формулы 222) или 223):

$$\mathcal{E}_i = B\omega SN\sin\alpha \quad \text{или} \quad \mathcal{E}_{i\max} = B\omega SN.$$

Если в условии задачи идет речь о заряде, прошедшем через поперечное сечение контура, при прохождении по нему индукционного тока, то можно воспользоваться формулой силы тока 165)

$$I = \frac{q}{t},$$

из которого следует:

$$q = I_i\Delta t\ ,$$

где в соответствии с законом Ома $I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$.

Если сказано, что контур в магнитном поле повернули на 180^0, то примите $\alpha_1 = 0^0$, а $\alpha_2 = 180^0$. Тогда

$$\Delta\Phi = BS\cos\alpha_2 - BS\cos\alpha_1 = BS\left(\cos 180^0 - \cos 0^0\right) = -2BS,$$

т. к. $\cos 180^0 = -1$, а $\cos 0^0 = 1$.

Направление индукционного тока в контуре определяет правило Ленца.

***Правило Ленца**: индукционный ток всегда направлен так, что своим магнитным полем он препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот ток.*

Это надо понимать так: при возникновении индукционного тока I_i вокруг него появляется его собственное магнитное поле B_i. И если внешнее магнитное поле индукцией B увеличивается, то вектор индукции магнитного поля индукционного тока $\vec{B}_i$ направлен против вектора $\vec{B}$ внешнего магнитного поля, а если внешнее поле убывает, то вектор $\vec{B}_i$ направлен в сторону вектора $\vec{B}$. При этом направление вектора $\vec{B}_i$ связано с направлением индукционного тока правилом правого винта.

На рис. 156, а) внешнее магнитное поле индукцией B возрастает, поэтому его изменение $\Delta B > 0$. При этом в контуре возникает индукционный ток, магнитное поле которого $\vec{B}_i$ противодействует нарастанию внешнего магнитного поля, согласно правилу Ленца. Поэтому вектор магнитной индукции $\vec{B}_i$ поля индукционного тока будет направлен против вектора индукции $\vec{B}$ внешнего магнитного поля. Направление индукционного тока связано с направлением вектора $\vec{B}_i$ правилом правого винта, применив которое, убедимся, что индукционный ток крутится по часовой стрелке.

Если внешнее магнитное поле убывает, то $\Delta B < 0$, и, по правилу Ленца, индукционный ток своим магнитным полем препятствует его уменьшению. Теперь векторы $\vec{B}$ и $\vec{B}_i$ направлены в одну сторону, поэтому и направление индукционного тока в контуре изменилось на противоположное (рис. 156, б).

Когда по контуру пропускают ток, то вокруг контура возникает магнитное поле, индукция которого пропорциональна силе тока в контуре. Согласно формуле магнитного потока $\Phi = BS \cos \alpha$ магнитный поток пропорционален индукции магнитного поля. Вот и получается, что

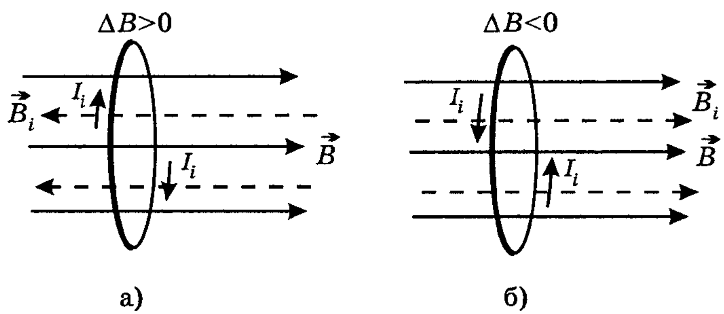


Рис. 156

магнитный поток сквозь контур прямо пропорционален силе тока, текущего в этом контуре (формула 217):

$$\Phi = LI.$$

Коэффициент пропорциональности L между магнитным потоком и силой тока в контуре называется *индуктивностью* контура. Индуктивность контура зависит от свойств самого контура: от его формы, размеров, числа витков, наличия сердечника и материала, из которого изготовлен сердечник.

Единица индуктивности в СИ — *генри* (Гн). Выразим генри через основные единицы СИ (в соответствии с формулой 217):

$$\text{Гн} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}$$

Если ток в контуре по какой-то причине станет изменяться, то вместе с ним будет изменяться и магнитное поле этого тока. При этом станет изменяться и магнитный поток, создаваемый этим магнитным полем. В результате в контуре возникнет индукционный ток, вызванный изменением тока, текущего в контуре. Этот индукционный ток называется *током самоиндукции*, а его возникновение — *явлением самоиндукции*.

При самоиндукции в контуре действует *ЭДС самоиндукции* $\mathcal{E}_S$, тем большая, чем быстрее изменяется сила тока в контуре. Величина *ЭДС* самоиндукции определяется формулой 224)

$$\mathcal{E}_S = -L\frac{\Delta I}{\Delta t},$$

когда сила тока изменяется за одинаковое время на одинаковую величину. При произвольном изменении силы тока ЭДС самоиндукции в формуле 224) есть средняя ЭДС самоиндукции за время Δt. Для нахождения мгновенной ЭДС самоиндукции в этом случае следует пользоваться формулой 225):

$$\mathcal{E}_S = -LI'.$$

Если ток I в контуре увеличивается, то возникший вследствие этого ток самоиндукции I_S, по правилу Ленца, будет стремиться помешать этому увеличению, поэтому ток самоиндукции будет направлен против тока I, а если ток I будет уменьшаться, то ток самоиндукции I_S будет направлен в ту же сторону, что и ток I . Вследствие этого выключатели и рубильники, находящиеся под большим напряжением, искрят именно в момент выключения тока, т. к. тогда токи I и I_S направлены в одну сторону, и поэтому результирующий ток равен их сумме.

Все вещества в природе, будучи внесенными в магнитное поле, намагничиваются, т. е. изменяют свои свойства, поэтому все вещества являются *магнетиками.* Но намагничиваются они по-разному. Сильнее других намагничиваются вещества, содержащие железо, поэтому они называются *ферромагнетиками.* Основное свойство ферромагнетиков — сохранять намагниченность и после того, как магнитное поле исчезнет.

Величина, показывающая, во сколько раз индукция магнитного поля в магнетике больше индукции магнитного поля в вакууме, называется *магнитной проницаемостью м* этого вещества (формула 226):

$$\mu = \frac{B}{B_0}.$$

Магнитная проницаемость большинства веществ близка к единице, тогда как магнитная проницаемость ферромагнетиков достигает очень большой величины.

При нагревании магнитные свойства ферромагнетиков ухудшаются. И при достижении некоторой высокой температуры они могут полностью размагнититься. Эта температура называется *точкой Кюри* данного ферромагнетика.

Магнитное поле обладает энергией. Величину энергии магнитного поля тока определяет формула 227):

$$W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}.$$

Проверочный экзамен к разделу III. «Электромагнетизм»

Часть А

А1. Какой из четырех графиков на рис. 157 соответствует зависимости силы взаимодействия двух точечных зарядов от расстояния между ними?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

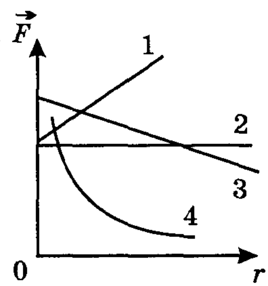


Рис. 157

А2. Во сколько раз изменится сила взаимодействия двух точечных зарядов, если один из них уменьшить в 4 раза, а второй увеличить в 2 раза?

1) увеличится в 2 раза 2) уменьшится в 2 раза
3) уменьшится в 8 раз 4) увеличится в 6 раз

А3. Расстояние от точки поля до заряда увеличили в 3 раза. При этом напряженность поля этого заряда в данной точке

1) увеличилась в 3 раза 2) уменьшилась в 6 раз
3) уменьшилась в 3 раза 4) уменьшилась в 9 раз

А4. Заряд 50 нКл пролетел расстояние между точками с разностью потенциалов 200 В. При этом его кинетическая энергия изменилась на

1) 25 мДж 2) 100 мкДж 3) 10 мкДж 4) 1 мДж

А5. В вершинах квадрата расположены 4 одинаковых по модулю точечных заряда с разными знаками (рис. 158). Вектор напряженности в центре квадрата направлен, куда показывает стрелка

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

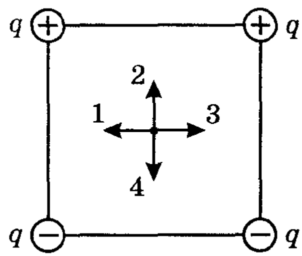


Рис. 158

А6. Единица емкости выражена через основные единицы СИ верно под номером

1) кг $\cdot$ м^2 $\cdot$ с$^{-2}$ $\cdot$ А$^{-2}$ 2) кг$^{-1}$ $\cdot$ м$^{-2}$ $\cdot$ с^4 $\cdot$ А^2

3) кг $\cdot$ м$^{-2}$ $\cdot$ с^2 $\cdot$ А 4) кг^2 $\cdot$ м $\cdot$ с$^{-4}$ $\cdot$ А^3

А7. Расстояние между обкладками конденсатора уменьшили в 4 раза, не отключая его от источника зарядов. При этом напряжение на обкладках конденсатора

1) увеличилось в 2 раза 2) увеличилось в 4 раза

3) не изменилось 4) уменьшилось в 4 раза

А8. Общая емкость батареи конденсаторов, изображенной на рис. 159, равна

1) 2 мкФ 2) 6 мкФ 3) 8 мкФ 4) 16 мкФ

А9. В однородном электрическом поле напряженностью 10 В/м заряд 5 мкКл перемещен между точками 1 и 2 (рис. 160). Расстояние между точками 4 см. Совершенная при этом работа равна

1) 2 мкДж 2) 10 мкДж 3) 0,2 мкДж 4) 0

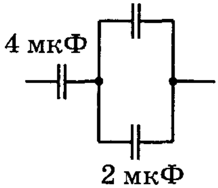


Рис. 159

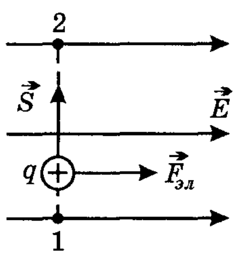


Рис. 160

А10. Расстояние между обкладками конденсатора увеличили в 3 раза, предварительно отключив его от источника зарядов. При этом энергия электрического поля конденсатора

1) не изменилась 2) уменьшилась в три раза
3) увеличилась в 3 раза 4) увеличилась в 9 раз

А11. Сколько электронов проходит через поперечное сечение проводника за 8 мкс при силе тока 2 мА?

1) $2 \cdot 10^{10}$ 2) $1 \cdot 10^{11}$ 3) $1{,}6 \cdot 10^{12}$ 4) $3{,}2 \cdot 10^{9}$

А12. При увеличении вдвое напряжения на проводнике и уменьшении вдвое его длины сила тока в нем

1) уменьшится вдвое 2) не изменится
3) увеличится в 4 раза 4) увеличится вдвое

А13. Сопротивление амперметра 6 мОм, максимальная сила тока, на которую он рассчитан, 10 А. Чтобы можно было этим амперметром измерять токи силой до 50 А, к нему надо подключить шунт сопротивлением

1) 1,5 мОм 2) 3 мОм 3) 6,5 мОм 4) 24 мОм

А14. Сопротивление вольтметра 10 Ом, максимальное напряжение, на которое он рассчитан, 10 В. Чтобы измерить этим вольтметром напряжения до 200 В, к нему надо подключить добавочное сопротивление

1) 50 Ом 2) 240 Ом 3) 190 Ом 4) 2000 Ом

А15. Напряжение на зажимах источника 100 В, каждое из сопротивлений на рис. 161 равно 5 Ом. Сила тока в неразветвленном участке цепи равна

1) 5 А 2) 10 А
3) 20 А 4) 4 А

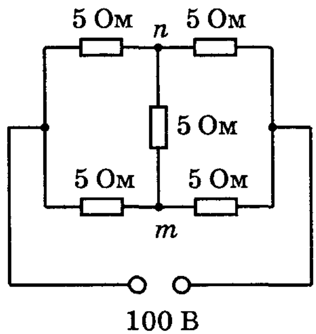


Рис. 161

А16. На рис. 162 изображен график зависимости силы тока от напряжения на резисторе. Угол наклона графика к оси напряжений равен 60^0. Сопротивление резистора примерно равно

1) 0,57 Ом 2) 1,7 Ом
3) 1 Ом 4) 1,4 Ом

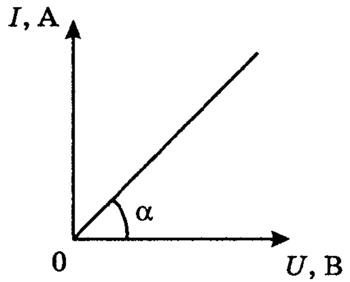


Рис. 162

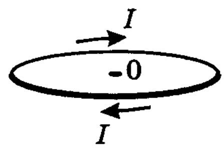


Рис. 163

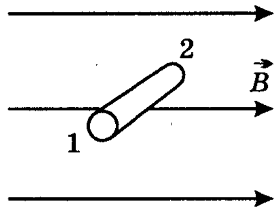


Рис. 164

А17. Длину спирали электроплитки укоротили вдвое. При включении электроплитки в ту же розетку, мощность тока в электроплитке

1) уменьшилась вдвое　　2) увеличилась в 4 раза
3) не изменилась　　4) увеличилась вдвое

А18. Если валентность примеси меньше валентности основного полупроводника, то носителями зарядов в нем будут

1) положительные ионы　　2) дырки
3) электроны　　4) отрицательные ионы

А19. На катоде за 1 мин выделилось 0,99 г меди. Электрохимический эквивалент меди равен 0,33 мг/Кл. Чему равна сила тока при электролизе?

1) 20 А　　2) 10 А　　3) 50 А　　4) 30 А

А20. При газовом разряде носителями зарядов являются

1) только электроны　　2) только положительные ионы
3) ионы обоих знаков　　4) ионы обоих знаков и электроны

А21. На рис. 163 изображен круговой контур с током. Вектор индукции магнитного поля этого тока в центре *O* контура направлен

1) вверх　　2) вниз　　3) влево　　4) вправо

А22. На рис. 164 изображен элемент проводника с током, неподвижно висящий в однородном магнитном поле индукцией *B*. Кроме силы тяжести на проводник действует сила Ампера, направленная

1) вверх, а ток в нем течет от конца 1 к концу 2
2) влево, а ток в нем течет от конца 1 к концу 2
3) вниз, а ток в нем течет от конца 2 к концу 1
4) вверх, а ток в нем течет от конца 2 к концу 1

А23. Заряженная частица массой m с зарядом q влетала в однородное магнитное поле индукцией B перпендикулярно магнитным линиям со скоростью v. Ускорение, с которым она стала двигаться в магнитном поле, равно

1) $\frac{Bq}{mv}$ 2) $\frac{Bqv}{m}$ 3) $\frac{mv}{Bq}$ 4) $\frac{Bqm}{v}$

А24. Единицей магнитной индукции в СИ является

1) генри 2) вольт 3) ватт 4) тесла

А25. Однородное магнитное поле индукцией 2 Тл пересекает поверхность площадью 40 см^2 под углом 30^0 к этой поверхности. Магнитный поток сквозь эту поверхность равен

1) 4 мВб 2) 6,8 мВб 3) 8 мВб 4) 3,4 мВб

А26. В однородном магнитном поле, направленном за чертеж (рис. 165), находится проводящий контур. В контуре возникнет индукционный ток, если контур будет двигаться

1) от наблюдателя за чертеж в направлении линий магнитной индукции
2) от чертежа к наблюдателю навстречу линиям магнитной индукции
3) в любом направлении в плоскости чертежа
4) поворачиваться вокруг любой из сторон контура

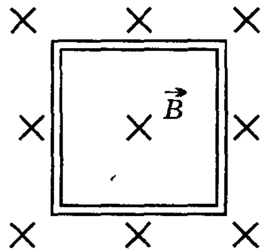


Рис. 165

А27. Прямой проводник длиной 50 см в однородном магнитном поле индукцией 5 Тл движется перпендикулярно линиям магнитной индукции. При этом на концах проводника возникает разность потенциалов 1В. Скорость движения проводника равна

1) 25 см/с 2) 40 см/с 3) 50 см/с 4) 2,5 см/с

А28. Проводящий контур находится в нарастающем магнитном поле, вследствие чего в контуре возникает индукционный ток, текущий против часовой стрелки (рис. 166). Вектор магнитной индукции этого поля направлен

1) от наблюдателя за чертеж
2) в плоскости чертежа вверх
3) в плоскости чертежа вниз
4) от чертежа к наблюдателю

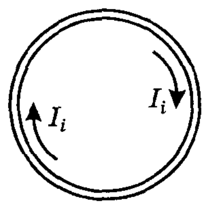


Рис. 166

А29. Когда по проводящему контуру течет ток силой 2 А, этот контур пересекает магнитный поток 8 Вб, созданный магнитным полем тока. Индуктивность этого контура равна

1) 16 Гн 2) 6 Гн 3) 4 Гн 4) 5 Гн

А30. Сила тока в соленоиде была равна 2 А. При увеличении ее на 3 А энергия магнитного поля соленоида увеличилась в

1) 1,5 раза 2) 2,5 раза 3) 6,25 раза 4) 4,5 раза

Часть В

В1. Какую разность потенциалов пролетел электрон по силовой линии однородного электрического поля, если его скорость увеличилась в 5 раз? Начальная скорость электрона 1 Мм/с, модуль его заряда $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, масса электрона $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. Ответ округлить до целых чисел.

В2. Между обкладками плоского конденсатора находится слюдяная пластинка с диэлектрической проницаемостью 6. Емкость конденсатора 10 мкФ, напряжение на его обкладках1 кВ. Какую работу надо совершить, чтобы вынуть пластинку из конденсатора, не отключая его от источника напряжения?

В3. К концам свинцовой проволоки длиной 2 м приложено напряжение 25 В. Начальная температура проволоки 10 ^{0}С. Через сколько времени проволока начнет плавиться? Температура плавления свинца 327 ^{0}С, его удельное сопротивление $1{,}7 \cdot 10^{-6}$ Ом $\cdot$ м, плотность свинца $11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3, его удельная теплоемкость 125 Дж/(кг$\cdot$К). Ответ округлить до десятых долей секунды.

В4. В проводящий круговой контур диаметром 16 см включен конденсатор емкостью 5 мкФ. Контур расположен в магнитном поле, равномерно изменяющемся со скоростью 4 мТл/с. Чему равен заряд конденсатора? Округлить до десятых долей нанокулона.

Часть С

С1. Горизонтальная равномерно и положительно заряженная плоскость создает однородное электрическое поле напряженностью $E = 5$ кВ/м. На нее с высоты $h = 2$ м бросают вниз с начальной скоростью $v_0 = 0{,}5$ м/с маленький шарик массой $m = 50$ г, несущий положительный заряд $q = 50$ нКл. Найти скорость шарика в момент удара о плоскость.

С2. Проводник емкостью 5 пФ заряжен до потенциала 0,5 кВ, а проводник емкостью 8 пФ заряжен до потенциала 0,8 кВ. Расстояние между проводниками велико по сравнению с их размерами. Какое количество теплоты выделится при соединении этих проводников проволокой?

С3. Какова должна быть ЭДС источника тока, изображенного на рис. 167, чтобы напряженность электрического поля между обкладками конденсатора была равна 6 кВ/м, если внутреннее сопротивление источника втрое меньше сопротивления каждого из резисторов? Расстояние между обкладками конденсатора равно 2 мм.

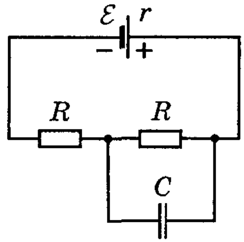


Рис. 167

С4. Сколько атомов меди осядет в течение 1 мин на квадратном катоде со стороной 20 см в процессе ее рафинирования (получения чистой меди из руды) при плотности тока 2 мА/мм^2? Электрохимический эквивалент меди 0,33 мг/Кл, ее молярная масса 0,064 кг/моль. Число Авогадро $6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

С5. Проводящий круговой контур диаметром 20 см, в который включен источник тока с ЭДС 8 мВ, расположен в плоскости чертежа (рис. 168). За чертеж направлено однородное магнитное поле. Индукция магнитного поля начала равномерно уменьшаться со скоростью 10 мТл/с. На сколько процентов изменилась мощность тока в контуре?

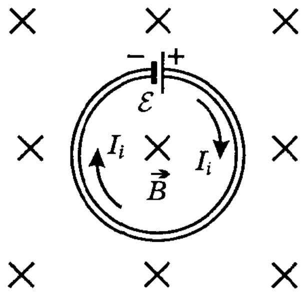


Рис. 168

С6. Соленоид с сопротивлением 10 Ом и индуктивностью 200 мГн имеет площадь витка 10 см^2. Соленоид помещен в магнитное поле, индукция которого равномерно увеличивается. Когда магнитная индукция увеличилась на 2 Тл, сила тока в соленоиде возросла на 40 мА. Какой заряд прошел при этом по соленоиду?

Ответы на задания проверочного экзамена к разделу III. «Электромагнетизм»

Часть А

А1. Согласно закону Кулона (формула 133) сила взаимодействия зарядов F обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними r. Следовательно, с увеличением расстояния между зарядами сила их взаимодействия нелинейно (по кривой) уменьшается.

Правильный ответ 4).

А2. Запишем закон Кулона до изменения зарядов:

$$F_1 = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

и после их изменения, когда первый заряд стал равен $\frac{q_1}{4}$, а второй — $2q_2$:

$$F_2 = k\frac{q_1 2q_2}{4r^2} = k\frac{q_1 q_2}{2r^2}.$$

Сравнивая эти формулы, мы видим , что сила F_2 вдвое меньше силы F_1. Значит, сила взаимодействия зарядов уменьшится вдвое.

Правильный ответ 2).

А3. Запишем формулу напряженности поля точечного заряда 135) для первого случая, когда расстояние от точки поля, где определялась напряженность, до заряда, было равно r, и для второго случая, когда оно стало равно $2r$:

$$E_1 = k\frac{q}{r^2} \quad \text{и} \quad E_2 = k\frac{q}{(3r)^2} = k\frac{q}{9r^2}.$$

Сравнивая эти формулы, мы видим, что во втором случае напряженность меньше в 9 раз.

Правильный ответ 4).

А4. Изменение кинетической энергии заряда ΔE_k происходит за счет работы перемещения заряда A в электрическом поле, поэтому $\Delta E_k = A$, где, как это следует из формулы 142) $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, поэтому

$\Delta E_k = q(\varphi_1 - \varphi_2) = 50 \cdot 10^{-9} \cdot 200$ Дж $= 10 \cdot 10^{-6}$ Дж $= 10$ мкДж.

Правильный ответ 3).

А5. Вектор напряженности направлен от положительного заряда к отрицательному. На рис. 169 изображен результирующий вектор $E_\text{р}$ напряженности поля всех четырех зарядов, равный векторной сумме напряженностей полей каждого заряда в отдельности. Как следует из чертежа, он направлен вниз.

Правильный ответ 4).

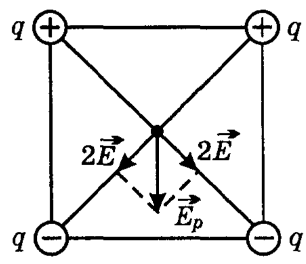


Рис. 169

А6. *Правильный ответ* 2) (см. краткую теорию к теме 6 «Электростатика»).

А7. Если конденсатор не отключали от источника зарядов, напряжение на его обкладках будет оставаться равным разности потенциалов на полюсах источника.

Правильный ответ 3).

А8. Общая емкость двух параллельных конденсаторов, согласно формуле 156, равна 2 · 2 мкФ = 4 мкФ. С ними конденсатор слева соединен последовательно, поэтому их общая емкость, согласно формуле 152), равна $\frac{4}{2}$ мкФ = 2 мкФ.

Правильный ответ 1).

А9. На заряд действует электрическая сила $F_{эл}$, перпендикулярная его перемещению $\vec{S}$. Работа перемещения определяется произведением модуля этой силы, модуля перемещения и косинуса угла между векторами силы и перемещения. Как следует из рис. 156, это угол равен 90^0, а $\cos 90^0 = 0$, поэтому и работа перемещения заряда в направлении, перпендикулярном силовым линиям электрического поля, всегда равна нулю.

Правильный ответ 4).

А10. Поскольку конденсатор отключили от источника зарядов, то при изменении расстояния d между его обкладками заряд на них сохранялся. При этом менялась емкость конденсатора C согласно формуле149)

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

Энергию конденсатора в этом случае лучше определять по формуле 162)

$$W = \frac{q^2}{2C}$$

или с учетом предыдущей формулы

$$W = \frac{q^2 d}{2\varepsilon_0 \varepsilon S}.$$

Отсюда видно, что при увеличении расстояния d в 3 раза энергия поля конденсатора тоже увеличится в 3 раза.

Правильный ответ 3).

А11. Согласно формулам 165) и 131)

$$I = \frac{q}{t} = \frac{Ne}{t}, \text{ откуда } N = \frac{It}{e}.$$

$$N=\frac{2\cdot10^{-3}\cdot8\cdot10^{-6}}{1,6\cdot10^{-19}}=10^{11}.$$

Правильный ответ 2).

А12. Согласно формулам 172) и 169)

$$I=\frac{U}{R}=\frac{US}{\rho l}.$$

Если напряжение увеличить вдвое и уменьшить вдвое длину, то сила тока увеличится в 4 раза.

Правильный ответ 3).

А13. Согласно формуле 179) сопротивление шунта равно:

$R_ш=\frac{R_А}{N-1}$, где в нашем случае $N=\frac{I}{I_A}=\frac{50\ \text{А}}{10\ \text{А}}=5.$

С учетом этого $R_Ш=\frac{6}{5-1}$ мОм $=1,5$ мОм.

Правильный ответ 1).

А14. Согласно формуле 180)

$R_{д.с.}=R_B\left(N-1\right)$, где $N=\frac{U}{U_B}=\frac{200\,B}{10\,B}=20.$

С учетом этого $R_{д.с.}$ = 10 (20 – 1) Ом = 190 Ом.

Правильный ответ 3).

А15. Так как в силу симметрии схемы потенциалы точек *m* и *n* одинаковы, то разность потенциалов на концах перемычки *mn*, равная напряжению на ней, равна нулю, поэтому ток через перемычку не пойдет, и ее можно из схемы убрать. Тогда мы получим эквивалентную схему, изображенную на рис. 170. Силу тока *I*, текущего по неразветвленной части цепи, можно найти по закону Ома для участка цепи (формула 172). Для этого нужно разделить напряжение *U* = 100 В на общее сопротивление всех четырех резисторов. Два одинаковых верхних резистора соединены последовательно, поэтому, согласно формуле 183), их общее сопротивление равно 2 · 5 Ом = 10 Ом. Общее сопротивление двух нижних таких же

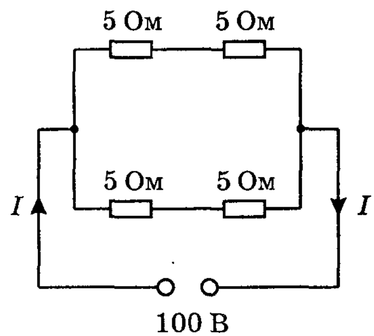


Рис. 170

последовательных резисторов тоже равно 10 Ом. А так как обе параллельные ветви с двумя последовательными резисторами имеют одинаковое сопротивление, то, согласно формуле 188, их общее сопротивление равно $\frac{10}{2}$ Ом $= 5$ Ом. Поэтому сила тока в неразветвленном участке цепи равна

$$I = \frac{100\text{ В}}{5\text{ Ом}} = 20\text{ А}.$$

Правильный ответ 3).

А16. Спроецируем любую точку M графика на ось напряжений. Получим прямоугольный треугольник OMP (рис. 171). В этом треугольнике сторона OP численно равна напряжению U, а сторона MP — силе тока I. Котангенс угла наклона графика к оси напряжений равен отношению прилежащего катета OP к противолежащему катету MP:

$\operatorname{ctg}\alpha \frac{OP}{MP} = \frac{U}{I} = R$, согласно формуле 172).

Следовательно, $R = \operatorname{ctg} 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0{,}57$ Ом.

Правильный ответ 1).

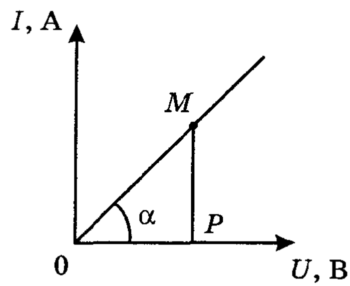


Рис. 171

А17. Поскольку спираль электроплитки включали в ту же розетку, напряжение на ней оставалось прежним. Поэтому мы воспользуемся формулами 201) и 169), согласно которым мощность тока в электроплитке P и ее сопротивление R соответственно равны:

$$P = \frac{U^2}{R} \text{ и } R = \rho\frac{l}{S}\text{, поэтому } P = \frac{U^2 S}{\rho l}.$$

Следовательно, если длину спирали l, стоящую в знаменателе дроби, уменьшили вдвое, то мощность тока P вдвое увеличится.

Правильный ответ 4).

А18. Если валентность примеси меньше валентности основного полупроводника, то носителями зарядов будут дырки.

Правильный ответ 2).

А19. Согласно формуле 209) $m = kIt$, откуда

$$I = \frac{m}{kt} = \frac{0{,}99 \cdot 10^{-3}}{0{,}33 \cdot 10^{-6} \cdot 60}\ \text{А} = 50\ \text{А}.$$

Правильный ответ 3).

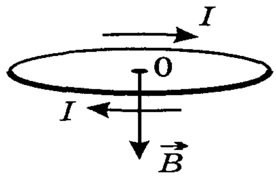


Рис. 172

А20. Носителями зарядов в газовом разряде являются ионы обоих знаков и электроны.

Правильный ответ 4).

А21. Свернем четыре пальца правой руки в направлении тока в контуре — по часовой стрелке — тогда большой палец, отставленный на 90^0, будет направлен туда же, куда и вектор магнитной индукции поля этого тока — вниз (рис. 172).

Правильный ответ 2).

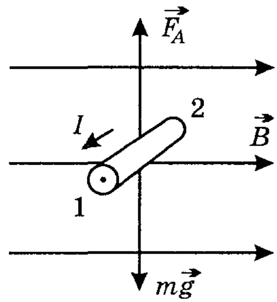


Рис. 173

А22. На висящий в магнитном поле проводник действует сила тяжести, направленная вниз (рис. 173). Поэтому она должна быть уравновешена направленной вверх силой Ампера. Применив правило левой руки — вектор $\vec{B}$ входит в ладонь левой руки, а ее четыре пальца направлены по току I, т. е. от чертежа к наблюдателю — убедимся, что ток в проводнике направлен от точки 2 к точке 1.

Правильный ответ 4).

А23. Заряженная частица, скорость которой направлена перпендикулярно магнитным линиям, движется по окружности с центростремительным ускорением, направленным по радиусу к центру окружности. По второму закону Ньютона произведение ее массы и центростремительного ускорения равно действующей на частицу силе Лоренца:

$$ma = F_л,$$

где, согласно формуле 215), при $\alpha = 90^0$

$$F_л = Bqv,$$

поэтому $ma = Bqv$, откуда

$$a = \frac{Bqv}{m}.$$

Правильный ответ 2).

А24. Единицей магнитной индукции в СИ является тесла (Тл).
Правильный ответ 4).

А25. Согласно формуле 216) $\Phi = BS\cos\alpha$ магнитный поток Φ равен произведению магнитной индукции B, площади поверхности S и косинуса угла α между вектором $\vec{B}$ и нормалью к плоскости $\vec{n}$. Но нам известен угол φ между вектором $\vec{B}$ и плоскостью. Из рис. 174 следует, что угол $\alpha = 90^0 - \varphi = 90^0 - 30^0 = 60^0$. С учетом этого

$\Phi = 2 \cdot 40 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 60^0$ Вб $= 4 \cdot 10^{-3}$ Вб $= 4$ мВб.

Правильный ответ 1).

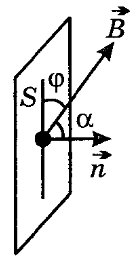


Рис. 174

А26. ЭДС индукции и индукционный ток в контуре возникают только тогда, когда изменяется магнитный поток сквозь рамку. Но если рамку двигать вдоль линий магнитной индукции вперед или назад или перемещать в однородном поле в плоскости чертежа, все равно куда, магнитный поток сквозь рамку будет оставаться постоянным. И только если вращать рамку вокруг любой из ее сторон, он станет меняться, и тогда в рамке возникнет индукционный ток.

Правильный ответ 4).

А27. ЭДС индукции, возникающая в поступательно движущемся в магнитном поле проводнике, равна разности потенциалов или напряжению на его концах. Из формулы 221) $\mathcal{E}_{i\max} = Bvl$ следует, что скорость поступательного движения проводника перпендикулярно магнитным линиям, равна

$$v = \frac{\mathcal{E}_{i\max}}{Bl} = \frac{U}{Bl} = \frac{1}{5 \cdot 0{,}5}\ \text{м/с} = 0{,}4\ \text{м/с} = 40\ \text{см/с}.$$

Правильный ответ 2).

А28. Применив правило правого винта, убедимся, что вектор магнитной индукции $\vec{B}_i$ поля индукционного тока направлен от наблюдателя за чертеж. Нам сказано, что магнитное поле, пересекающее контур, нарастает. Значит, по правилу Ленца, магнитное поле индукционного тока должно его ослаблять, поэтому вектор $\vec{B}_i$ должен быть направлен против вектора магнитной индукции $\vec{B}$ нарастающего поля. Следовательно,

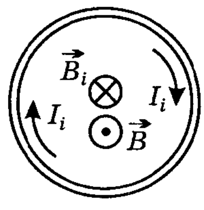


Рис. 175

вектор магнитной индукции нарастающего поля направлен от чертежа к наблюдателю (рис. 175).

Правильный ответ 4).

А29. Из формулы 217) $\Phi = LI$ следует, что индуктивность контура L равна отношению магнитного потока Φ к силе тока в контуре I:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{8}{2}\ \text{Гн} = 4\ \text{Гн}.$$

Правильный ответ 3).

А30. Энергия магнитного поля определяется формулой 227). До увеличения тока она была равна:

$$W_1 = \frac{LI_1^2}{2}, \quad \text{где } I_1 = 2\ \text{А}.$$

После увеличения тока сила тока стала равна 2 А + 3 А = 5 А.

При этом энергия магнитного поля стала

$$W_2 = \frac{LI_2^2}{2}, \text{ где } I_2 = 5\ \text{А}.$$

Разделим эти равенства друг на друга:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{LI_2^2 \cdot 2}{2 \cdot LI_1^2} = \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 6{,}25.$$

Правильный ответ 3).

Часть В

Задача В1

Дано:	*Решение*
$v = 5v_0$ $v_0 = 1$ Мм/с $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг	Работа перемещения электрона A в электрическом поле равна изменению его кинетической энергии:
$\varphi_1 - \varphi_2$ – ?	

$$A = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{m_e v_0^2}{2}.$$

Согласно условию $v = 5v_0$. Тогда $v^2 = 25v_0^2$.

С учетом этого запишем:

$$A = \frac{m_e \cdot 25v_0^2}{2} - \frac{m_e v_0^2}{2} = \frac{24 m_e v_0^2}{2} = 12 m_e v_0^2. \qquad (1)$$

Работу перемещения электрона можно выразить через разность потенциалов между точками перемещения с помощью формулы 142):

$$A = e(\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (2)$$

Приравняем правые части выражений (1) и (2) и из полученного уравнения найдем искомую разность потенциалов:

$$12m_e v_0^2 = e(\varphi_1 - \varphi_2), \qquad \text{откуда} \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{12m_e v_0^2}{e}.$$

Задача в общем виде решена. Выразим скорость в единицах СИ: 1 Мм/с = 1 · 10^6 м/с.

Подставим числа и вычислим:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{12 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{12}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \text{ В} = 68 \text{ В}.$$

Ответ: $\varphi_1 - \varphi_2 = 68$ В.

Задача В2

Дано:
$\varepsilon_1 = 6$
$C_1 = 10$ мкФ
$U = 1$ кВ
$\varepsilon_2 = 1$

A – ?

Решение

Как и в предыдущей задаче, работу можно определить через разность энергий конденсатора после и до вынимания слюдяной пластинки:

$$A = W_2 - W_1. \qquad (1)$$

Поскольку в этом процессе конденсатор не отключали от источника, напряжение на его обкладках сохранялось. Поэтому определим энергию конденсатора по формуле 161):

$$W_1 = \frac{C_1 U^2}{2} \qquad (2)$$

$$\text{и} \quad W_2 = \frac{C_2 U^2}{2}, \qquad (3)$$

где, согласно формуле 149), емкости конденсатора равны:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d} \qquad \text{и} \qquad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d}.$$

Нам известна емкость C_1, а емкость C_2 не дана. Но ее можно выразить через C_1 и диэлектрические проницаемости ε_1 и ε_2, если разделить эти равенства друг на друга:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S d}{d \varepsilon_0 \varepsilon_2 S} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \qquad \text{откуда } C_2 = C_1 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \qquad (4)$$

Подставим теперь правую часть равенства (4) в формулу (3):

$$W_2 = \frac{C_1 \varepsilon_2 U^2}{2\varepsilon_1}. \qquad (5)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2) и (5) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена:

$$A = \frac{C_1 \varepsilon_2 U^2}{2\varepsilon_1} - \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{C_1 U^2}{2}(\varepsilon_2 - 1),$$

ведь $\varepsilon_1 = 1$.

Выразим все величины в единицах СИ:

10 мкФ = $10 \cdot 10^{-6}$ Ф = $1 \cdot 10^{-5}$ Ф, 1 кВ = $1 \cdot 10^3$ В.

Подставим числа и вычислим:

$$A = \frac{1 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 10^3}{2}(6-1)\text{ Дж} = 0{,}025\text{ Дж} = 25\text{ мДж}$$

Ответ: A = 25 мДж.

Задача В3

Дано:
$l = 2$ м
$U = 25$ В
$t_1 = 10\ ^0$C
$t_2 = 327\ ^0$C
$\rho_c = 1{,}7 \cdot 10^{-6}$ Ом · м
$\rho_п = 11{,}3 \cdot 10^3$ кг/м^3
$c = 125$ Дж/(кг · К)

t – ?

Решение

При прохождении по проводнику электрического тока он нагревается. По закону Джоуля-Ленца количество теплоты, которое выделится в проводнике, равно (формула 205):

$$Q = \frac{U^2}{R} t.$$

Это тепло пойдет на нагревание свинцового проводника от температуры t_1 до точки плавления t_2. Количество теплоты, пошедшее на его нагревание, определим по формуле 119):

$$Q = cm(t_2 - t_1).$$

Поскольку о тепловых потерях нам ничего не сказано, приравняем правые части этих равенств:

$$\frac{U^2}{R} t = cm(t_2 - t_1), \qquad \text{откуда} \qquad t = \frac{cmR(t_2 - t_1)}{U^2}. \qquad (1)$$

Массу проволоки определим через ее длину, выразив массу сначала через плотность свинца и объем проволоки, а потом объем — через ее длину. Согласно формуле 59)

$$\rho_{\text{П}} = \frac{m}{V}, \qquad \text{где} \quad V = lS, \qquad \text{поэтому} \quad m = \rho_{\text{п}} V = \rho_{\text{п}} lS. \qquad (2)$$

Длина проволоки нам дана, а площадь ее поперечного сечения S — нет, и взять ее негде. Остается надеяться, что она сократится, когда будем выражать сопротивление проволоки R через ее удельное сопротивление и длину. По формуле 169)

$$R = \rho_{\text{С}} \frac{l}{S}. \qquad (3)$$

Теперь подставим правые части равенств (2) и (3) в выражение (1):

$$t = \frac{c\rho_{\text{П}} lS \rho_{\text{С}} l(t_2 - t_1)}{SU^2} = \frac{c\rho_{\text{П}} \rho_{\text{С}} l^2 (t_2 - t_1)}{U^2} = c\rho_{\text{П}} \rho_{\text{С}} (t_2 - t_1)\left(\frac{l}{U}\right)^2.$$

Задача в общем виде решена. Подставим числа и вычислим:

$$t = 125 \cdot 11{,}3 \cdot 10^3 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-6} \cdot (327 - 20)\left(\frac{2}{25}\right)^2 \text{ с} = 4{,}7 \text{ с}.$$

Ответ: $t = 4{,}7$ с.

Задача В4

Дано:
$d = 16$ см
$C = 5$ мкФ
$\frac{\Delta B}{\Delta t} = 4$ мТл/с

q – ?

Решение

Заряд конденсатора определим из формулы его емкости 148):

$$q = CU. \qquad (1)$$

Напряжение на обкладках конденсатора равно действующей в контуре ЭДС электромагнитной индукции, модуль которой определим по формуле 218) для одиночного контура:

$$U = \mathcal{E}_i = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t},$$

где, согласно формуле 216),

$$\Delta \Phi = \Delta BS, \qquad \text{поэтому} \quad U = \frac{\Delta BS}{\Delta t}.$$

Площадь контура S выразим через его диаметр:

$$S = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Подставим правую часть этого равенства в предыдущую формулу:

$$U = \frac{\pi d^2 \Delta B}{4\Delta t}. \qquad (2)$$

Нам осталось подставить правую часть выражения (2) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена:

$$q = C\frac{\pi d^2 \Delta B}{4\Delta t}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
16 см = 0,16 м, 5 мкФ = $5 \cdot 10^{-6}$ Ф, 4 мТл/с = 0,004 Тл/с.
Подставим числа и вычислим:

$$q = 5 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}16^2 \cdot 0{,}004}{4}\ \text{Кл} = 4 \cdot 10^{-10}\ \text{Кл} = 0{,}4\ \text{нКл}.$$

Ответ: q = 0,4 нКл.

Часть С

Задача С1

Дано:
E = 10 кВ/м
h = 2 м
v_0 = 0,5 м/с
m = 50 г
q = 50 нКл

---

v – ?

Решение

Скорость шарика в конце падения с высоты h найдем из формулы 9), ведь нам известны его начальная скорость и пройденный путь, равный высоте падения:

$$v^2 - v_0^2 = 2ah,$$

откуда

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2ah}. \qquad (1)$$

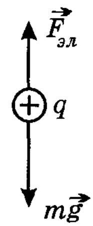


Рис. 176

Ускорение шарика a найдем из второго закона Ньютона. На шарик действуют направленная вниз сила тяжести mg и направленная вверх электрическая сила отталкивания $F_{эл}$ (рис. 176). По второму закону Ньютона 49) произведение массы шарика и его ускорения равно разности этих сил:

$$ma = mg - F_{эл},$$

откуда

$$a = \frac{mg - F_{эл}}{m} = g - \frac{F_{эл}}{m}.$$

Силу $F_{эл}$ определим из формулы напряженности 134):

$$F_{эл} = qE.$$

Подставим правую часть этого равенства в предыдущую формулу:

$$a = g - \frac{qE}{m}. \qquad (2)$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (2) в выражение (1), и задача в общем виде будет решена:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2\left(g - \frac{qE}{m}\right)h}\ .$$

Выразим все величины в единицах СИ:
5 кВ/м = $5 \cdot 10^3$ В/м, 50 г = 0,05 кг, 50 нКл = $50 \cdot 10^{-9}$ Кл = $5 \cdot 10^{-8}$ Кл.
Произведем вычисления:

$$v = \sqrt{0{,}25 + 2\left(10 - \frac{5 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot 10^{3}}{0{,}05}\right)}\ \text{м/с} = 4{,}5\ \text{м/с}.$$

Ответ: v = 4,5 м/с.

Задача С2

Дано:
$C_1 = 5$ пФ
$\varphi_1 = 0{,}5$ кВ
$C_2 = 8$ пФ
$\varphi_2 = 0{,}8$ кВ
Q – ?

Решение

В подобных задачах для нахождения выделенного количества теплоты лучше всего использовать закон сохранения энергии, согласно которому это количество теплоты равно разности общей энергии проводников W после их соединения и энергии каждого проводника W_1 и W_2 до соединения

$$Q = W - W_1 - W_2. \qquad (1)$$

Общую энергию проводников после их соединения лучше определить по формуле 160), куда не входит общая емкость соединенных проводников, поскольку ее мы не знаем (здесь нельзя применять законы последовательного или параллельного соединения конденсаторов):

$$W_{\text{общ}} = \frac{q\varphi}{2}. \qquad (2)$$

Общий заряд проводников q после их соединения по закону сохранения зарядов равен сумме их зарядов q_1 и q_2 до соединения:

$$q = q_1 + q_2.$$

Заряды на каждом проводнике до соединения можно найти, воспользовавшись формулой 145), из которой следует, что

$$q_1 = C_1\varphi_1 \quad \text{и} \quad q_2 = C_2\varphi_2 .$$

Подставим правые части этих двух равенств в предыдущее выражение:

$$q = C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 . \tag{3}$$

После соединения потенциал проводников φ стал одинаков. Согласно формуле 145) заряд на первом проводнике стал равен $C_1\varphi$, а на втором — $C_2\varphi$. Тогда, согласно закону сохранения зарядов,

$$C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2 = C_1\varphi + C_2\varphi , \qquad \text{откуда} \quad \varphi = \frac{C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2}{C_1 + C_2}. \tag{4}$$

Теперь подставим правые части равенств (3) и (4) в формулу (2). Так мы определим общую энергию проводников после соединения через известные нам величины:

$$W = \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)}{2(C_1 + C_2)} = \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)}. \tag{5}$$

Энергии проводников до соединения проще определить по формуле 158):

$$W_1 = \frac{C_1\varphi_1^2}{2} \quad (6) \qquad \text{и} \qquad W_2 = \frac{C_2\varphi_2^2}{2}. \quad (7)$$

Нам осталось подставить правые части формул (6) и (7) в равенство (1) и выполнить упрощения:

$$Q = \frac{(C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)} - \frac{C_1\varphi_1^2}{2} - \frac{C_2\varphi_2^2}{2}.$$

Задача в общем виде решена. Но полученное довольно громоздкое выражение можно упростить, если привести все выражение в правой части к общему знаменателю, раскрыть квадрат суммы в числителе уменьшаемого и выполнить приведение подобных членов. Проделаем эти действия:

$$Q = \frac{C_1^2\varphi_1^2 + 2C_1\varphi_1C_2\varphi_2 + C_2^2\varphi_2^2 - C_1^2\varphi_1^2 - C_1C_2\varphi_1^2 - C_1C_2\varphi_2^2 - C_2^2\varphi_2^2}{2} =$$

$$= -\frac{C_1C_2\left(\varphi_1^2 + 2\varphi_1\varphi_2 + \varphi_2^2\right)}{2(C_1 + C_2)} = -\frac{C_1C_2(\varphi_1 + \varphi_2)^2}{2(C_1 + C_2)}.$$

Знак «минус» перед дробью свидетельствует, что энергия системы проводников уменьшилась.

Выразим все величины в единицах СИ:
5 пФ = $5 \cdot 10^{-12}$ Ф, 0,5 кВ = 500 В, 8 пФ = $8 \cdot 10^{-12}$ Ф, 0,8 кВ = 800 В.
Произведем вычисления:

$$Q=-\frac{5\cdot10^{-12}\cdot8\cdot10^{-12}\cdot(500+800)^2}{2\cdot\left(5\cdot10^{-12}+8\cdot10^{-12}\right)}\text{ Дж}=-2{,}6\cdot10^{-6}\text{ Дж}=-2{,}6\text{ мкДж}.$$

Ответ: $Q = -2{,}6$ мкДж.

Задача С3

Дано:
$E = 6$ кВ/м
$r=\frac{R}{3}$
$d = 2$ мм

$\mathcal{E} - ?$

Решение

Постоянный ток через конденсатор не идет, но напряжение U на нем имеется, — оно такое же, как и на резисторе, к которому конденсатор C подключен параллельно. Это напряжение можно найти из формулы 144):

$$U = Ed.$$

Зная напряжение U, можно найти силу тока I в этой последовательной цепи по формуле закона Ома для участка цепи 172):

$$I=\frac{U}{R}=\frac{Ed}{R}. \qquad 1)$$

Для нахождения ЭДС источника тока воспользуемся законом Ома для всей цепи 175), из которого следует, что

$$\mathcal{E}=I(2R+r)=I\left(2R+\frac{R}{3}\right)=\frac{7}{3}IR, \qquad (2)$$

поскольку внешнее сопротивление равно общему сопротивлению двух последовательных резисторов — $2R$.

Нам осталось подставить в равенство (2) правую часть выражения (1) вместо силы ока I, и задача в общем виде решена:

$$\mathcal{E}=\frac{7}{3}\frac{Ed}{R}R=\frac{7}{3}Ed.$$

Выразим все величины в единицах СИ: 6 кВ/м = $6 \cdot 10^3$ В/м,
2 мм = $2 \cdot 10^{-3}$ м.
Произведем вычисления:

$$\mathcal{E}=\frac{7}{3}\cdot6\cdot10^3\cdot2\cdot10^{-3}\text{ В}=28\text{ В}.$$

Ответ: $\mathcal{E} = 28$ В.

Задача С4

Дано:
$t = 1$ мин
$a = 20$ см
$j = 2$ мА/мм^2
$k = 0,33$ мг/Кл
$M = 0,064$ кг/моль
$N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$

$N - ?$

Решение

Число осажденных в процессе электролиза атомов меди можно найти по формуле 88):

$$N = \nu N_A. \qquad 1)$$

Число молей меди, осажденных на катоде, можно определить по формуле 83):

$$\nu = \frac{m}{M}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$N = \frac{m}{M} N_A, \qquad (3)$$

Массу осажденной в процессе электролиза меди m найдем по формуле 209):

$$m = kIt. \qquad (4)$$

Силу тока в электролите определим из формулы плотности тока 167):

$$I = jS,$$

где площадь квадратного катода $S = a^2$, поэтому

$$I = ja^2. \qquad (5)$$

Подставим правую часть равенства (5) в формулу (4):

$$m = kja^2t. \qquad (6)$$

Нам осталось подставить правую часть равенства (6) в выражение (3), и задача в общем виде решена:

$$N = \frac{kja^2t}{M} N_A.$$

Выразим все величины в единицах СИ: 1 мин = 60 с,

20 см = 0,2 м, 2 мА/мм^2 = $2\frac{10^{-3}}{10^{-6}}$ А/м^2 = $2 \cdot 10^3$ А/м^2,

0,33 мг/Кл = $0,33 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл.

Произведем вычисления:

$$N = \frac{0,33 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \cdot 60}{0,064} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,5 \cdot 10^{22}.$$

Ответ: $N = 1,5 \cdot 10^{22}$.

Задача С5

Дано:	Решение
$D = 20$ см $\mathcal{E} = 8$ мВ $\dfrac{\Delta B}{\Delta t} = 10$ мТл/с	
$\dfrac{\Delta P}{P_1}$ – ?	

Решение

Поскольку магнитное поле, пересекающее контур с током, уменьшается, магнитный поток сквозь него убывает, поэтому в контуре начинает действовать ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$. В контуре возникает индукционный ток, магнитное поле которого, по правилу Ленца, поддерживет убывающее магнитное поле, поэтому будет направлено тоже за чертеж, т. е. в ту же сторону, что и внешнее магнитное поле индукцией B. Вследствие этого к ЭДС источника тока добавится ЭДС индукции, поэтому результирующая ЭДС в контуре будет равна их сумме. Вследствие этого мощность тока в контуре возрастет.

Изменение мощности тока ΔP будет равно разности между возросшей мощностью тока P_2 и прежней P_1. Относительное изменение мощности тока, которое требуется найти, равно:

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{P_2}{P_1} - 1.$$

Согласно формуле мощности тока 201), где роль напряжения U играет ЭДС, мощности тока — прежняя и новая — равны:

$$P_1 = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \text{ и } P_2 = \frac{(\mathcal{E} + \mathcal{E}_i)^2}{R}.$$

Подставим правые части этих выражений вместо ЭДС в предыдущую формулу:

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \frac{(\mathcal{E} + \mathcal{E}_i)^2 R}{R\mathcal{E}^2} - 1 = \left(\frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_i}{\mathcal{E}}\right)^2 - 1 = \left(1 + \frac{\mathcal{E}_i}{\mathcal{E}}\right)^2 - 1. \qquad (1)$$

Не стоит здесь раскрывать квадрат суммы чисел, т. к., хоть единица и сократится, но окончательное выражение получится более сложным.

Теперь для определения модуля ЭДС индукции воспользуемся формулой 216), но без минуса, его мы уже учли, применяя правило Ленца:

$$\mathcal{E}_i = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t},$$

где, согласно формуле 218), $\Delta\Phi = \Delta B S$.

Площадь кругового контура S выразим через его диаметр D:

$$S = \frac{\pi D^2}{4}.$$

С учетом этого $\Delta\Phi = \Delta B \frac{\pi D^2}{4}$ и

$$\mathcal{E}_i = \frac{\Delta B \pi D^2}{4\Delta t}. \qquad (2)$$

Подставив правую часть равенства (2) в выражение (1), мы решим задачу в общем виде:

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \left(1 + \frac{\Delta B \pi D^2}{4\Delta t \mathcal{E}}\right)^2 - 1.$$

Выразим все величины в единицах СИ: 20 см = 0,2 м,
8 мВ = $8 \cdot 10^{?3}$ В, 10 мТл/с = 0,01 Тл/с.
Произведем вычисления:

$$\frac{\Delta P}{P_1} = \left(1 + \frac{0,01 \cdot 3,14 \cdot 0,04}{4 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}\right)^2 - 1 = 0,08 = 8\%.$$

Ответ: $\frac{\Delta P}{P_1} = 8\%$.

Задача С6

Дано:
$R = 10$ Ом
$L = 200$ мГн
$S = 20$ см^2
$\Delta B = 2$ Тл
$\Delta I = 40$ мА

q – ?

Решение

Искомый заряд можно определить из формулы 165):

$$q = I_i \Delta t, \qquad (1)$$

где сила индукционного тока I_i обусловлена действующими в соленоиде ЭДС индукции $\mathcal{E}_i$ и ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_S$. По правилу Ленца эти ЭДС противодействуют друг другу, поэтому обусловленный ими ток, согласно закону Ома 175), равен:

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i - \mathcal{E}_s}{R}. \qquad (2)$$

ЭДС индукции и ЭДС самоиндукции определим по формулам 218) и 224):

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

где, согласно формуле 165), $\Delta\Phi = \Delta BS$, поэтому

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\Delta BS}{\Delta t}. \tag{3}$$

ЭДС самоиндукции, согласно формуле 224), равна:

$$\mathcal{E}_S = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}. \tag{4}$$

Подставим правые части равенств (3) и (4) в формулу (2):

$$I_i = \frac{-\Delta BS - (-L\Delta I)}{\Delta t\, R} = \frac{L\Delta I - \Delta BS}{\Delta t\, R}. \tag{5}$$

Нам осталось подставить правую часть выражения (5) в формулу (1), и задача в общем виде решена:

$$q = \frac{L\Delta I - \Delta BS}{\Delta t\, R}\Delta t = \frac{L\Delta I - \Delta BS}{R}.$$

Выразим все величины в единицах СИ: 200 мГн = 0,2 Гн, 20 см^2 = 0,002 м^2, 40 мА = 0,04 А.

Произведем вычисления:

$$q = \frac{0,2 \cdot 0,04 - 2 \cdot 0,002}{10}\ \text{Кл} = 4 \cdot 10^{-4}\ \text{Кл} = 0,4\ \text{мКл}.$$

Ответ: q = 0,4 мКл.

Раздел IV. Колебания и волны. Оптика. Теория относительности. Физика атома

Тема 9. Колебания и волны

Колебания *— это движения или процессы, повторяющиеся во времени.*

Если колебания происходят через равные промежутки времени, они называются *периодическими.*

Основные параметры колебаний: *амплитуда*, *период*, *частота*, *циклическая* (ее еще называют *угловая* или *круговая*) *частота*, *фаза*. Все эти величины скалярные.

Колебания различной природы — *механические* и *электромагнитные* — описываются схожими уравнениями: достаточно в уравнении *механических колебаний* заменить механические величины на электромагнитные и получится уравнение *электромагнитных колебаний.*

А. Механические колебания и волны

Механическими колебаниями называются механические движения или процессы, повторяющиеся во времени.

В процессе механических колебаний колеблющееся тело — *маятник* — через определенные промежутки времени проходит через положение равновесия, отклоняясь от него то в одну, то в противоположную стороны. Если эти отклонения повторяются через равные промежутки времени, механические колебания называются *периодическими.*

***Смещение** x — это расстояние от маятника до положения равновесия.* Смещение — переменная во времени величина. Единица смещения в СИ — метр (м).

***Амплитуда** A — это наибольшее смещение.* При *гармонических колебаниях* амплитуда — постоянная величина. Единица амплитуды в СИ — метр (м). Путь, пройденный маятником за одно полное колебание, равен четырем амплитудам.

Период Т — время одного полного колебания (формула 237):

$$T = \frac{t}{N}.$$

Период при гармонических колебаниях — постоянная величина. Период собственных колебаний пружинного маятника определяет формула 239)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

а математического — формула 240)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Единица периода в СИ — секунда (с).

Условие периодичности: в момент времени t смещение $x(t)$ равно смещению через время $t + NT$, где N — число полных колебаний:

$$x(t) = x(t + NT).$$

Частота ν — ***это число полных колебаний в единицу времени*** (формула 241):

$$\nu = \frac{N}{t}.$$

Частота — величина, обратная периоду (формула 242):

$$\nu = \frac{1}{T}, \quad T = \frac{1}{\nu}.$$

Частоту собственных колебаний пружинного маятника определяет формула 243)

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}},$$

а математического маятника — формула 244)

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Частота гармонических колебаний не изменяется в процессе колебаний. Единица частоты в СИ — герц (Гц). Гц = $с^{-1}$.

Циклическая частота ω — ***это величина, равная числу полных колебаний, совершенных за время, равное*** 2π (формулы 233 — 234):

$$\omega = 2\pi\nu,\ \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Циклическая частота гармонических колебаний не изменяется в процессе колебаний. Циклическую частоту собственных колебаний пружинного маятника определяет формула 235)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

а математического маятника — формула 236)

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Единица циклической частоты в СИ — радиан в секунду (рад/с).

***Фаза** — это величина под знаком косинуса или синуса в уравнении гармонических колебаний, показывающая, какая доля периода прошла от начала колебания* (формула 232):

$\alpha = \omega t + \alpha_0$.

Фаза — величина, наиболее полно описывающая колебательный процесс. Фаза гармонических колебаний в процессе колебаний изменяется. Единица фазы в СИ — радиан (рад).

***Гармонические колебания** — это колебания, в которых данный параметр изменяется по закону косинуса или синуса.* Если момент начала отсчета времени колебаний совпадает с максимальным отклонением маятника от положения равновесия, то колебания являются косинусоидальными, и их начальная фаза равна нулю. Если момент начала отсчета времени колебаний совпадает с прохождением маятником положения равновесия, то колебания являются синусоидальными, и их начальная фаза тоже равна нулю.

Графики косинусоидальных гармонических колебаний смещения x, скорости v, ускорения a, силы F, потенциальной E_p, кинетической E_k и полной E энергий, когда начальная фаза равна нулю, то есть применительно к уравнению $x = A\cos\omega t$, показаны на рис. 177.

Ниже приведены уравнения механических колебаний и волн.

Уравнения гармонических колебаний маятника

228) $x = A\cos\alpha$

229) $x = A\cos(\omega t + \alpha_0)$

230) $x = A\sin\alpha$

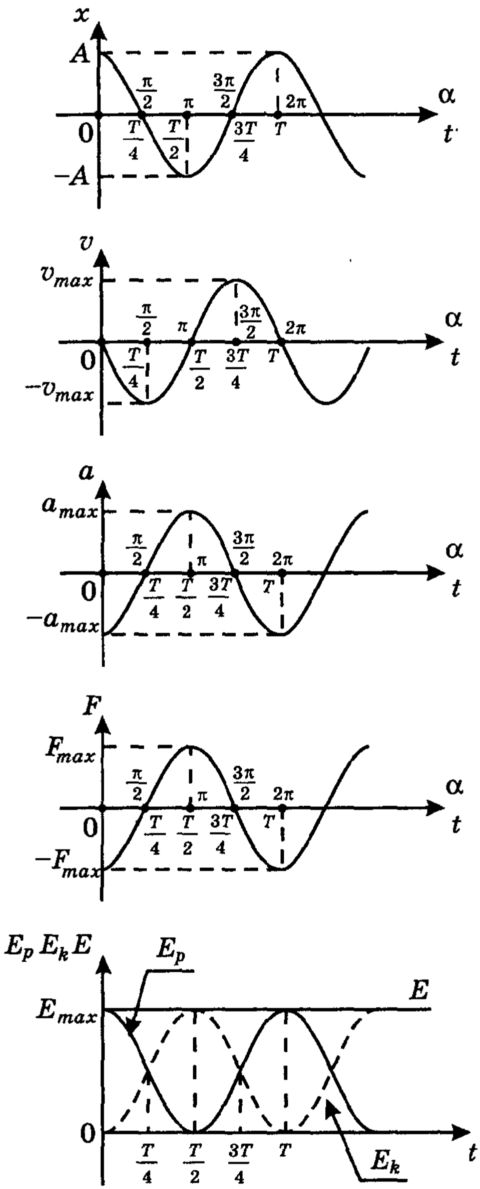

x
A
−A
0
π/2
π
3π/2
2π
α
t
T/4
T/2
3T/4
T
v
v_{max}
$-v_{max}$
a
a_{max}
$-a_{max}$
F
F_{max}
$-F_{max}$
E_p E_k E
E_p
E
E_{max}
E_k

Рис. 177

$$231)\ x = A\sin(\omega t + \alpha_0)$$

Здесь x — смещение маятника (м), A — амплитуда колебаний (м), α — фаза (рад), ω — циклическая (угловая) частота (рад/с), t — время колебаний (с), α_0 — начальная фаза (рад).

Формула фазы колебаний

$$232)\ \alpha = \omega t + \alpha_0$$

Здесь α — фаза (рад), ω — циклическая частота (рад/с), t — время (с), α_0 — начальная фаза (рад).

Формулы циклической частоты

$$233)\ \omega = 2\pi\nu$$

$$234)\ \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$235)\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$236)\ \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Здесь ω — циклическая частота (рад/с), ν — частота колебаний (Гц), T — период (с), k — жесткость пружинного маятника (Н/м), m — масса маятника (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), l — длина математического маятника (м).

Формулы периода колебаний

$$237)\ T = \frac{t}{N}$$

$$238)\ T = \frac{1}{\nu}$$

$$239)\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$240)\ T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Здесь T — период (с), t — время колебаний (с), N — число колебаний за это время (безразмерное), ν — частота колебаний (Гц). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формулы частоты колебаний

$$241)\ \nu = \frac{N}{t}$$

$$242)\ \nu = \frac{1}{T}$$

$$243)\ \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$244)\ \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Здесь ν — частота (Гц), N — число колебаний, T — период (с), $\pi \approx 3{,}14$ — число «пи», t — время колебаний (с), k — жесткость пружинного маятника (Н/м), m — масса маятника (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), l — длина математического маятника.

Формулы скорости гармонических колебаний

$$245)\ v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \alpha_0)$$

$$246)\ v_{max} = \omega A$$

Здесь v — мгновенная скорость (м/с), x' — первая производная смещения по времени (м/с), ω — циклическая частота (рад/с), A — амплитуда колебаний (м), α_0 — начальная фаза (рад), v_{max} — максимальная скорость колебаний (м/с).

Формулы ускорения при гармонических колебаниях

$$247)\ a = v' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \alpha_0)$$

$$248)\ a_{max} = \omega^2 A$$

Здесь a — мгновенное ускорение (м/с^2), v' — первая производная скорости по времени (м/с^2), a_{max} — максимальное ускорение (м/с^2). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формулы длины волны

$$249)\ \lambda = vT$$

$$250)\ \lambda = \frac{v}{\nu}$$

Здесь λ — длина волны (м), v — скорость волны (м/с), T — период (с), ν — частота (Гц).

Условия максимума и минимума при интерференции волн

$$max\text{: } 251)\ \Delta r = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$min\text{: } 252)\ \Delta r = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

Здесь Δr — разность хода волн (м), k = 0; 1; 2; 3; ... — целое число (безразмерное), λ — длина волны (м).

Гармонические колебания происходят под действием переменной силы, пропорциональной смещению маятника от положения равновесия и всегда направленной к нему. Поскольку в процессе колебаний эта сила изменяется, изменяется и ускорение маятника, возникающее под действием этой силы. Поэтому к колебательному движению нельзя применять формулы равномерного или равноускоренного движений, с их помощью можно определять только средние скорость и ускорение за определенный промежуток времени. Чтобы найти мгновенную скорость, надо брать первую производную смещения по времени (формула 245), а чтобы найти мгновенное ускорение — первую производную скорости по времени (формула 247).

Если вам дано уравнение гармонических колебаний с цифровыми значениями параметров и требуется из него найти какую-либо величину, то запишите рядом уравнение гармонических колебаний в общем виде 229) или 231) и сопоставьте его с данным уравнением. Та величина, что стоит между знаком «равно» и синусом или косинусом, есть амплитуда, в каком бы виде она ни была записана. Та, что стоит между синусом или косинусом и временем t, есть циклическая частота, а та, что без t, есть начальная фаза. Например, дано уравнение:

$$x = 0{,}2\cos 0{,}25(\pi t + 0{,}5\pi)\ \text{м}$$

и требуется найти амплитуду и период колебаний. Запишем это уравнение в общем виде 229):

$$x = A\sin(\omega t + \alpha_0).$$

Теперь раскроем скобки в данном нам уравнении и сравним его с уравнением в общем виде:

$$x = 0{,}2\cos(0{,}25\pi t + 0{,}125\pi)\ \text{м}.$$

Из сравнения с предыдущим уравнением видно, что амплитуда A = = 0,2 м, циклическая частота ω = 0,25 π рад/с и начальная фаза α_0 = 0,125 π рад. Поскольку, согласно формуле 234),

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \text{то} \quad 0{,}25\pi = \frac{2\pi}{T}, \quad \text{откуда} \quad T = \frac{2\pi}{0{,}25\pi} = 8 \text{ с}.$$

Если, наоборот, даны числовые значения параметров , а требуется записать уравнение колебаний, подставьте в уравнение в общем виде 229) все числа, а время t оставьте в буквенном виде. Например, вам даны амплитуда 2 см, период 4 с и начальная фаза 45^0 и требуется записать уравнение гармонических косинусоидальных колебаний. Найдите сначала циклическую частоту по формуле 234):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ рад/с}.$$

Поскольку $45^0 = \frac{\pi}{4}$, значит, $\alpha_0 = \frac{\pi}{4}$.

С учетом этого требуемое уравнение примет вид:

$$x = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right) \text{ см}.$$

К свободным гармоническим колебаниям применим закон сохранения механической энергии: полная механическая энергия маятника E в процессе гармонических колебаний сохраняется. При этом она равна его максимальной потенциальной энергии $E_{p\ max}$ или его максимальной кинетической энергии $E_{k\ max}$, или сумме мгновенных потенциальной E_p и кинетической E_k энергий маятника в любой промежуточной точке его траектории:

$$E = E_{p\ max} = E_{k\ max} = E_p + E_k.$$

Применительно к пружинному маятнику это равенство можно записать еще и так:

$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2},$$

а применительно к математическому:

$$E = mgh_{\max} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2}.$$

Здесь x, v и h — мгновенные смещение, скорость и высота подъема математического маятника над положением равновесия.

Если математический маятник движется вверх с ускорением или вниз с замедлением, то период его свободных (или собственных, что то же самое) колебаний определяется по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}.$$

Если он движется вниз с ускорением или вверх с замедлением, то период его свободных колебаний определяет формула

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}},$$

а если он движется горизонтально с ускорением или замедлением, то его период

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+a^2}}}.$$

Если математический маятник поднят над Землей на высоту H, сравнимую с радиусом Земли или превосходящую его, где ускорение свободного падения g меньше, чем ускорение свободного падения g_0 на Земле, то там маятник за время t отстанет от земного на время Δt, поскольку увеличится его период колебания на величину ΔT. При этом выполняется соотношение

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta T}{T_0} \quad \text{и} \quad \Delta T = T - T_0,$$

где T — период на высоте H, а T_0 — период его колебаний на Земле.

Если маятник ударяется о неподвижную стенку, как на рис. 178, то период его равен половине периода в отсутствие стенки.

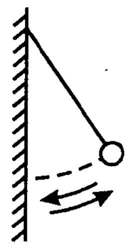


Рис. 178

Если пружинный маятник состоит из двух последовательных пружин с жесткостями k_1 и k_2, как на рис. 179, а), то силы упругости, действующие на каждую пружину, одинаковы, а деформации пружин x_1 и x_2 разные, и при этом общая амплитуда колебаний маятника равна сумме амплитуд колебаний каждой пружины:

$$A = A_1 + A_2,$$

а соотношение между амплитудами колебаний вследствие равенства сил упругости имеет вид:

$$k_1A_1 = k_2A_2.$$

Если пружины соединены параллельно, как на рис. 179, б) или в), то амплитуды колебаний пружин будут одинаковы, а силы упругости,

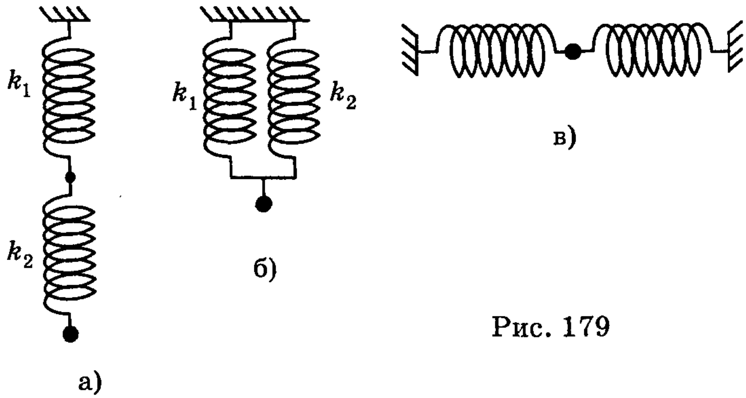


Рис. 179

возникающие в пружинах при деформации, — разные, поэтому справедливым будут соотношения

$$F_{упр1} = -k_1A \text{ и } F_{упр2} = k_2A_2.$$

Если маятник не является ни пружинным, ни математическим, то к такому — *физическому* — маятнику формулы периода и частоты пружинного и математического маятников неприменимы. Для решения задач на физический маятник — колебания шарика в полусфере, ртути в сообщающихся сосудах, ареометра, погруженного в жидкость, и т. п. — следует пользоваться законами Ньютона, сохранения импульса и сохранения энергии. А также общими формулами колебаний 228)–234), 237)–242) и 245)–248).

Если в процессе колебаний отсутствует сопротивление движению маятника, то такой маятник называется *идеальным*. Если колебания происходят под действием только внутренних сил колеблющейся системы, то они называются *свободными*. Свободные колебания *идеального маятника* являются *незатухающими* и *гармоническими*.

Свободные колебания реального маятника, на который действуют внешние силы сопротивления, являются затухающими. Затухающие колебания не являются ни периодическими, ни гармоническими. График затухающих колебаний изображен на рис. 180.

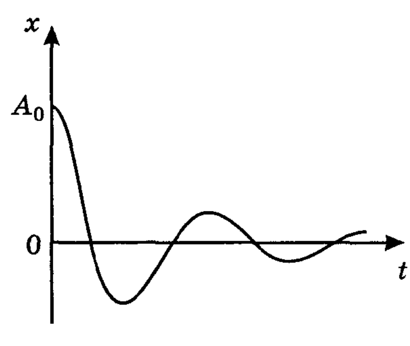


Рис. 180

Если на реальный маятник действует периодически изменяющаяся внешняя сила, то такие колебания называются *вынужденными*. Вынужденные колебания, происходящие под действием гармонически изменяющейся внешней силы, тоже являются гармоническими и незатухающими. Их частота равна частоте внешней силы и называется *частотой вынужденных колебаний*.

Если частота собственных колебаний маятника равна частоте вынужденных колебаний, то при малом сопротивлении внешней среды наступает механический резонанс.

Механический резонанс *— явление резкого возрастания амплитуды колебаний A, когда частота вынужденных колебаний* ν *становится равной собственной частоте маятника* ν_0.

На рис. 181 изображено семейство резонансных кривых для сред с разным сопротивлением колебаниям. Чем меньше внешнее сопротивление, т. е. чем ближе реальный маятник к идеальному, тем выше и острее резонансная кривая.

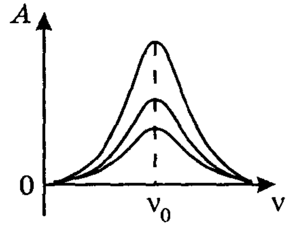


Рис. 181

Механической волной *называют распространение механических колебаний в упругой среде.*

Механические волны бывают *поперечные и продольные*. ***Поперечной волной*** называют волну, в которой частицы колеблются перпендикулярно направлению распространения волны, а ***продольной*** — в которой частицы колеблются вдоль направления распространения волны.

Поперечные волны возникают вследствие сдвига слоев среды относительно друг друга, поэтому они распространяются в твердых телах, а также могут возникать на границе раздела двух разных сред. Продольные волны возникают из-за сжатия и разрежения среды, поэтому они могут возникать в жидких, твердых и газообразных средах.

В вакууме механические волны распространяться не могут. Поэтому, каким бы сильным ни был взрыв в космосе, на Земле его не услышат.

Вследствие отставания колебаний одних частиц среды от других в поперечных волнах возникают гребни и впадины (как в резиновом шнуре на рис. 182), а в продольных — сгущения и разрежения (как в упругой пружине на рис. 183).

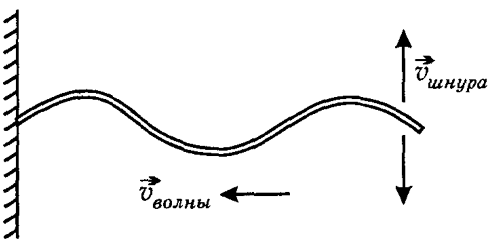


Рис. 182

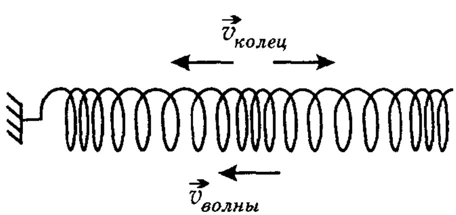


Рис. 183

Механические волны переносят не вещество среды, но ее форму: гребни и впадины в поперечной волне и сгущения и разрежения в продольной.

Механические волны переносят механическую энергию, которая складывается из кинетической энергии движения частиц среды и потенциальной энергии ее упругой деформации.

*Расстояние, пройденное волной за один период колебания ее частиц, называется **длиной волны*** (формулы 249) и 250):

$$\lambda = vT, \qquad \lambda = \frac{v}{\nu}.$$

На расстоянии длины волны располагаются соседние гребни или соседние впадины в поперечной волне, а также соседние сгущения или соседние разрежения в продольной. На расстоянии длины волны расположены частицы, колеблющиеся с разностью фаз 2π рад.

На рис. 184 изображена графически поперечная волна и показана ее длина. В отличие от графика колебаний маятника здесь по оси абсцисс отложено не время колебаний t, а модуль перемещения волны S.

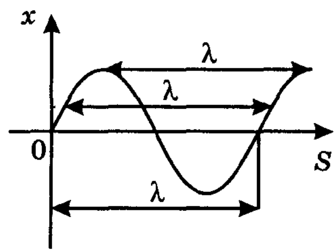


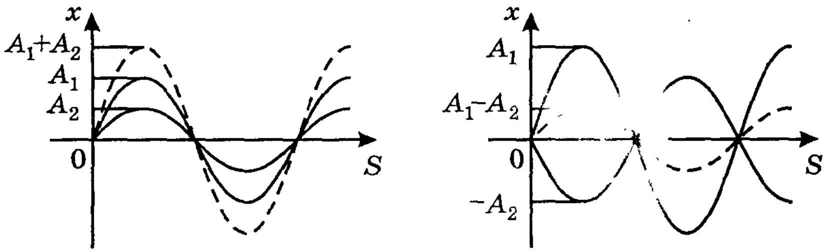
Рис. 184

Скорость волны *v — это скорость перемещения гребней или впадин в поперечной волне и сгущений или разрежений в продольной.* Скорость волны называют ее *фазовой скоростью. Фазовая скорость* волны в данной среде — постоянная величина, т. к. волны в однородной среде распространяются равномерно и прямолинейно. Фазовая скорость волны не равна скорости колебаний ее частиц, т. к. ее частицы колеблются с переменной скоростью.

Подтверждением волнового процесса в среде являются *интерференция, дифракция, дисперсия* и *поляризация волн.*

*Волны, частицы которых колеблются с постоянной разностью фаз или с одинаковой частотой, называются **когерентными**.* При наложении когерентных волн друг на друга возникает интерференция волн.

Интерференция *— это наложение волн друг на друга, в результате которого в пространстве, охваченном волной, перераспределяется волновая энергия и возникают усиления волн (максимумы) и их ослабления (минимумы).* При максимуме амплитуды налагающихся волн складываются (рис. 185, а), а при минимуме — вычитаются (рис. 185, б). Если при минимуме амплитуды волн одинаковы, то волны полностью погасят друг друга.



а) б)

Рис. 185

В местах усиления переносимая волной энергия увеличивается ровно на столько, на сколько она уменьшается в местах ослабления — в соответствии с законом сохранения механической энергии.

Наилучшим условием ***максимума интерференции*** является наложение волн с одинаковой фазой или с разностью фаз, равной целому числу π радиан. Так будет, когда разность хода волн Δr от их источников S_1 и S_2 до места наложения M (рис. 186) содержит четное число полуволн или целое число длин волн (формула 251):

$$\Delta r = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda.$$

Наилучшим условием ***минимума интерференции*** является наложение волн в противофазе, т.е. когда разность фаз равна π радиан. В этом случае разность хода волн содержит нечетное число полуволн (формула 252):

$$\Delta r = (2k+1)\frac{\lambda}{2}.$$

При прохождении волны мимо препятствия или сквозь отверстие иногда наблюдатся нарушение ее прямолинейного хода — дифракция.

Дифракцией волн *называется загибание волн в область геометрической тени при прохождении мимо препятствия или сквозь отверстие размером порядка нескольких длин волн* (рис. 187).

Дифракцию волн объясняет ***принцип Гюйгенса***: *каждая точка среды,*

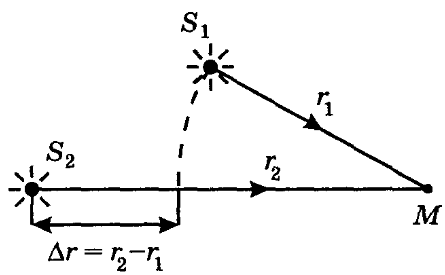


Рис. 186

до которой добежала волна, сама становится источником такой же волны.

Дисперсию и *поляризацию волн* мы повторим в теме «Оптика».

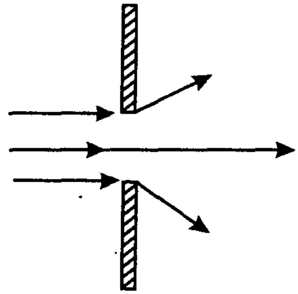


Рис. 187

Продольные волны звуковой частоты называются ***звуковыми волнами.*** Частотой, при которой человеческое ухо слышит звук, является частота от 16 Гц до 20 000 Гц. Звук с частотой меньше 16 Гц называется *инфразвуком*, а звук с частотой выше 20 000 Гц — *ультразвуком.*

Высота тона звука зависит от частоты колебаний звучащего тела (вибратора). *Чем больше частота колебаний, тем выше тон.* Частота колебаний крыльев мухи меньше частоты колебаний крыльев комара, поэтому муха жужжит, а комар пищит.

Громкость (интенсивность) звука зависит от амплитуды колебаний звучащего тела. *Чем больше амплитуда колебаний, тем громче звук.*

Скорость звука зависит от среды, в которой он распространяется, и от ее температуры. В более плотных и упругих средах звук распространяется быстрее. Скорость звука в воздухе составляет примерно 340 м/с. С повышением температуры скорость звука увеличивается.

Звуковое эхо *— это отраженная от преграды звуковая волна, вернувшаяся к источнику звука.* Раскаты грома — это многократно повторенное эхо вследствие отражения звуковой волны от облаков. Чем более упругая преграда, чем меньше она поглощает энергию звуковой волны, тем дольше звучит эхо , т. е. тем больше его *время реверберации.* В залах, где проводятся музыкальные концерты, время реверберации достигает нескольких секунд. И наоборот, чтобы звук быстро затухал, стены помещения обивают пористыми или волокнистыми веществами, хорошо поглощающими звуковые волны.

Б. Электромагнитные колебания и волны

Электромагнитные колебания –это повторяющийся процесс взаимного превращения электрических и магнитных полей.

Микроисточником *электромагнитных колебаний* является возбужденный атом, макроисточником — колебательный контур.

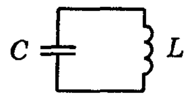


Рис. 188

Колебательный контур *— это цепь, состоящая из конденсатора и катушки индуктивности* (рис. 188).

Если сопротивлением проводов контура можно пренебречь, то такой контур называется идеальным. При зарядке конденсатора в *идеальном колебательном контуре возникают свободные, незатухающие электромагнитные колебания заряда и напряжения на обкладках конденсатора, а также силы тока и ЭДС в катушке индуктивности.* Электромагнитные колебания в идеальном колебательном контуре являются *высокочастотными* и *гармоническими*. Уравнениями гармонических колебаний заряда, силы тока, напряжения и ЭДС являются уравнения 253)–256).

На рис. 189 изображены графики колебаний заряда, напряжения и силы тока в идеальном колебательном контуре.

Ниже приведены уравнения электромагнитных колебаний и волн.

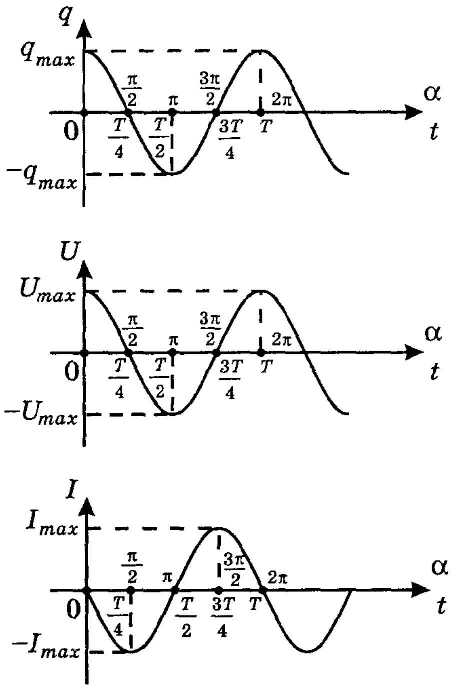


Рис. 189

Уравнения электромагнитных колебаний заряда, силы тока, напряжения и ЭДС

253) $q = q_m \cos(\omega t + \alpha_0)$

254) $i = I_m \sin(\omega t + \alpha_0)$

255) $u = U_m \cos(\omega t + \alpha_0)$

256) $e = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \alpha_0)$

257) $\mathcal{E}_m = B\omega S$

258) $U_m = \dfrac{q_m}{C}$

Здесь q — мгновенный заряд (Кл), q_m — максимальный заряд (Кл), ω — циклическая частота колебаний (рад/с), t — время колебаний (с), α_0 — начальная фаза (рад), i — мгновенная сила тока (А), I_m — максимальная сила тока (А), u — мгновенное напряжение (В), U_m — максимальное напряжение (В), e — мгновенная ЭДС (В), $\mathcal{E}_m$ — максимальная

ЭДС (В), S — площадь вращающегося контура (м^2), C — емкость конденсатора (Ф).

Период, циклическая частота и частота свободных электромагнитных колебаний в колебательном контуре (формула Томсона)

$$259)\ T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$260)\ \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$261)\ \nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Здесь T — период колебаний (с), L — индуктивность катушки (Гн), C — емкость конденсатора (Ф), ω — циклическая частота колебаний (рад/с), ν — частота колебаний (Гц).

Формула силы переменного тока

$$262)\ i = q'$$

$$263)\ I_m = \omega q_m$$

Здесь i — мгновенная сила тока (А), q' — первая производная заряда по времени (А), I_m — максимальная сила тока (А), q_m — максимальный заряд (Кл).

Действующие значения переменного тока

$$264)\ I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$265)\ U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$266)\ \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}}$$

Здесь I — действующее значение силы переменного тока (А), I_m — максимальное значение силы тока (А), U — действующее значение напряжения (В), U_m — максимальное напряжение (В), $\mathcal{E}$ — действующая ЭДС (В), $\mathcal{E}_m$ — максимальная ЭДС (В).

Индуктивное, емкостное и полное сопротивления в цепи переменного тока

$$267)\ X_L = \omega L$$

$$268)\ X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$269)\ Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Здесь X_L — индуктивное сопротивление (Ом), X_C — емкостное сопротивление (Ом), ω — циклическая частота переменного тока (рад/с), Z — полное сопротивление (Ом), R — активное сопротивление (Ом).

Закон Ома для полной цепи переменного тока

$$270)\ I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{Z}$$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U_m}{Z}$$

Здесь I — действующее значение силы переменного тока (А), U — действующее значение напряжения переменного тока (В), I_m — максимальная сила переменного тока (А), U_m — максимальное напряжение переменного тока (В), Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Средняя мощность в цепи переменного тока

$$271)\ P = U\,I\cos\varphi$$

Здесь P — мощность переменного тока (Вт), U — его действующее напряжение (В), I — действующая сила тока (А), $\cos\varphi$ — коэффициент мощности переменного тока (безразмерный), φ — сдвиг фаз между током и напряжением (рад).

Коэффициент мощности переменного тока

$$272)\ \cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Здесь все величины названы в формулах 268)–269).

Коэффициент трансформации трансформатора

$$273)\ k = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Здесь k — коэффициент трансформации трансформатора (безразмерный), U_1 — напряжение на первичной обмотке (В), U_2 — напряжение на вторичной обмотке (В), N_1 — число витков в первичной обмотке (безразмерное), N_2 — число витков во вторичной обмотке (безразмерное).

Формулы длины электромагнитной волны в вакууме (воздухе)

$$274)\ \lambda = cT$$

$$275)\ \lambda = \frac{c}{\nu}$$

Здесь λ — длина волны (м), $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме, T — период колебаний (с), ν — частота колебаний (Гц).

Плотность потока электромагнитного излучения

$$276)\ I = \frac{\Delta W}{S\Delta t}$$

Здесь I — плотность потока электромагнитного излучения (Вт/м^2), ΔW — электромагнитная энергия, проходящая через некоторую поверхность (Дж), S — площадь этой поверхности (м^2), Δt — время прохождения энергии (с).

Свободные электромагнитные колебания в идеальном колебательном контуре подчиняются закону сохранения энергии: полная энергия электромагнитных колебаний $E_{\text{эл-м}}$ равна максимальной энергии электрического поля конденсатора $E_{\text{эл max}}$ или равна максимальной энергии магнитного поля катушки индуктивости $E_{\text{м max}}$, или равна сумме мгновенных электрической $E_{\text{эл}}$ и магнитной $E_{\text{м}}$ энергий поля конденсатора и катушки в любой промежуточный момент времени:

$$E_{\text{эл-м}} = E_{\text{эл max}} = E_{\text{м max}} = E_{\text{эл}} + E_{\text{м}}.$$

Этот закон можно записать, развернув значения энергии электрического и магнитного полей через их параметры согласно уравнениям 161) – 163), а также 227):

$$E_{\text{эл-м}} = \frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2} = \frac{Cu^2}{2} + \frac{Li^2}{2}.$$

В данном уравнении максимальую энергию

зависимости от известных величин можно в

$\frac{q_{max}U_{max}}{2}$, а его мгновенную энергию — соотв

Здесь q, u и i — мгновенные значения заряда, н

Между параметрами, характеризующими м магнитные колебания, существует аналогия, о таблице.

Параметры механических и элект

Механические колебания	Электром
смещение x	заряд q
амплитуда A	максималь
масса m	индуктивн
жесткость k	величина, с
максимальная скорость v_{max}	максимальн
мгновенная скорость v	мгновенная
ускорение a	производна
потенциальная энергия $\frac{kx^2}{2}$	энергия элен
кинетическая энергия $\frac{mv^2}{2}$	энергия магн
импульс $p = mv$	магнитный п

Всякий реальный колебательный контур (ри ление проводов R. Если ему один раз сообщить э рядив конденсатор C, то колебания в нем будут з терь энергии на джоулево тепло. График затухаю тока изображен на рис. 191.

Чтобы колебания были незатухающими, колеб пополнять энергией, например, включив в него и напряжения (рис. 192). Если частота пополнения дет равна собственной частоте колебаний контур мулами 260) или 261), то в контуре возникнет элек

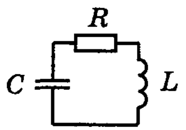


Рис. 190

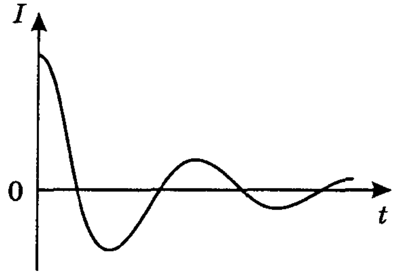


Рис. 191

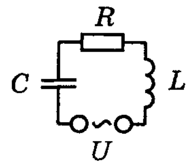


Рис. 192

***Электрический резонанс** — это явление резкого возрастания максимальной силы тока в контуре (амплитуды силы тока), когда частота пополнения контура энергией становится равной собственной частоте колебаний в контуре.*

При вращении проводящего контура в магнитном поле в нем вследствие явления электромагнитной индукции возникает переменный ток.

***Действующим (эффективным) значением переменного тока** называют силу такого постоянного тока, который, проходя по контуру, выделяет в единицу времени столько же тепла, что и данный переменный ток.* Действующие силу, напряжение и ЭДС переменного тока определяют формулы 264)–266):

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}}.$$

Измерительные приборы, включенные в цепь переменного тока, показывают его действующие значения.

Если в цепь переменного тока включить катушку индуктивности, то в ней возникнет ток самоиндукции, который, согласно правилу Ленца, будет препятствовать изменению переменного тока. Из-за этого колебания силы тока в контуре будут отставать по фазе от колебаний напряжения, поэтому катушка индуктивности, включенная в контур, оказывает *индуктивное сопротивление* X_L переменному току, величину которого определяет формула 267):

$$X_L = \omega L.$$

Если в цепь переменного тока включить конденсатор, то изменение напряжения на его обкладках будет отставать по фазе от изменения силы тока, поэтому конденсатор будет оказывать *емкостное сопротивление* X_C переменному току, величину которого определяет формула 268):

$$X_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Индуктивное* и *емкостное сопротивления вместе называются *реактивным сопротивлением.*

Сопротивление R, которое оказывают проводники цепи, называется *активным сопротивлением.* Джоулево тепло выделяется только на **активном сопротивлении** — в этом состоит главное отличие *активного сопротивления* от *емкостного* и *индуктивного сопротивлений.*

Если цепь переменного тока содержит *активное, емкостное* и *индуктивное сопротивления*, то ***полное сопротивление*** такой цепи определяет формула 269):

$$Z=\sqrt{R^2+\left(X_L-X_C\right)^2}.$$

Закон Ома для данной цепи имеет вид 270), где слева от равенства и в числителе могут быть записаны только действующие или амплитудные значения силы и напряжения переменного тока:

$$I=\frac{U}{Z} \text{ или } I_m=\frac{U_m}{Z}.$$

Устройство для изменения напряжения переменного тока называется *трансформатором.* Его обозначение на схемах показано на рис. 193.

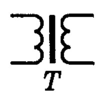


Рис. 193

Действие трансформатора основано на явлении электромагнитной индукции. ***Трансформатор*** состоит из замкнутого ферромагнитного сердечника, на который надеты обмотки. Та обмотка, которую подключают к источнику изменяемого напряжения, называется первичной, а та, с которой измененное напряжение подается на потребитель, — вторичной.

Если число витков во вторичной обмотке больше числа витков в первичной, то трансформатор называется повышающим, а если меньше — то понижающим. Величина k, показывающая, во сколько раз трансформатор изменяет напряжение переменного тока, называется ***коэффициентом трансформации трансформатора*** (формула 273)

$$k=\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2}.$$

Из нее следует, что *напряжения на обмотках прямо пропорционально числу витков в них.*

Поскольку КПД трансформатора очень высок, работа тока в его обеих обмотках примерно одинакова. Поэтому, согласно формуле работы тока 193), силы тока в обмотках I_1 и I_2 обратно пропорциональны числу витков N_1 и N_2 в них:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

***Электромагнитные волны** — это распространение в пространстве электромагнитных колебаний.*

Электромагнитные волны являются *поперечными волнами,* т. к. векторы электрической напряженности $\vec{E}$ и магнитной индукции $\vec{B}$ в электромагнитной волне колеблются перпендикулярно ее перемещению $\vec{S}$ (рис. 194).

В вакууме электромагнитные волны распространяются с максимальной скоростью $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Длину электромагнитной волны в вакууме определяют формулы 249)–250), где $v = c$:

$$\lambda = cT, \quad \lambda = \frac{c}{\nu}.$$

Источником электромагнитных волн являются ускоренно движущиеся заряженные частицы.

Амплитуда электромагнитной волны пропорциональна квадрату ее частоты, а ее энергия — частоте в четвертой степени. Электромагнитные волны обладают всеми свойствами волн: интерференцией, дифракцией, дисперсией и поляризацией.

На рис. 195 изображена *шкала электромагнитных волн*, на которой электромагнитные волны расположены в порядке возрастания их частоты (слева направо) или в порядке убывания длины волны.

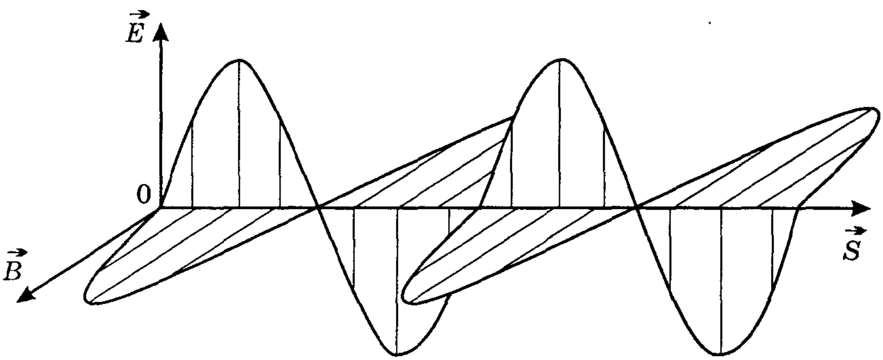


Рис. 194

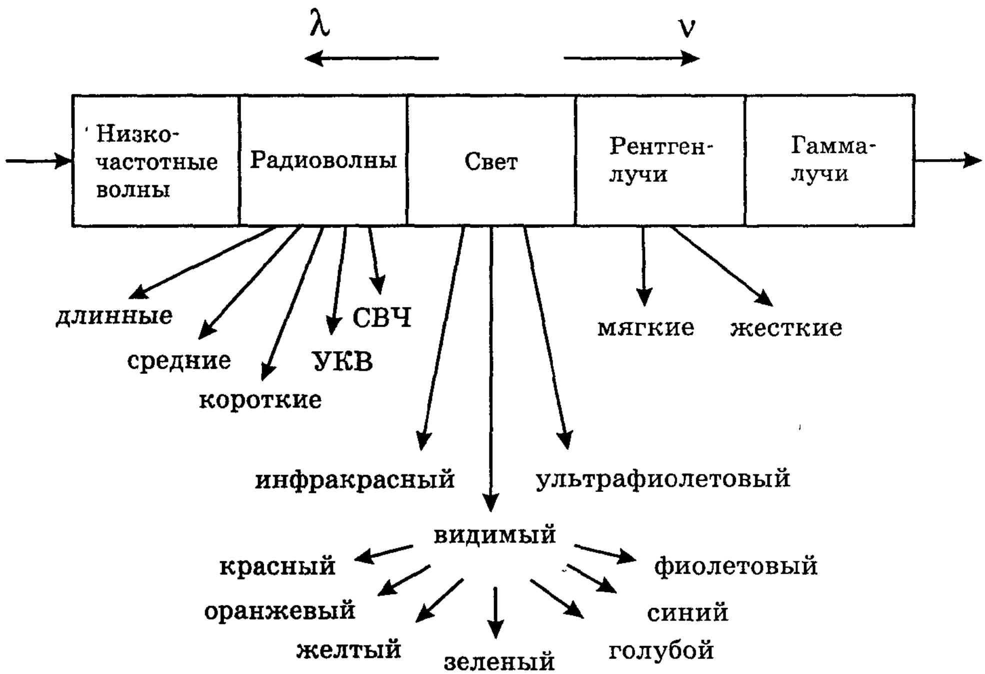


Рис. 195

Тема 10. Оптика

Оптика — раздел физики, в котором изучается излучение света, его распространение и взаимодействие с веществом.

Различают *геометрическую, волновую* и *квантовую оптику.*

А. Геометрическая оптика

В *геометрической оптике* не учитывается природа света, а его распространение в пространстве рассматривается, исходя из представлений о световых лучах. ***Световой луч** — это линия, вдоль которой распространяется световая энергия.*

Ниже приведены формулы геометрической оптики

Закон отражения

$$277)\ \alpha = \beta$$

Здесь α — угол падения (рад), β (или γ) — угол отражения (рад).

Закон преломления

$$278)\ \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21}$$

$$279)\ \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{v_1}{v_2}$$

Здесь α — угол падения (рад), γ (или β) — угол преломления (рад), n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой (безразмерный), v_1 — скорость света в первой среде (м/с), v_2 — скорость света во второй среде (м/с).

Физический смысл абсолютного показателя преломления

$$280)\ n = \frac{c}{v}$$

Здесь n — абсолютный показатель преломления (безразмерный), c — скорость света в вакууме (м/с), v — скорость света в прозрачной среде (м/с).

Физический смысл относительного показателя преломления

$$281)\ n_{21} = \frac{v_1}{v_2}$$

Здесь n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой, v_1 — скорость света в первой среде (м/с), v_2 — скорость света во второй среде.

Связь относительного показателя преломления двух сред с их абсолютными показателями преломления

$$282)\ n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$$

Здесь n_{21} — относительный показатель преломления сред (безразмерный), n_1 — абсолютный показатель преломления первой среды, n_2 — абсолютный показатель преломления второй среды.

Формула предельного угла полного отражения

$$283)\ \sin\alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}$$

$$284) \text{ при } n_2 = 1 \ \sin\alpha_0 = \frac{1}{n_1}$$

Здесь α_0 — предельный угол полного отражения (рад), n_1 – абсолютный показатель преломления первой среды (безразмерный), n_2 — абсолютный показатель преломления второй среды (безразмерный).

Формула линзы

$$285) \ \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \qquad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D$$

Здесь d — расстояние от предмета до линзы (м), f — расстояние от линзы до изображения (м), F — фокусное расстояние линзы (м), D — оптическая сила линзы (дптр).

Формула оптической силы линзы

$$286) \ D = \frac{1}{F}$$

Все величины названы в предыдущей формуле.

Линейное увеличение линзы

$$287) \ \Gamma = \frac{H}{h}$$

$$288) \ \Gamma = \frac{f}{d}$$

Здесь Γ — линейное увеличение линзы (безразмерное), H — линейный размер изображения (м), h — линейный размер предмета (м), d — расстояние от предмета до линзы (м), f — расстояние от линзы до изображения (м).

Линейное увеличение лупы

$$289) \ \Gamma = \frac{d_0}{F}$$

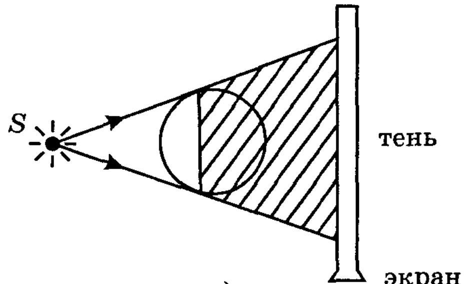
Здесь d_0 = 25 см — расстояние наилучшего зрения, F — фокусное расстояние лупы.

Геометрическая оптика базируется на четырех законах:
– *законе прямолинейности световых лучей*;
– *законе независимости световых лучей*;

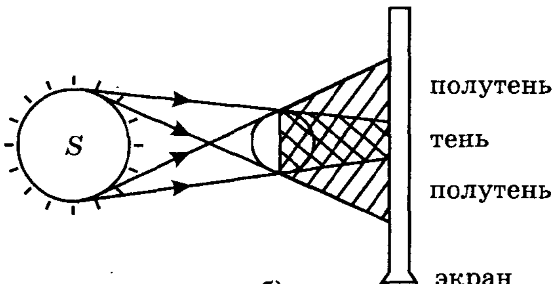
– *законе отражения;*
– *законе преломления.*

Закон прямолинейности световых лучей

Свет в однородной и изотропной среде распространяется прямолинейно. Доказательством этому служит образование тени и полутени. Если источник света S *точечный*, то позади непрозрачного предмета M образуется тень (рис. 196, а), а если источник света S протяженный, то позади такого предмета M образуются тень и полутени (рис. 196, б).



а)



б)

Рис. 196

Точечный источник света — это абстрактный источник, представляющий собой светящуюся материальную точку. Если точечный источник света удален в бесконечность, то его лучи падают на освещаемый предмет параллельным пучком.

Световой луч не может быть бесконечно тонким. При прохождении сквозь отверстие, в котором умещается несколько длин волн, он расширяется вследствие дифракции и загибается в область геометрической тени.

Закон независимости световых лучей

При пересечении световых лучей каждый луч распространяется в прежнем направлении. Этот закон нарушается при пересечении световых лучей с очень большой энергией, например, лазерных лучей.

При падении световых лучей на непрозрачную гладкую преграду они меняют направление, возвращаясь в прежнюю среду. Это явление называется *отражением света. Угол между падающим лучом и перпендикуляром к отражающей свет поверхности называется* ***углом падения*** α. *Угол между отраженным лучом и перпендикуляром к отражающей поверхности называется* ***углом отражения*** β (или γ) (рис. 197).

Законы отражения:

– луч падающий и луч отраженный всегда лежат в одной плоскости с перпендикуляром, проведенным в точку падения к отражающей поверхности по разные стороны от него;

– угол отражения всегда равен углу падения, $\alpha = \beta$.

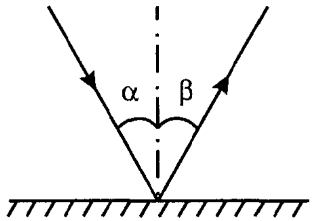


Рис. 197

Если луч падает перпендикулярно отражающей поверхности, то угол падения равен нулю, поэтому и угол отражения тоже равен нулю. В этом случае луч отражается в обратном направлении — сам по себе.

На законе отражения основано получение изображения A_1B_1 предмета AB в плоском зеркале (рис. 198).

Плоское зеркало *mn дает мнимое и прямое изображение* A_1B_1*, равное по рзмеру предмету AB и расположенное от зеркала на таком же расстоянии, что и предмет:* $d = d_1$. Исключение составляет случай, когда на плоское зеркало падает пучок сходящихся лучей (рис. 199), — в этом случае изображение S получится действительным.

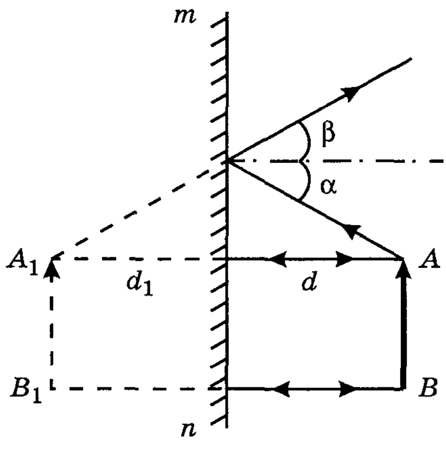


Рис. 198

Если поверхности двух плоских зеркал образуют угол φ (рис. 200), то количество изображений N в такой системе зеркал можно определить по формуле

$$N = \frac{360^0}{\varphi} - 1.$$

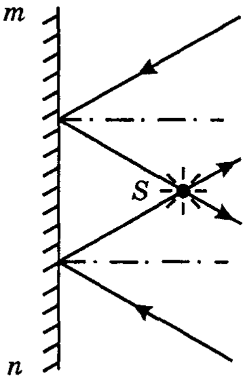


Рис. 199

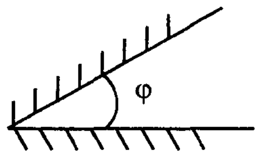


Рис. 200

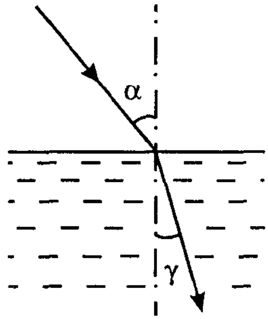


Рис. 201

При переходе света из одной прозрачной среды в другую меняется направление светового луча. Это явление называется *преломлением света*. Угол γ между преломленным лучом и перпендикуляром к преломляющей поверхности называется *углом преломления* (рис. 201).

Законы преломления:

– луч падающий и луч преломленный всегда лежат в одной плоскости с перпендикуляром, опущенным в точку падения луча к преломляющей поверхности, по разные стороны от перпендикуляра;

– *отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных двух сред и называется показателем преломления второй среды относительно первой* n_{21} (формула 278):

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21}.$$

При этом ***первой средой*** является та среда, в которой распространяется падающий луч, а ***второй средой*** — та, в которой распространяется преломленный луч. Например, если свет переходит из воды в стекло, то n_{21} — это показатель преломления стекла относительно воды, а если — наоборот, из стекла в воду, то n_{21} — показатель преломления воды относительно стекла.

Если луч переходит из вакуума (воздуха) в прозрачную среду, то показатель преломления этой среды относительно вакуума называется *абсолютным показателем преломления этой среды n*. Значение абсолютного показателя преломления каждой среды приводится в справочных данных.

Физический смысл абсолютного показателя преломления среды: *абсолютный показатель преломления среды показывает, во сколько* *раз скорость света в вакууме больше, чем в данной среде* (формула 280):

$$n = \frac{c}{v}.$$

Относительный показатель преломления n_{21} равен отношению абсолютного показателя преломления второй среды к относительному показателю преломления первой среды (формула 282):

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Физический смысл относительного показателя преломления: *относительный показатель преломления показывает, во сколько раз отличается скорость света в первой среде от скорости света во второй среде* (формула 281):

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2}.$$

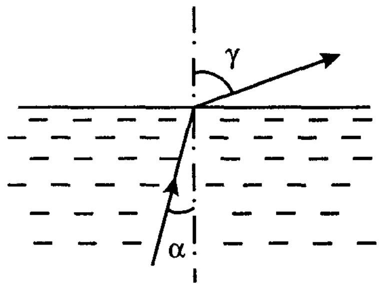


Рис. 202

Та среда, у которой абсолютный показатель преломления больше, называется *оптически более плотной*. Если свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную, например, из воздуха в воду, то угол падения α больше угла преломления γ (рис. 201). И наоборот, если луч переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную, например, из воды в воздух, то угол падения α меньше угла преломления γ (рис. 202).

В случае перехода луча из оптически более плотной среды в оптически менее плотную существует такой угол падения, при котором преломленный луч скользит по границе раздела сред с разной оптической плотностью. При этом угол преломления равен 90^0 (рис. 203). Такой угол падения называется *предельным углом полного отражения* $\alpha_{пред}$ (формулы 283) и 284):

$$\sin\alpha_0 = \frac{n_2}{n_1} \text{ и } \sin\alpha_0 = \frac{1}{n_1}.$$

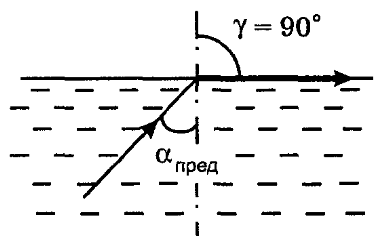


Рис. 203

Если луч упадет на поверхность под углом больше предельного, то он полностью отразится обратно в первую среду (рис. 204). Такое явление называется *полным отражением*.

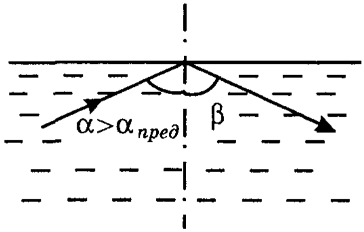


Рис. 204

Если точечный источник света S находится под водой, то из воды выйдут только лучи, упавшие на ее поверхность под углом меньше предельного (рис. 205). Лучи, упавшие под углом, равным предельному, будут скользить по поверхности воды, а лучи, упавшие под углом больше предельного, не выйдут из воды. В результате наблюдатель сверху увидит на поверхности воды резко очерченный светлый круг, представляющий собой основание светового конуса с вершиной в источнике света S.

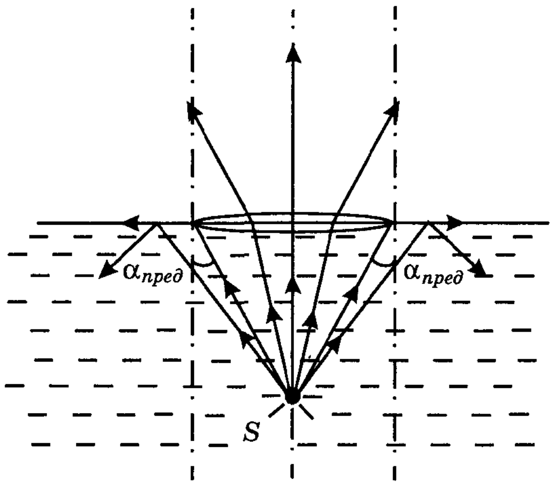


Рис. 205

Проходя сквозь плоскопараллельную пластинку из вещества, оптически более плотного, чем окружающая среда, луч не меняет своего направления, а лишь смещается на расстояние x (рис. 206). Смещение луча x тем больше, чем толще пластинка и чем больше показатель преломления ее вещества.

Проходя сквозь треугольную призму, изготовленную из оптически более плотного, чем окружающая среда, вещества, луч дважды преломляется, отклоняясь к ее основанию (рис. 207). При этом изображение S_1 источника света S смещается к вершине призмы. Угол φ, лежащий против основания призмы, называется *преломляющим углом* призмы.

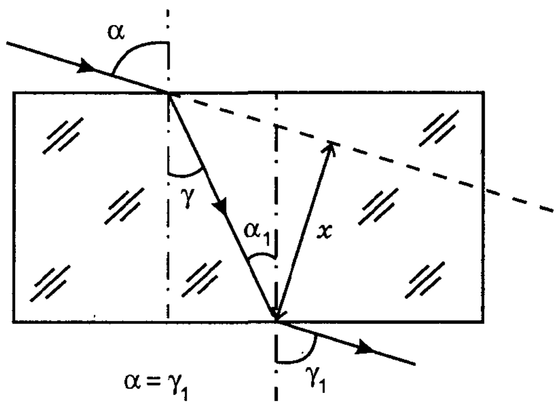


Рис. 206

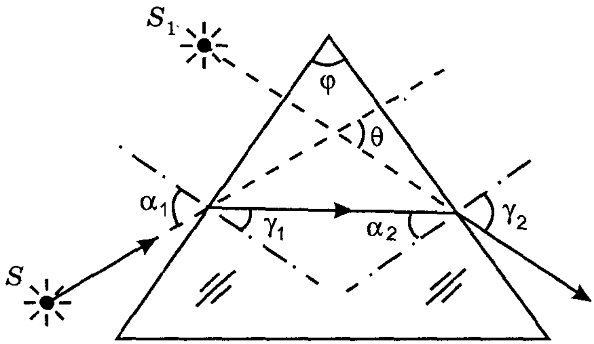


Рис. 207

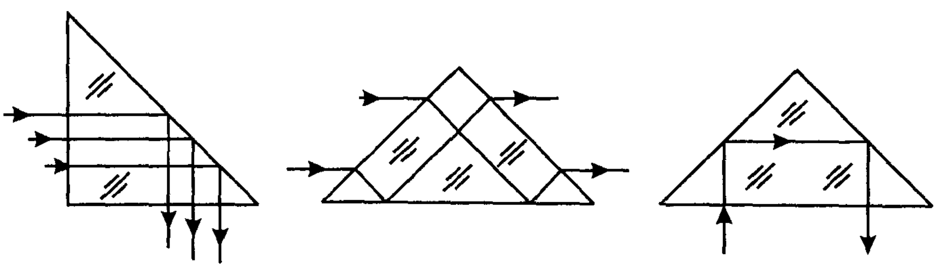
Угол θ между направлениями упавшего на призму и вышедшего из призмы лучей называется *углом отклонения* луча. Угол отклонения θ зависит от угла падения луча на призму α_1, преломляющго угла призмы φ и показателя преломления n вещества, из которого она изготовлена.

С помощью треугольной равнобедренной призмы с преломляющим углом 90^0 можно менять направление луча на 90^0 (рис. 208, а), изменять относительное расположение лучей (рис. 204, б) и поворачивать луч обратно (рис. 208, в).

***Линзой** называют прозрачное для света тело, ограниченное сферическими или иными криволинейными поверхностями, одна из которых может быть плоской*. Если линза в средней части толще, чем у краев, то она называется *выпуклой*, а если наоборот, — то *вогнутой*.

Двояковыпуклая линза называется *собирающей*, т. к. она собирает после преломления параллельные лучи в одной точке (рис. 209, а).

Вершины сферических сегментов P_1 и P_2, образующих линзу, называются ее *полюсами*. Точка, в которой сливаются полюсы бесконечно тонкой линзы, назвается ее *главным оптическим центром О*.



а) б) в)

Рис. 208

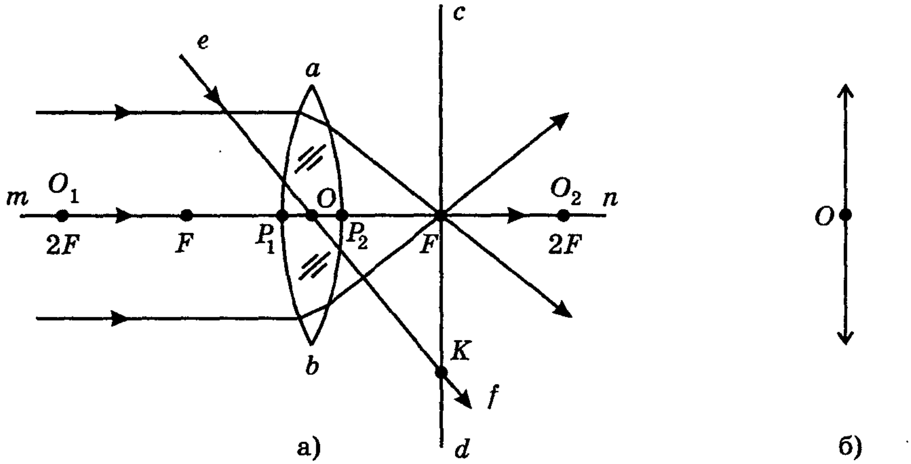


Рис. 209

Прямая *mn*, проходящая через центры сфер O_1 и O_2, поверхности которых образуют линзу, называется *главной оптической осью линзы*. Точка, в которой пересекаются лучи, падающие на линзу параллельно ее главной оптической оси, называется *фокусом линзы F*. Фокус линзы F делит расстояние между центром сферы O_1 и главным оптическим центром линзы пополам, поэтому центр O_1 называют двойным фокусом линзы $2F$.

Расстояние OF от фокуса линзы до ее главного оптического центра называется *фокусным расстоянием линзы* и тоже обозначается буквой F. Собирающая линза имеет два *действительных фокуса F* и два двойных фокуса $2F$, расположенных по обе стороны линзы. На рис. 209, б) показано условное изображение собирающей линзы.

Любой луч *ef*, проходящий через главный оптический центр линзы O, не преломляется. Такой луч называется *побочной осью линзы*.

Плоскость *ав*, проходящая через главный оптический центр линзы O перпендикулярно ее главной оптической оси, называется *главной плоскостью линзы*. Плоскость *cd*, проходящая через фокус линзы перпендикулярно ее главной оптической оси, называется *фокальной плоскостью линзы*.

Главное свойство *фокальной плоскости собирающей линзы*: она является геометрическим местом точек, в которых пересекаются параллельные лучи, падающие на собирающую линзу под разными углами (рис. 210).

Чтобы узнать, как пойдет после преломления луч, упавший на собирающую линзу под углом к главной оптической оси, надо провести

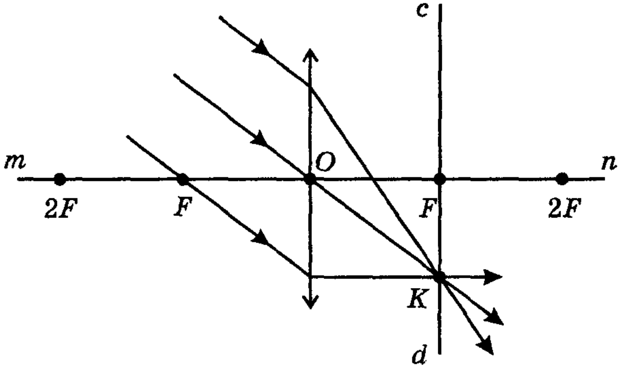


Рис. 210

через главный оптический центр линзы побочную ось, параллельную произвольному лучу и построить с другой стороны линзы главную фокальную плоскость cd. Побочная ось не преломится в линзе и пересечет главную фокальную плоскость cd в некоторой точке K. А поскольку побочная ось параллельна произвольному лучу, то он после преломления тоже пойдет через точку K (рис. 211).

Если на линзу падает пучок параллельных лучей, значит, их источник расположен в бесконечности, т. е. расстояние от источника до линзы $d = \infty$. Если такие лучи параллельны главной оптической оси, то после преломления они пересекутся в фокусе линзы F, — там появится действительное изображение S_1 источника S, удаленного в бесконечность

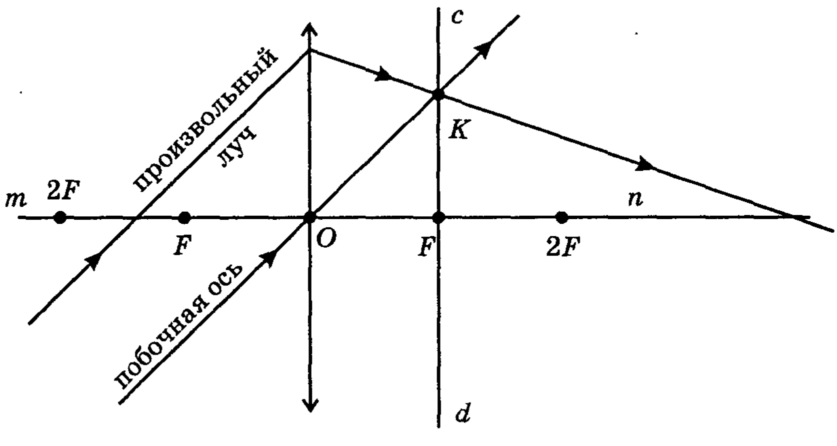


Рис. 211

(рис. 209, а). Световые лучи обратимы. Это значит, что если в фокус собирающей линзы поместить точечный источник света S, то после преломления в линзе его лучи пойдут параллельно главной оптической оси линзы и изображение S_1 источника уйдет в бесконечность, т. е. расстояние от линзы до изображения $f = \infty$ (рис. 212).

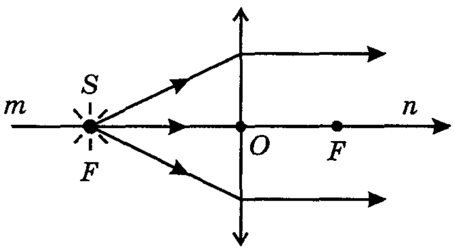


Рис. 212

Как правило, если в условии задачи не сказано, о какой линзе идет речь, значит, это собирающая линза. Если у вас имеется хотя бы часть линзы, изображение в ней строится так же, как если бы это была целая линза.

Двояковогнутая линза рассеивает пучки параллельных лучей, падающих на нее, поэтому она называется *рассеивающей линзой.* Если пучок лучей падает на рассеивающую линзу параллельно ее главной оптической оси, то после преломления в линзе их мнимые продолжения пересекаются в одной точке, которая является *мнимым фокусом* F рассеивающей линзы (рис. 213, а). Рассеивающая линза имеет два *мнимых фокуса* F, расположенных на главной оптической оси по обе стороны от нее на середине отрезка O_1O. На рис. 213, б) показано условное изображение рассеивающей линзы.

Плоскость cd, перпендикулярная главной оптической оси и проходящая через фокус рассеивающей линзы, называется главной *фокальной плоскостью* этой линзы.

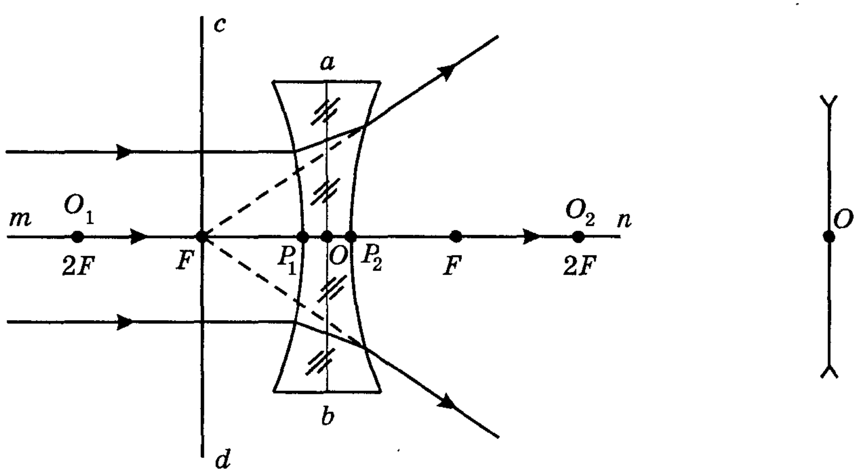


Рис. 213

Главное свойство фокальной плоскости рассеивающей линзы: она является геометрическим местом точек, в которых пересекаются мнимые продолжения любых параллельных лучей, падающих на линзу под разными углами (рис. 214).

Чтобы узнать, как пойдет упавший на рассеивающую линзу произвольный луч после преломления, надо провести параллельную ему побочную ось и построить главную фокальную плоскость *cd* с той же стороны линзы, где лежит и произвольный луч. Точку *K*, в которой побочная ось пересечет главную фокальную плоскость, надо соединить с точкой падения произвольного луча на линзу его мнимым (штриховым) продолжением, а сам луч пойдет в противоположном направлении (рис. 215).

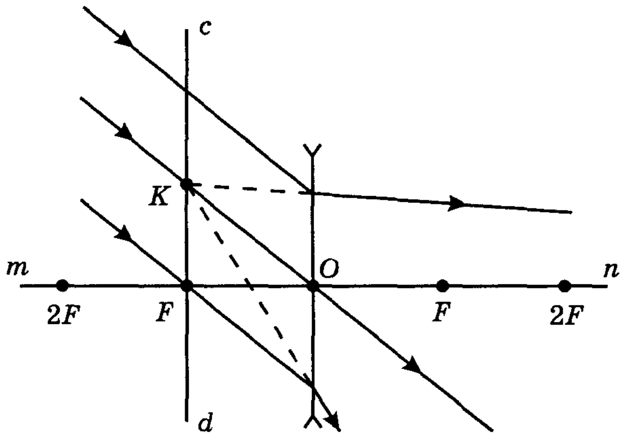


Рис 214

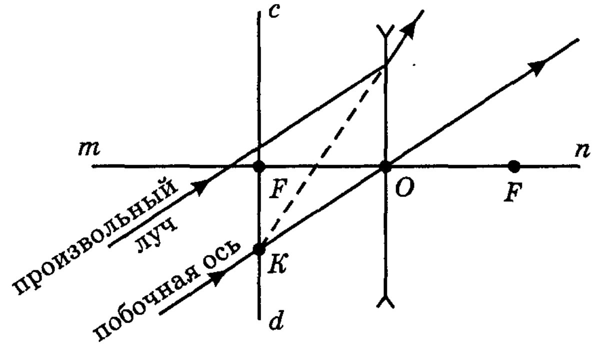


Рис. 215

Мнимые лучи и мнимые изображения предметов принято показывать штриховыми линиями.

Чтобы построить изображение светящейся точки в линзе, надо знать, где пересекутся после преломления испущенные этой точкой два любых луча.

Лучше выбрать лучи, про которые вы знаете, как они пойдут после преломления.

Повторим их еще раз:

а) луч, идущий по главной оптической оси любой линзы, не преломляется;

б) побочная ось, т. е. луч, проходящий через главный оптический центр O любой линзы, не преломляется;

в) луч, падающий на собирающую линзу параллельно главной оптической оси, после преломления пойдет через фокус линзы;

г) луч, падающий на собирающую линзу через ее фокус, после преломления пойдет параллельно главной оптической оси линзы;

д) произвольный луч после преломления в собирающей линзе пойдет через точку фокальной плоскости, в которой пересечет эту плоскость параллельная произвольному лучу побочная ось;

е) луч, падающий на рассеивающую линзу параллельно ее главной оптической оси, преломится так, что его мнимое продолжение пойдет через фокус, а сам луч — в направлении, противоположном мнимому продолжению;

ж) произвольный луч, упавший на рассеивающую линзу, преломится так, что его минимое продолжение пойдет через точку, в которой пересечет главную фокальную плоскость линзы побочная ось, параллельная произвольному лучу.

Пользуясь этими правилами, несложно построить изображение точки или предмета в собирающей и рассеивающей линзах.

Чтобы построить изображение точки M, лежащей на главной оптической оси собирающей линзы, проведите из этой точки к линзе два луча: один по главной оптической оси, а второй — произвольный. Первый пойдет, как шел, поэтому надо построить после преломления только произвольный луч, руководствуясь рис. 211 и пунктом d. Точка пересечения этих преломленных лучей и будет изображением M_1 точки M.

Если точка M лежит за двойным фокусом $2F$ собирающей лизны, то ее действительное изображение M_1 окажется между фокусом и двойным фокусом по другую сторону линзы (рис. 216, а). Если точка M лежит в двойном фокусе этой линзы, то ее действительное изображение тоже окажется в двойном фокусе по другую сторону линзы (рис. 216, б). Если точка M лежит между двойным фокусом $2F$ и фокусом F, то ее действи-

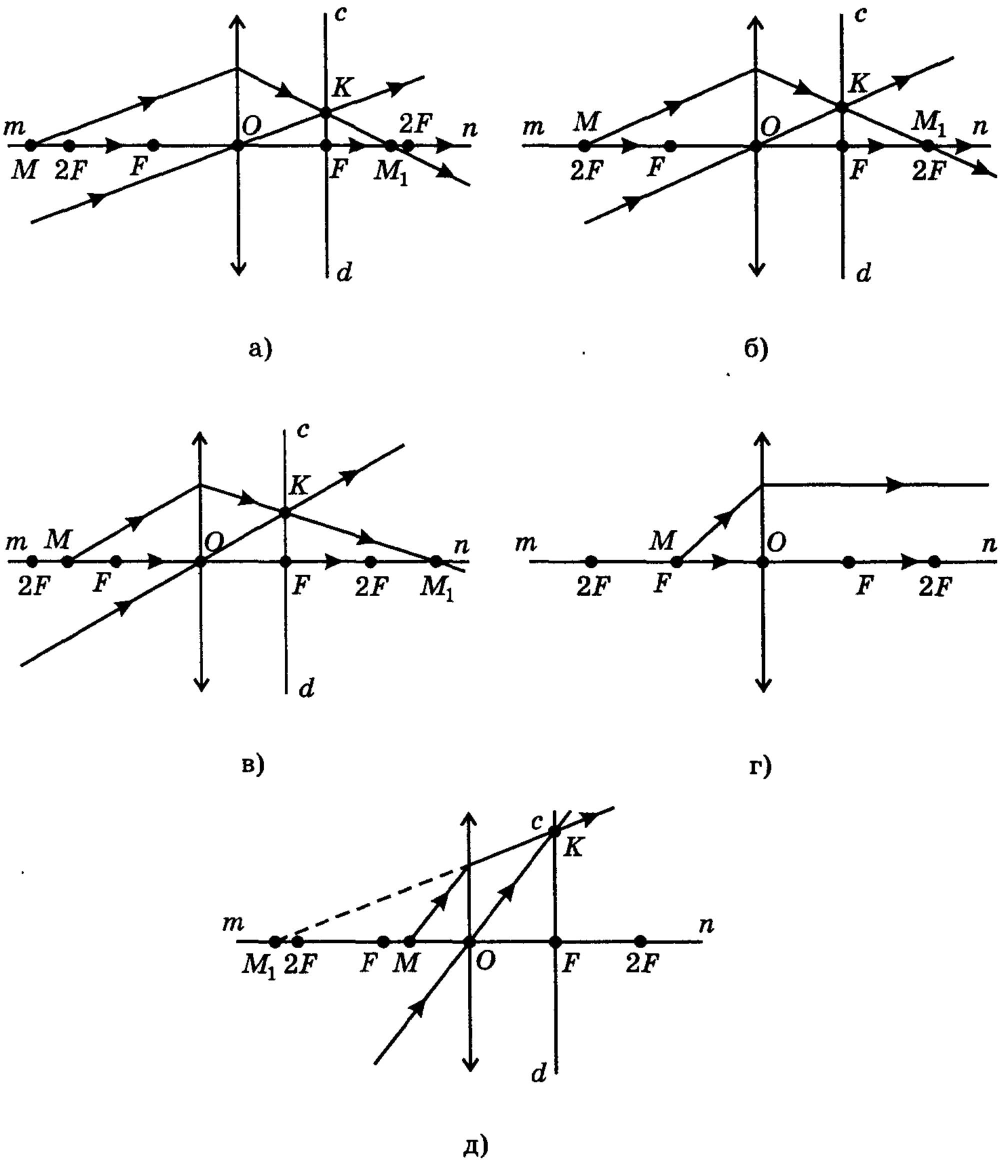


Рис. 216

тельное изображение M_1 окажется за $2F$ по другую сторону линзы (рис. 216, в). Если точка M лежит в фокусе линзы, то ее изображение уйдет в бесконечность (рис. 216, г). И наконец, если точка M лежит между фокусом F и линзой, то ее мнимое изображение M_1 окажется с той же стороны линзы, что и точка M (рис. 216, д).

Чтобы построить изображение предмета AB, надо сначала построить изображение точки A, не лежащей на главной оптической оси. Для этого из точки A проведем к линзе луч, параллельный главной оптической оси, — после преломления он пойдет через фокус. Затем из этой же точки A проведем через главный оптический центр линзы O побочную ось. Точка A_1, в которой после преломления пересекутся эти два луча, и будет изображением точки A. Если предмет AB был перпендикулярен главной оптической оси mn, опустим из точки A_1 на главную оптическую ось перпендикуляр и в его основании на оси получим изображение B_1 точки B.

Если предмет AB находится за двойным фокусом собирающей линзы, то его действительное изображение A_1B_1 будет обратным (перевернутым), уменьшенным и расположится между фокусом F и двойным фокусом $2F$ по другую сторону линзы (рис. 217, а). Если предмет AB расположен в двойном фокусе $2F$, то его действительное изображение A_1B_1 будет обратным, равным по размерам самому предмету и тоже расположенным в двойном фокусе по другую сторону линзы (рис. 217, б). Если предмет AB находится между двойным фокусом $2F$ и фокусом F, то его действительное изображение A_1B_1 будет увеличенным, обратным и расположится за $2F$ по другую сторону линзы (рис. 217, в). Если предмет AB находится в фокусе линзы F, то его изображение уйдет в бесконечность (рис. 217, г). И наконец, если предмет AB находится между фокусом F и линзой, то его мнимое изображение A_1B_1 в собирающей линзе будет прямым, увеличенным и расположится с той же стороны линзы, что и сам предмет AB (рис. 217, д).

В рассеивающей линзе изображение M_1 точки M будет всегда мнимым и расположенным на главной оптической оси с той же стороны линзы, что и точка M (рис. 218). Изображение A_1B_1 предмета AB располо-

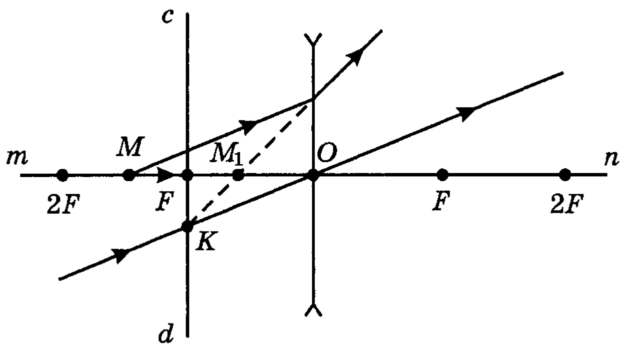


Рис. 218

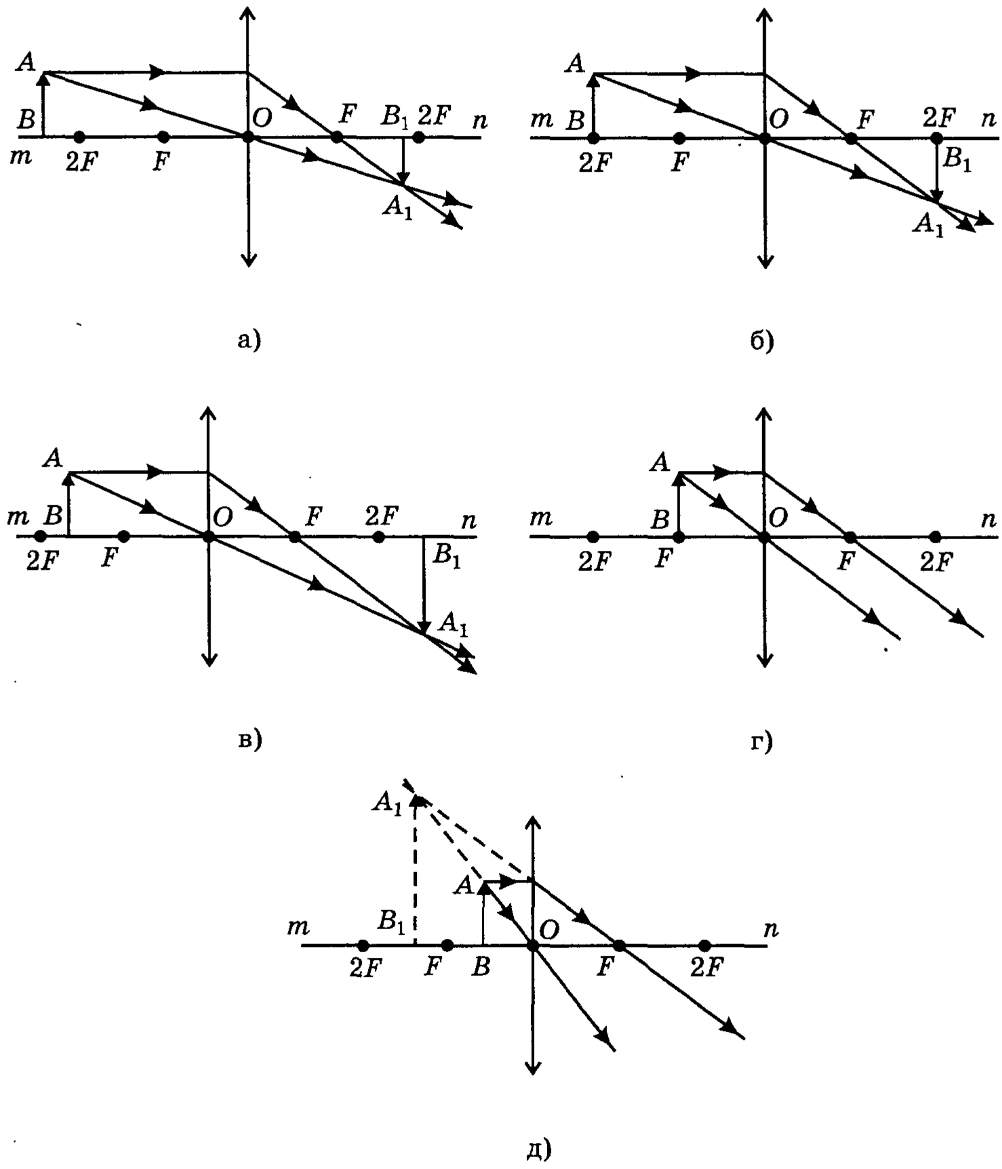


Рис. 217

жится по ту же сторону линзы, что и сам предмет, и будет всегда мнимым, прямым и уменьшенным (этим оно отличается от мнимого изображения в собирающей линзе, там оно увеличенное, см. рис 217, д).

Если предмет AB не перпендикулярен главной оптической оси mn, то строить его изображение так, как показано на рис. 217 и 219, нельзя.

В этом случае надо отдельно построить изображение A_1 точки A и отдельно — изображение B_1 точки B, лежащей на главной оптической оси, как мы это делали на рис. 216, а затем эти изображения соединить (рис. 220). Предмет и его изображение не будут параллельны друг другу, они расположены наклонно к главной оптической оси под разными углами.

Если требуется построить изображение предмета AB в системе собирающая линза — плоское зеркало, то сначала постройте изображение A_1B_1 в линзе (рис. 221, а). Это изображение A_1B_1 станет предметом по отношению к зеркалу. Затем постройте изображение A_2B_2 предмета A_1B_1 уже в плоском зеркале (рис. 221, б). Это изображение A_2B_2 станет вторым предметом по отношению к линзе. И, наконец, постройте еще одно изображение A_3B_3 предмета A_2B_2 в линзе (рис. 221, в). Изображение A_3B_3 будет окончательным изображением предмета AB, даваемым системой линза — зеркало.

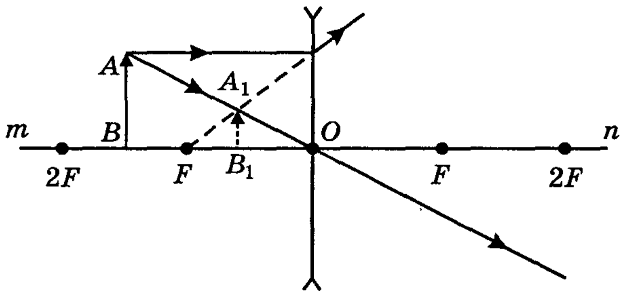


Рис. 219

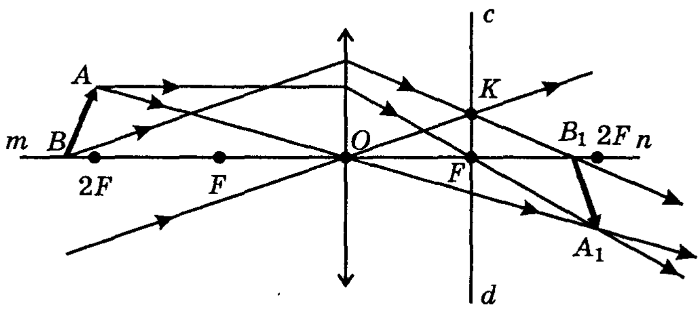


Рис. 220

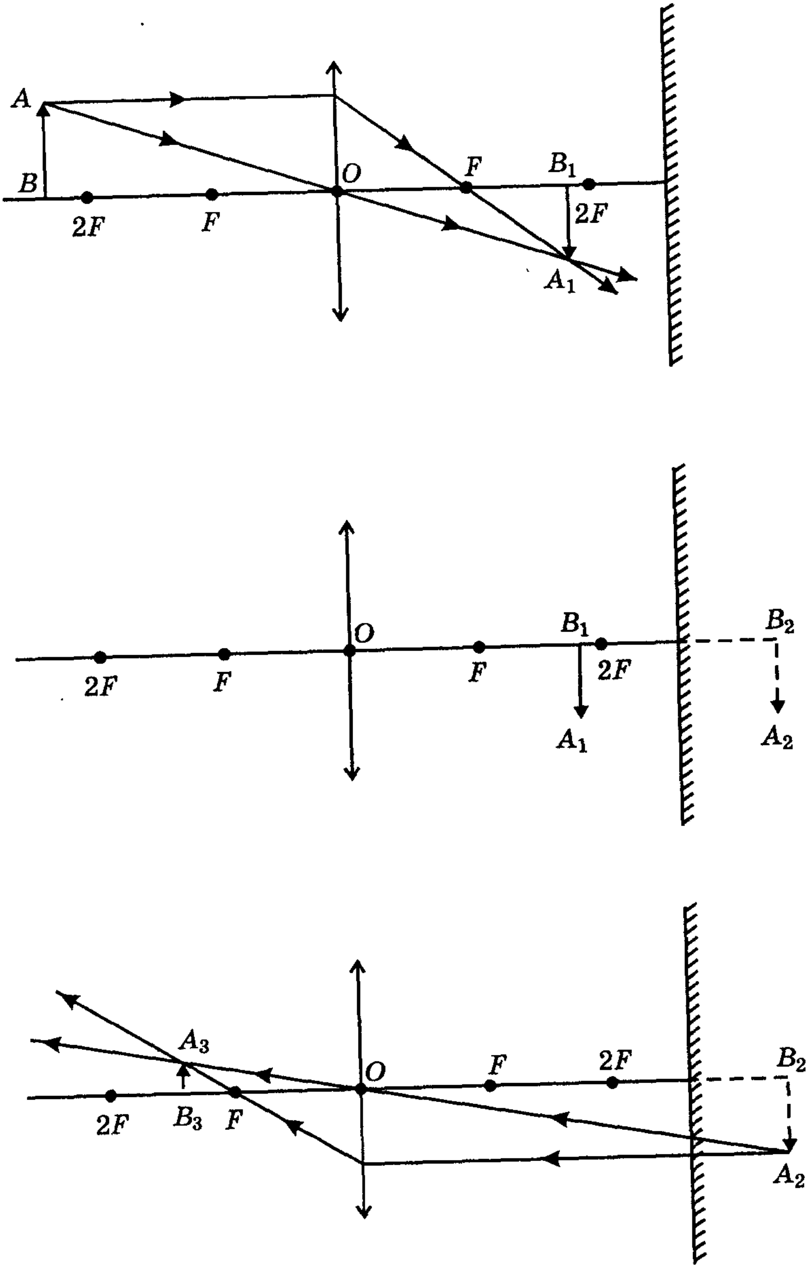


Рис. 221

Если требуется построить изображение предмета в системе двух линз, например, собирающих, то сначала постройте изображение A_1B_1 предмета AB в первой, левой линзе (рис. 222). Это изображение A_1B_1 станет предметом для второй, правой линзы. Теперь постройте изображение A_2B_2 предмета A_1B_1 в правой линзе. Это изображение A_2B_2 и станет окончательным изображением предмета AB, даваемым этой системой линз.

Если одна из линз рассеивающая, то порядок построения окончательного изображения тот же, только надо учитывать расположение изображения в рассеивающей линзе или в собирающей, если изображение мнимое (рис. 217, д) или рис. 219).

Величина D, обратная фокусному расстоянию, называется ***оптической силой линзы*** (формула 286):

$$D = \frac{1}{F}.$$

Оптическая сила линзы — скалярная алгебраическая величина, т. е. она может быть положительной и отрицательной. Положительной считается оптическая сила собирающей линзы, а отрицательной — рассеивающей.

Единица оптической силы линзы — *диоптрия* (дптр): дптр = м$^{-1}$.

Расстояние от предмета до линзы d и расстояние от линзы до изображения f связывает с фокусным расстоянием линзы F и ее оптической силой D формула линзы (285):

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D.$$

Если линза собирающая, но изображение в ней мнимое, то эта формула принимает вид:

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D.$$

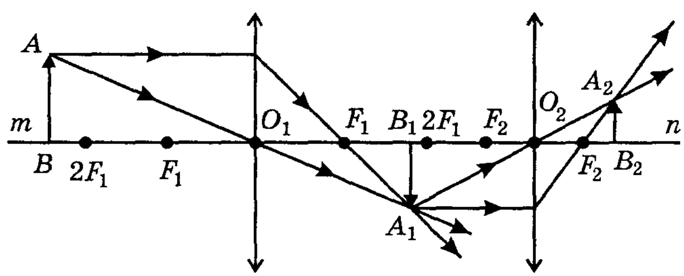


Рис. 222

Если линза рассеивающая, то формула линзы принимает вид:

$$\frac{1}{d}-\frac{1}{f}=-\frac{1}{F}=-D.$$

Если на линзу падает пучок сходящихся лучей, то точка их пересечения представляет собой мнимый предмет. В этом случае перед $\frac{1}{d}$ надо ставить минус.

Увеличением линзы Γ называют отношение линейного размера изображения H к линейному размеру предмета h (формулы 287) и 288):

$$\Gamma=\frac{H}{h}, \quad \Gamma=\frac{f}{d}.$$

***Лупой** называют короткофокусную собирающую линзу, предназначенную для относительно небольшого увеличения изображения.* Рассматриваемый предмет помещают между фокусом и лупой (рис. 217, д), благодаря чему получают прямое и увеличенное изображение. Увеличение лупы определяет формула 289):

$$\Gamma=\frac{d_0}{F},$$

где $d_0 = 0{,}25$ — расстояние наилучшего зрения.

Если у человека нормальное зрение, то параллельные лучи, падающие на хрусталик глаза, пересекаются на сетчатке. При этом формула линзы имеет вид:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=D_{глаза}.$$

У близорукого человека параллельные лучи, упав на утолщенный хрусталик, пересекаются внутри глаза перед сетчаткой. Чтобы они пересекались на сетчатке, требуются очки со стеклами, аналогичными рассеивающей линзе. Применительно к глазу в таких очках формула линзы имеет вид:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=D_{глаза}-D_{очков}.$$

Если в условии задачи записано: оптическая сила рассеивающей линзы $D = -4$ дптр, то в формулу подставляйте только модуль этого числа, т. к. минус в ней уже учтен.

У дальнозоркого человека параллельные лучи, упав на хрусталик, пересекутся за сетчаткой. Чтобы восстановить зрение, требуются очки со стеклами, аналогичными собирающей линзе. Применительно к дальнозоркому глазу формула линзы имеет вид:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=D_{глаза}+D_{очков}.$$

Если линзы сложены вплотную, то оптическая сила системы таких линз равна алгебраической сумме оптических сил каждой линзы в отдельности — с учетом их знаков. Например, если сложили вплотную собирающую линзу с фокусным расстоянием $F_1 = 20$ см и рассеивающую с фокусным расстоянием $F_2 = 25$ см, то оптическая сила такой системы линз будет равна:

$$D=\frac{1}{F_1}-\frac{1}{F_2}=\frac{1}{0,2\text{м}}-\frac{1}{0,25\text{м}}=1\ \text{дптр}.$$

При вычислении оптической силы не забывайте переводить размерность фокусных расстояний — сантиметры в метры, иначе допустите грубую ошибку.

Если линзы расположены на расстоянии друг от друга, то определять оптическую силу или фокусное расстояние такой системы линз подобным образом — просто складывая оптические силы каждой линзы — нельзя. В этом случае фокусным расстоянием F такой системы линз является расстояние от последнего пересечения лучей, упавших на первую линзу параллельно ее главной оптической оси, до последней линзы (рис. 223).

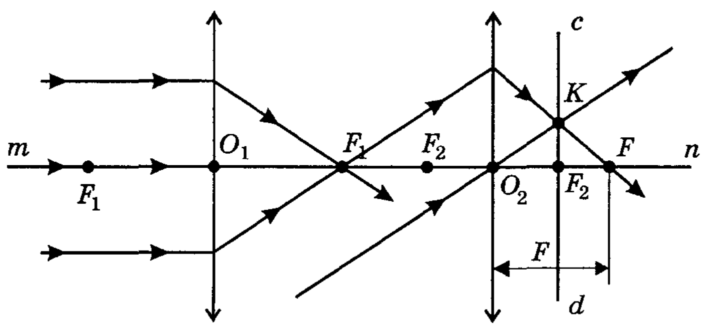


Рис. 223

Б. Волновая и квантовая оптика

Световые волны — это электромагнитные волны с длиной волны от нескольких десятков микрон у инфракрасного света до сотых долей микрона у ультрафиолетового. На шкале электромагнитных волн световые волны располагаются между сверхвысокочастотными радиоволнами и рентгеновскими лучами. Свет обладает *дуализмом, т. е. двойственностью свойств*, — он одновременно и волна, и поток частиц. Когда свет распространяется в пространстве, то обнаруживает свои волновые свойства: *интерференцию, дифракцию, дисперсию и поляризацию.* Когда он взаимодействует с веществом, то обнаруживает свои квантовые свойства — свойства частиц.

Ниже приведены формулы волновой и квантовой оптики

Условие максимума на дифракционной решетке

$$290)\ d\sin\varphi = k\lambda$$

Здесь d — период решетки (м), φ — угол дифракции (рад), k — порядок максимума (безразмерный), λ — длина световой волны (м).

Формула Планка

$$291)\ E_\gamma = h\nu$$

$$292)\ E_\gamma = \hbar\omega$$

$$293)\ \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Здесь E_γ — энергия порции излучения — фотона, или квант (Дж), $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка, ν — частота световой волны (Гц), $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с — постоянная Планка (с черточкой), ω — циклическая частота (рад/с).

Формула Эйнштейна для фотоэффекта

$$294)\ E_\gamma = A_{\text{вых}} + E_{\text{к}}$$

$$295)\ h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m_e v^2}{2}$$

Здесь E_γ — энергия фотона (Дж), $A_{\text{вых}}$ — работа выхода электрона из металла (Дж), $E_{\text{к}}$ — кинетическая энергия электрона (Дж), h — постоянная Планка (Дж · с), ν — частота световой волны (Гц), m_e — масса электрона (кг), v — скорость электрона (м/с).

Формула для расчета красной границы фотоэффекта

$$296)\ A_{\text{вых}} = h\nu_0$$

$$297)\ A_{\text{вых}} = h\frac{c}{\lambda_0}$$

Здесь $A_{вых}$ — работа выхода элекрона из металла (Дж), h — постоянная Планка (Дж · с), c — скорость света в вакууме (м/с), ν_0 — красная граница фотоэффекта по частоте (Гц), λ_0 — красная граница фотоэффекта по длине волны (м).

Масса и импульс фотона

$$298)\ m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$$

$$299)\ p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Здесь m — масса фотона (кг), p — импульс фотона (кг · м/с), λ — длина волны (м), c — скорость света в вакууме (м/с). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Чтобы наблюдать интерференцию света, нужно иметь когерентные источники. Два независимых источника света не могут быть когерентными, поэтому в опытах с интерференцией света световые пучки от одного источника разделяли на два пучка и заставляли их проходить разные расстояния, создавая тем самым разность хода, а затем соединяли. При этом, если разность их хода содержала четное число полуволн, то наблюдали усиление света, а если — нечетное, то ослабление, т. е. свет плюс свет давал темноту. Так было доказано, что *свет есть волна*.

Интерференцию с дифракцией света можно наблюдать с помощью дифракционной решетки — пластинки с нанесенными на нее чередующимися прозрачными и непрозрачными полосами — до нескольких тысяч на миллиметре ее длины. При этом ширина прозрачной полосы такова, что в ней укладывается несколько световых длин волн, вследствие чего световые волны, упав на решетку, дифрагируют под разными углами, и на экране наблюдается интерференционная картина: чередование темных и светлых полос. Полоса под центром решетки всегда светлая, т. к. световые волны приходят сюда от симметричных прозрачных полос в одной фазе, — это нулевой максимум (порядок максимума $k = 0$). Слева и справа от нулевого максимума через темные плосы располагаются симметричные максимумы первого порядка, затем второго, третьего и т. д. (рис. 224).

Сумма ширины прозрачной и непрозрачной полос решетки называется ее периодом d. Его можно определить, разделив длину решетки l на общее число полос на ней N:

$$d = \frac{l}{N}.$$

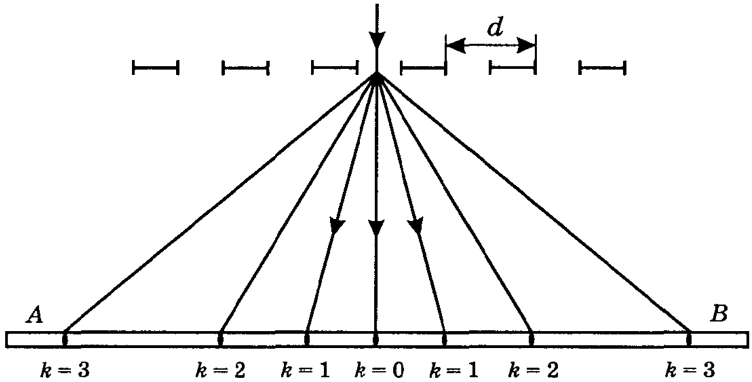


Рис. 224

С помощью дифракционной решетки по формуле 290) $d\sin\varphi = k\lambda$ можно экспериментально определить неизвестную длину световой волны.

***Дисперсией света** называется зависимость показателя преломления вещества от длины световой волны.* Из-за дисперсии световые волны с разной длиной волны по-разному преломляются веществом, что приводит к разложению белого света на цветные *монохроматические* (т. е. одного цвета) *лучи* (рис. 225).

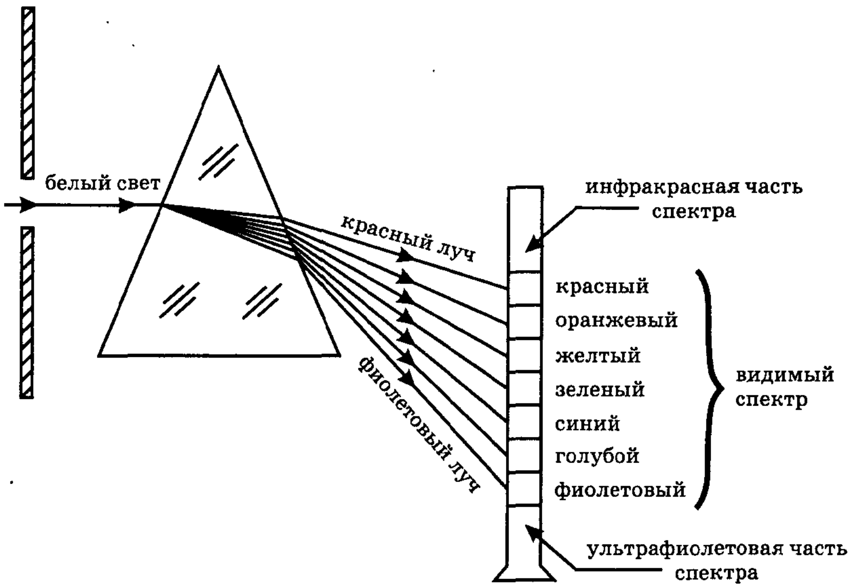


Рис. 225

Слабее других световых лучей преломляются инфракрасные лучи. У них наибольшая из световых волн длина волны и наименьшая в соответствии с формулой

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

частота. У инфракрасных лучей наименьший показатель преломления n и поэтому, в соответствии с формулой

$$v = \frac{c}{n},$$

наибольшая скорость света в веществе. Инфракрасные лучи являются тепловыми лучами. Именно они переносят световую энергию Солнца через холод космического пространства на Землю, где вследствие взаимодействия инфракрасных лучей с земной атмосферой эта энергия превращается в тепло.

Спектр лучей видимого света очень узок — он лежит в диапазоне длин волн от $8 \cdot 10^{-7}$ м — у красных лучей до $4 \cdot 10^{-7}$ м — у фиолетовых. В спектре видимых лучей наблюдается следующий порядок по мере уменьшения длины волны и скорости света в веществе и увеличения частоты: красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий, фиолетовый (легко запомнить их порядок по фразе: Каждый Охотник Желает Знать, Где Сидит Фазан). Если с помощью линзы собрать лучи всех цветов видимого спектра, то вновь получим белый свет.

За видимой фиолетовой границей света лежит область ультрафиолетовых лучей с еще меньшей, чем у фиолетовых, длиной волны и еще большей частотой. Ультрафиолетовые лучи обладают способностью проникать сквозь непрозрачные для видимого света тела, но стекло их полностью поглощает. У металлов ультрафиолетовый свет вызывает явление фотоэффекта. В малых дозах ультрафиолетовые лучи способствуют выработке у человека витамина Д, а в больших — опасны, т. к. приводят к болезням крови и опухолям.

Вид спектра зависит от агрегатного состояния светящегося вещества, его химического состава, но не от способа возбуждения свечения и температуры. В зависимости от агрегатного состояния вещества спектры бывают сплошные, полосатые и линейчатые.

Сплошной спектр излучают светящиеся твердые и жидкие вещества и высокотемпературная плазма.

Полосатый спектр излучают газы в молекулярном состоянии.

Линейчатый спектр излучают газы в атомарном состоянии.

Каждая линия линейчатого спектра соответствует излучению одного атома данного вещества, поэтому по ней можно судить о наличии данного химического элемента. *Метод изучения химического состава веществ по их спектрам называется* ***спектральным анализом.*** Спектральный анализ — наиболее точный метод исследования состава веществ, с его помощью можно обнаружить вещество, даже если его масса составляет 10^{-10} г. Каждое вещество испускает линии того цвета, которые само поглощает.

Атом вещества в возбужденном состоянии испускает электромагнитную волну, в которой вектор электрической напряженности $\vec{E}$ — световой вектор — колеблется только в одной плоскости. Такая волна называется *плоскополяризованной*. Атомы светящегося вещества испускают световые волны, в которых световой вектор колеблется в разнообразных плоскостях. Такой свет называется *естественным*. Существуют вещества, например, кристаллы турмалина, после прохождения сквозь которые световая волна становится плоскополяризованной. Это явление называется *поляризацией света*, а сами вещества — *поляризаторами*. Плоскость, в которой колеблется световой вектор $\vec{E}$, называется плоскостью колебаний, а плоскость, в которой колеблется перпендикулярный световому вектору $\vec{E}$ вектор магнитной индукции $\vec{B}$, — плоскостью поляризации. *Поляризация света* подтверждает поперечность световых волн.

Немецкий физик М. Планк выдвинул гипотезу, согласно которой возбужденный атом вещества, переходя из более возбужденного в менее возбужденное состояние, теряет порцию энергии E_γ, пропорциональную частоте излученной электромагнитной волны (формулы Планка 291) $E_\gamma = h\nu$ или 292) $E_\gamma = \hbar\omega$). Световая частица с этой энергией называется фотоном или квантом электромагнитного поля.

Когда световая волна падает на вещество, энергия фотонов передается атомам вещества, и их валентные электроны переходят на более удаленные от ядра орбиты. Это явление называется *внутренним фотоэффектом*. При достаточно большой порции световой энергии электроны могут быть выбитыми из вещества — произойдет *внешний фотоэффект*.

Для наблюдения *внешнего фотоэффекта* в вакуумную трубку помещают катод и анод, на которые подают высокое напряжение, и освещают катод К ультрафиолетовым светом сквозь кварцевое стекло, поскольку обычное стекло ультрафиолетовые лучи не пропускает (рис. 226). Выбитые светом электроны (фотоэлектроны) устремляются к положительному аноду А, и в цепи возникает фототок. На рис. 227 показана вольтамперная характеристика фотоэффекта, т. е. зависимость силы фототока I от приложенного к электродам напряжения U.

В отсутствие напряжения между катодом и анодом можно обнаружить в трубке слабый ток I_0, образованный немногими выбитыми

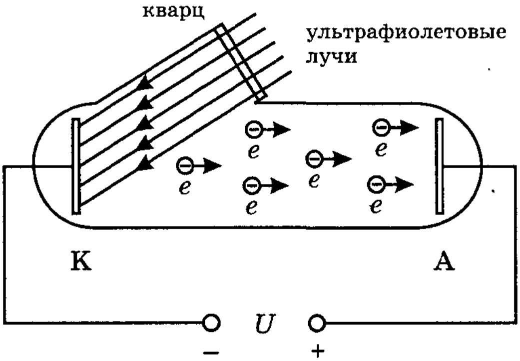


Рис. 226

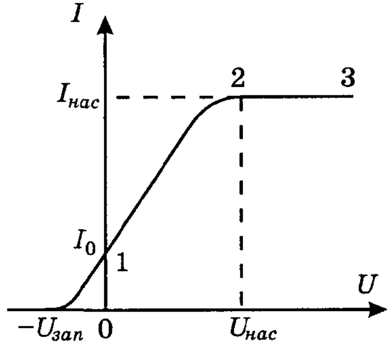


Рис. 227

светом фотоэлектронами, импульс которых позволяет достичь анода. Чтобы и этот ток прекратить, надо подать на анод отрицательный относительно катода потенциал. Такое напряжение, при котором фототок прекращается, называется *запирающим напряжением* $U_{зап}$.

При небольших напряжениях на электродах, когда на аноде плюс, а на катоде минус, сила тока растет прямо пропорционально приложенному напряжению (участок 1 – 2 графика), т. к. все большее число выбитых светом из металла электронов достигает анода. При этом выполняется закон Ома для участка цепи.

При некотором достаточно большом напряжении, называемом напряжением насыщения $U_{нас}$, все выбитые светом электроны достигают анода. Дальнейшее увеличение напряжения не приводит к росту силы тока (участок 2 – 3). При этом закон Ома уже не выполняется. Такой ток называется током насыщения $I_{нас.}$ Теперь, чтобы увеличить силу тока, надо увеличить световой поток, т. е. энергию света, падающего на катод в единицу времени. Тогда свет выбьет из катода больше электронов, и сила тока возрастет.

Русский ученый А. Столетов установил *законы внешнего фотоэффекта*.

Законы Столетова:

- 1-*й закон*: *сила фототока насыщения* $I_{нас}$ *прямо пропорциональна падающему на катод световому потоку* Φ, т. е. световой энергии, падающей в единицу времени:

$$I_{нас} = k\Phi.$$

Коэффициент пропорциональности k называется светочувствительностью трубки.

- 2-*й закон*: *кинетическая энергия выбитых светом фотоэлектронов не зависит от падающего на катод светового потока,* *а зависит только от частоты световой волны.* С увеличением частоты световой волны, падающей на катод, кинетическая энергия фотоэлектронов увеличивается.

- *3-й закон: каждому металлу свойственна частота ν_0 или длина $\lambda_0 = \dfrac{c}{\nu_0}$ световой волны, при которой у данного металла наступает фотоэффект.* Такая частота ν_0 или длина волны λ_0 называется *красной границей фотоэффекта* (а также *порогом фотоэффекта* или *длинноволновой границей*, или *коротковолновой границей фотоэффекта*).

Если металл освещать светом с большей, чем λ_0, длиной волны (или с меньшей, чем ν_0, частотой), то фотоэффект не наступит при любой световой энергии, а если длина волны λ будет меньше λ_0 или частота ν будет больше ν_0, то фотоэффект наступит при даже небольшой энергии света.

Фотоэффект практически безинерционен — он наступает через 10^{-9} с от момента освещения катода.

Законы фотоэффекта обосновал А. Эйнштейн, исходя из закона сохранения энергии. При падении на металл энергия фотона расходуется на совершение работы выхода электрона из металла и на сообщение ему кинетической энергии. Он записал формулу 294)

$$E_\gamma = A_{\text{вых}} + E_{\text{к}}$$

или 295)

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m_e v^2}{2},$$

которую называют ***уравнением Эйнштейна для фотоэффекта***. Согласно этой формуле большей частоте ν соответствует и большая кинетическая энергия фотоэлектронов, выбитых светом из данного металла, поскольку остальные величины в этих формулах постоянны. А световой поток в них вообще не входит.

Если частота световой волны, падающей на металл, меньше красной границы фотоэффекта ν_0 (или длина волны λ больше λ_0), то фотону не хватит энергии даже на то, чтобы вырвать электрон из металла, т. е. его энергия $E_\gamma < A_{\text{вых}}$, и фотоэффекта не будет. Если частота $\nu = \nu_0$, то энергии фотону хватит только чтобы вырвать электрон из металла, а на сообщение ему кинетической энергии ее будет недостаточно. В этом случае

$$E_\gamma = A_{\text{вых}} \quad \text{или} \quad E_\gamma = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0}.$$

С помощью этих формул можно рассчитать красную границу фотоэффекта ν_0 или λ_0.

Если же $\nu > \nu_0$ (или $\lambda < \lambda_0$), то $E_\gamma > A_{вых}$, и энергии фотону хватит и на вырывание электрона из металла, и на сообщение ему кинетической энергии. В этом случае будет наблюдаться фотоэффект.

Если в условии задачи идет речь о запирающем напряжении, то работу запирающего электрического поля $A = eU$ надо приравнять кинетической энергии выбитых электронов:

$$A = E_k \quad \text{или} \quad eU = \frac{m_e v_2^2}{2}.$$

Энергию любого светового источника E можно представить как произведение целого числа фотонов N в нем и энергии одного фотона E_γ:

$$E = NE_\gamma = Nh\nu = Nh\frac{c}{\lambda}.$$

Энергию света, падающую на единицу площади освещаемой поверхности в единицу времени, называют *итенсивностью света* I. Интенсивность, как и энергия света, прямо пропорциональна числу фотонов, излучаемых источником света.

Массу и импульс фотона определяют формулы 298)

$$m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$$

и 299)

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Доказательством наличия у фотона импульса, а следовательно, и массы, послужили опыты П. Лебедева, в которых свет оказывал давление на легкую вертушку, расположенную в вакууме, — при ее освещении она вращалась. Световое давление играет большую роль в космических явлениях.

Тема 11. Теория относительности. Физика атома

В теории относительности рассматриваются явления, происходящие при *релятивистских скоростях* — скоростях, сравнимых со скоростью света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, т. е. скоростях порядка $10^7 - 10^8$ м/с. При таких скоростях уравнения, закономерные для кинематики и динамики классических скоростей, принимают иной вид. А в атомной физике рассматриваются внутриатомные явления, т. е. явления, происходящие в микромире — пространстве, ограниченном размерами атома, к которым законы макромира — мира тел, сравнимых с человеческим, тоже неприменимы, здесь властвуют уравнения квантовой механики. Правда, при переходе от релятивистских скоростей к скоростям классическим соотношения релятивистской кинематики и динамики переходят в уравнения классической механики. Так же и при переходе от размеров микромира к размерам макромира квантовые соотношения переходят в привычные уравнения классической электродинамики. Здесь выполняется ***принцип соответствия***, *сформулированный Н. Бором: всякая новая теория, если она верна, не отвергает законы старой, многократно проверенной опытным путем теории, а включает их в себя как частный случай.*

Ниже приведены основные уравнения теории относительности и атомной физики.

Замедление времени при релятивистских скоростях

$$300)\ \tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Здесь τ_0 — интервал времени между событиями по часам неподвижного наблюдателя, расположенного в движущейся системе отсчета, например, по часам космонавтов в космическом корабле, (с), τ — интервал времени между этими же событиями по часам наблюдателя в неподвижной системе отсчета, например, по часам землян, (с), v — скорость движущейся системы отсчета — космического корабля (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Релятивистское сокращение длины

$$301)\ l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Здесь l_0 — длина тела, измеренная неподвижным наблюдателем, находящимся в движущейся системе отсчета, например, космонавтом в космическом корабле, (м), l — длина этого же тела, измеренная наблюдателем в неподвижной системе отсчета, например, наблюдателем на Земле, (м), v — скорость движущейся системы (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Сложение релятивистских скоростей

$$302)\ v = \frac{v_0 + v_1}{1 + \frac{v_0 v_1}{c^2}}$$

Здесь v_0 — скорость движущейся системы отсчета относительно неподвижной (м/с), v_1 — скорость тела относительно движущейся системы отсчета (м/с), v — скорость этого же тела относительно неподвижной системы отсчета (м/с), c — скорость света в вакууме.

Зависимость массы от скорости

$$303)\ m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Здесь m_0 — масса покоя тела (кг), m — масса движущегося тела (кг), v — скорость тела (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Связь энергии и массы

$$304)\ E = mc^2$$

$$305)\ E_0 = m_0 c^2$$

$$306)\ E = E_0 + E_к$$

$$307)\ \Delta E = \Delta m c^2$$

Здесь E — полная энергия тела (Дж), m — масса движущегося тела (кг), c — скорость света в вакууме (м/с), E_0 — энергия покоя тела (Дж), m_0 — масса покоя тела (кг), $E_к$ — кинетическая энергия тела (Дж), ΔE — изменение полной энергии тела (Дж), Δm — изменение массы тела (кг).

Энергия фотона, излученного атомом

$$308)\ h\nu = E_n - E_m$$

Здесь h — постоянная Планка (Дж · с), ν — частота излученной волны (Гц), E_n — большая энергия стационарного состояния атома (Дж), E_m — меньшая энергия стационарного состояния атома (Дж).

Формула массового числа

$$310)\ A = Z + N$$

Здесь A — массовое число или сумма числа протонов и нейтронов (нуклонов) в ядре (безразмерное), Z — зарядовое число или число протонов в ядре (безразмерное), N — число нейтронов в ядре (безразмерное).

Формула активности радиоактивного вещества

$$311)\ a = \frac{N_0 - N}{t}$$

Здесь a — активность (Бк), N_0 — исходное число ядер (безразмерное), N — число оставшихся ядер через время t (безразмерное), t — время распада (с).

Закон радиоактивного распада

$$312)\ N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

Здесь N_0 — число ядер в начальный момент времени (безразмерное), N — число ядер через время t (безразмерное), t — время распада (с), T — период полураспада (с).

Формула дефекта массы

$$313)\ \Delta M = Z\, m_p + N\, m_n - M_я$$

Здесь ΔM — дефект массы (кг), Z — число протонов (безразмерное), m_p — масса протона (кг), N — число нейтронов (безразмерное), m_n — масса нейтрона (кг), $M_я$ — масса ядра (кг).

Формула энергии связи, выраженной в джоулях (Дж)

$$314)\ E_{св} = \Delta M\, c^2$$

$$315)\ E_{св} = (Zm_p + Nm_n - M_я)\, c^2$$

Здесь $E_{св}$ — энергия связи (Дж), c — скорость света в вакууме (м/с). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формула энергии связи, выраженной в мегаэлектронвольтах (МэВ)

$$316)\ E_{св} = 931\, \Delta M$$

Здесь $E_{св}$ — энергия связи (МэВ), ΔM — дефект массы (а.е.м.).

Формула удельной энергии связи

$$317)\ \varepsilon_{св} = \frac{E_{св}}{A}$$

$\varepsilon_{св}$ — удельная энергия связи (Дж/нуклон), $E_{св}$ — энергия связи (Дж), A — массовое число (безразмерное).

Формула дозы излучения

$$318)\ D = \frac{E}{m}$$

Здесь D — поглощенная доза излучения (Гр), E — поглощенная энергия (Дж), m — масса вещества, поглотившего энергию ионизирующего излучения (кг).

Обозначения некоторых элементарных частиц

${}^{0}_{-1}e$ — бета-частица, или электрон, ${}^{1}_{1}H$ — протон (ядро атома водорода), ${}^{2}_{1}H$ — изотоп водорода дейтерий, ${}^{3}_{1}H$ — изотоп водорода тритий, ${}^{4}_{2}He$ — альфа-частица (ядро гелия), ${}^{1}_{0}n$ — нейтрон, γ — гамма-квант.

А. Теория относительности

В основе теории относительности лежат ***постулаты Эйнштейна***:

• 1-*й постулат, или принцип относительности Эйнштейна, — все законы природы инвариантны по отношению к любым инерциальным системам отсчета*. Это значит, что все природные явления — физические, и химические, и биологические — происходят во всех инерциальных системах одинаково и записываются одинаковыми уравнениями. В мире отсутствует абсолютно покоящаяся система отсчета, относительно которой движутся другие инерциальные системы, — все инерциальные системы отсчета равноправны. В этом отличие этого постулата от принципа относительности Галилея, утверждающего инвариантность к любым инерциальным системам отсчета только механических явлений;

• 2-*й постулат, или принцип постоянства скорости света*: *скорость света в вакууме постоянна и абсолютна, т. е. одинакова по отношению к любым инерциальным системам отсчета*. Это значит, что свет в любых инерциальных системах отсчета всегда распространяется с одной и той же скоростью, и ее ни увеличить, ни уменьшить невозможно, она максимальна для любых объектов природы. Со скоростью света в вакууме могут двигаться только частицы поля — фотоны или, что то же самое, кванты электромагнитного поля. Ни одна из частиц вещества, имеющая ненулевую массу покоя, не может достичь скорости света в вакууме. Правда, в веществе электроны могут двигаться со световой скоростью, — этот факт установил опытным путем П. Черенков.

Из этих постулатов вытекают все основные положения и уравнения теории относительности. Одним из них является ***принцип относительности пространственно разделенных событий***: *события, одновременные* *в одной инерциальной системе отсчета, не одновременны в другой, движущейся с иной скоростью.*

Отсюда следует — чем быстрее движется инерциальная система отсчета, тем медленнее для наблюдателей в неподвижной системе протекают события в движущейся системе отсчета (фомула эффекта замедления времени 300):

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}}}.$$

Если подвижная система отсчета станет двигаться со скоростью света в вакууме, то при $v = c$ формула 300) примет вид:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}}} = \frac{t_0}{0} = \infty.$$

Следовательно, в системе отсчета, движущейся со скоростью света в вакууме, время останавливается, т. е. промежуток времени между событиями в такой системе будет бесконечно большим, и никаких изменений в ней произойти не может.

Если скорость системы является классической, т. е. во много раз меньше скорости света в вакууме, то под корнем отношение $\frac{v^2}{c^2}$ становится близким к нулю и $t = t_0$, т. е. промежуток времени между одними и теми же событиями в неподвижной и подвижной инерциальных системах отсчета становится одинаковым.

Другим следствием постулатов Эйнштейна является сокращение длины тела при релятивистских скоростях (формула 301)

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Из этого следует, что, чем быстрее движется инерциальная система отсчета, тем меньше в ней длина тела для наблюдателя, находящегося в неподвижной системе. Если система или само тело движется со скоростью света в вакууме, то формула 301) принимает вид:

$$l = l_0\sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}} = 0,$$

т. е. тело становится абсолютно плоским. А если скорость v во много раз меньше скорости света c, то $\frac{v^2}{c^2} \approx 0$ и $l = l_0$, т. е. длина одного и того же тела в неподвижной и подвижной инерциальных системах отсчета одинакова.

При релятивистских скоростях относительные скорости тел определяет формула 302)

$$v = \frac{v_0 + v_1}{1 + \frac{v_0 v_1}{c^2}}.$$

Согласно этой формуле даже если подвижная инерциальная система удаляется относительно неподвижной со скоростью c, а с ней некоторое тело движется относительно подвижной системы тоже со скоростью c, то скорость этого тела относительно неподвижной системы отсчета будет не $2c$, как это требует правило сложения классических скоростей, а равной:

$$v = \frac{c + c}{1 + \frac{c^2}{c^2}} = c.$$

Но если скорость подвижной системы v_0 и скорость тела в ней v_1 будут классическими, т. е. во много раз меньше скорости света в вакууме (порядка 10^6 м/с и меньше), то дробь $\frac{v_0 v_1}{c^2}$ в знаменателе формулы 302) будет близка к нулю, и тогда справедливо правило сложения скоростей Галилея:

$$v = v_0 + v_1.$$

С увеличением скорости возрастает *релятивистская масса* тела, движущегося с релитивистской скоростью (формула 303):

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Если скорость v становится равной скорости света в вакууме c, то формула 303) принимает вид:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}}} = \infty.$$

Это значит, что при такой скорости масса тела делается бесконечно велика, т. е. тело может двигаться только по инерции, и его скорость изменить будет невозможно. Если же скорость тела во много раз меньше скорости света в вакууме, то дробь $\frac{v^2}{c^2} = 0$ и масса покоя m_0 тела равна его массе m при движении, как это имеет место в классической механике.

В релятивистской механике масса тела неразрывно связана с его энергией знаменитой формулой взаимосвязи массы и энергии Эйнштейна 304):

$$E = mc^2.$$

Согласно этой формуле изменение энергии тела всегда связано с изменением его массы (формула 307):

$$\Delta E = \Delta mc^2.$$

Даже находясь в покое, тело обладает энергией покоя E_0, которая огромна и тоже определяется его массой покоя m_0 (формула 305):

$$E_0 = m_0c^2.$$

Если тело движется с релятивистской скоростью, то его кинетическую энергию нельзя определять по формуле $E_k = \frac{mv^2}{2}$, а следует пользоваться только формулой 306) $E = E_0 + E_к$, из которой

$$E_к = E - E_0.$$

Следствием открытия закона взаимосвязи массы и энергии явилась возможность использования энергии атома.

Б. Физика атома

По современным представлениям атом состоит из электронной оболочки и ядра. Первый шаг к созданию теории внутриатомных явлений сделал в начале 20-го столетия Н. Бор, сформулировав два постулата.

Постулаты Бора:

- 1-*й постулат, или постулат стационарных состояний атома, — атом может находиться в стационарных состояниях, когда он энергию не поглощает и не излучает сколь угодно долго*;
- *2-й постулат, или правило частот: при переходе из одного стационарного состояния в другое атом излучает или поглощает энергию порциями строго определенной величины.*

Этой порцией энергии $h\nu$ обладает световая частица — *квант*, или *фотон*. Она равна разности энергий стационарных состояний атома (формула 308):

$$h\nu = E_n - E_m.$$

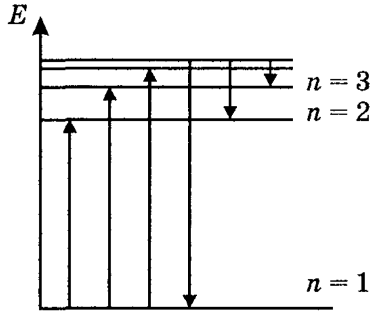


Рис. 228

На рис. 228 изображена схема стационарных энергетических уровней атома водорода. Нижний энергетический уровень с номером $n = 1$ соответствует основному состоянию атома, остальные уровни соответствуют возбужденным состояниям атома.

В *основном состоянии* атом излучать энергию не может, он ее только поглощает, причем не любую, а порцию энергии определенной величины. При этом он переходит на более высокие стационарные энергетические уровни в зависимости от величины поглощенной порции энергии. Этот переход на рис. 228 изображен вертикальными стрелками, направленными вверх.

Находясь в *возбужденном стационарном состоянии*, атом может излучить порцию энергии. При этом он перейдет на нижний энергетический уровень, номер которого зависит от величины излученной порции энергии, что соответствут переходу его электрона с более удаленной орбиты на первую, ближайшую к ядру, орбиту. Такой переход на рис. 228 изображен вертикальными стрелками, направленными вниз.

Если атом водорода перейдет с возбужденных стационарных уровней в основное состояние, то он излучит невидимые ультрафиолетовые лучи с набором соответствующих частот, который называется *серией Лаймана*. Если он перейдет с более высоких энергетических уровней на второй уровень ($n = 2$), то излучит видимый свет с набором частот, который называется *серией Бальмера*. Если атом водорода перейдет с более высоких энергетических уровней на третий уровень ($n = 3$), то атом излучит невидимый инфракрасный свет с набором частот, который называется *серией Пашена*.

Ядро атома включает в себя положительно заряженные частицы — *протоны* и нейтральные частицы — *нейтроны*. Протоны и нейтроны вместе называются *нуклоны*.

Когда атом нейтрален, число протонов в ядре равно числу электронов на орбите. Суммарное число протонов и нейтронов ядра называется *массовым числом A*. ***Массовое число** A равно сумме числа нейтронов N и зарядового числа Z* , т. е. числа протонов в ядре (формула 310):

$$A = N + Z.$$

***Зарядовое число** Z* равно порядковому номеру элемента в таблице Менделеева.

Массы ядер и элементарных частиц в атомной физике измеряют в *атомных единицах массы* — сокращенно а.е.м.

1 а.е.м. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг.

Энергию ядер и частиц в атомной физике измеряют в *мегаэлектронвольтах* — сокращенно МэВ.

1 МэВ = $1{,}6 \cdot 10^{-13}$ Дж.

Если некоторый элемент обозначен $^{A}_{Z}X$ — это означает, что в его ядре Z протонов и $N = A - Z$ нейтронов. Например, обозначение элемента полония $^{214}_{64}Po$ означает, что в его ядре имеется 64 протона и $214 - 64 = 150$ нейтронов.

***Изотопами** одного и того же элемента называются разновидности его атомов, в ядрах которых содержится одинаковое число протонов, но разное число нейтронов.* Из-за этого *изотопы* одного и того же элемента имеют одинакове химические, но разные радиоактивные свойства.

Между нуклонами ядра действуют самые мощные силы природы — *ядерные силы.* Ядерные силы удерживают нуклоны в ядре, препятствуя их распаду из-за одновременного действия кулоновых сил отталкивания одноименно заряженных протонов. Ядерные силы короткодействующие, они действуют на расстояниях порядка $10^{-14} - 10^{-15}$ м.

Благодаря ядерным силам ядра атомов обладают огромной энергией связи. ***Энергия связи атомного ядра** — это минимальная энергия, необходимая для расщепления ядра на отдельные частицы.*

Суммарная масса частиц, необходимых для образования ядра, всегда меньше массы готового ядра из этих частиц на величину дефекта массы ΔM. ***Дефект массы** — это разность между суммарной массой частиц, необходимых для образования ядра, и массой ядра из этих частиц* (формула 313):

$$\Delta M = Z\,m_p + N\,m_n - M_я.$$

Формулы 314) – 316) устанавливают связь между дефектом массы и энергией связи:

$$E_{св} = \Delta M\,c^2, \qquad E_{св} = (Zm_p + Nm_n - M_я)\,c^2, \qquad E_{св} = 931\,\Delta M.$$

Для характеристики прочности ядра введено понятие удельной энергии связи (формула 317):

$$\varepsilon_{св} = \frac{E_{св}}{A}.$$

***Удельная энергия связи** — это энергия связи, приходящаяся на один нуклон.* Максимальную удельную энергию связи имеют элементы средней части таблицы Менделеева.

Химические элементы с массовым числом более 83 обладают естественной радиоактивностью. ***Радиоактивностью*** *называется способность ядер одних элементов превращаться в ядра друхих элементов с испусканием элементарных частиц.*

В состав радиоактичного излучения входят *альфа-частицы*, *бета-частицы* и *гамма-лучи*.

Альфа-частицы ^4_2He*— это ядра гелия.* ***Бета-частицы*** $^{0}_{-1}e$ *— это быстрые электроны.* ***Гамма-лучи*** γ *— это электромагнитные волны с наименьшей на шкале электромагнитных волн длиной волны и наибольшей частотой.*

При радиоактивном распаде происходит смещение элемента из одной клетки таблицы Менделеева в другую. При альфа-распаде ядро некоторого элемента ^A_ZX, испуская альфа-частицу ^4_2He, теряет два протона и два нейтрона (всего 4 нуклона) и новый элемент $^{A-4}_{Z-2}Y$ переходит на две клетки к началу таблицы Менделеева. Символически реакция альфа-распада записывается следующим образом:

$$^A_ZX \to {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2He.$$

При бета-распаде ядро некоторого элемента ^A_ZX, испустив бета-частицу, т. е. быстрый электрон $^{0}_{-1}e$, переходит на одну клетку к концу таблицы Менделеева. Символически такая реакция выглядит следующим образом:

$$^A_ZX \to {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e.$$

Излучение гамма-лучей не сопровождается превращением одних химических элементов в другие, но всегда имеет место при ядерных реакциях.

Разные радиоактивные элементы распадаются с разной быстротой, характеристикой которой является их активность a (формула 311):

$$a = \frac{N_0 - N}{t}.$$

Активность *равна числу ядер, распавшихся за единицу времени.*

Единца активности в СИ — беккерель (Бк) .

Бк = с$^{-1}$.

Кроме активности, быстроту распада целого куска радиоактивного вещества характеризуют постоянной величиной, которая называется периодом полураспада элемента. ***Период полураспада элемента*** *— это время, за которое распадется половина имеющихся ядер данного элемента.*

Зависимость количества остающихся нераспавшимися ядер N от времени распада t описывает *закон радиоактивного распада* (формула 312):

$$N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}.$$

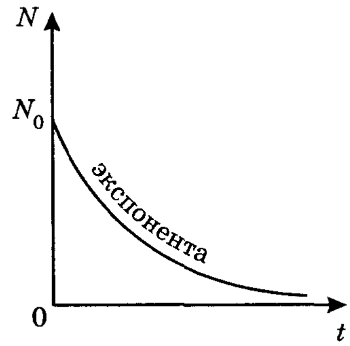


Рис. 229

Он справедлив только для статистически большого количества ядер. На рис. 229 показан график этой зависимости.

Превращение ядер одних химических элементов в ядра других элементов, происходящее вследствие взаимодействия исходных ядер с элементарными частицами или другими ядрами, называется ***ядерной реакцией.*** Первой искусственной ядерной реакцией было превращение ядер азота под воздействием альфа-частиц в ядра кислорода с испусканием протонов:

$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H.$$

Все ядерные реакции подчиняются закону сохранения зарядового и массового чисел. Это значит, что сумма массовых чисел до реакции (слева от стрелки) равна сумме массовых чисел после реакции (справа от стрелки). То же самое касается и зарядовых чисел. Кроме этого, все ядерные реакции подчиняются законам сохранения импульса и энергии.

Однако сумма масс исходных ядра и частицы, вступивших в реакцию, может быть не равна сумме масс ядра и частицы — продуктов реакции. Если сумма масс продуктов реакции больше суммы масс исходных ядра и частицы, вступивших в реакцию, то такая реакция протекает с поглощение энергии и называется *эндотермической реакцией.* А если сумма масс продуктов реакции меньше суммы масс исходных ядра и частицы, то такая реакция протекает с выделением энергии в виде гамма-квантов и называется *экзотермической.*

Разность между суммами масс ядра и частицы — продуктов реакции и ядра и частицы, вступивших в реакцию, выраженная в энергетических единицах, называется энергетическим выходом или энергией реакции.

Чтобы выразить энергетический выход в джоулях, надо эту разность масс выразить в килограммах и умножить на квадрат скорости света, выраженной в метрах за секунду. А чтобы выразить энергетический выход в мегаэлектронвольтах, надо эту разность масс выразить в атомных единицах массы и умножить на 931,5.

При бомбардировке ядер урана $^{235}_{92}U$ медленными нейтронами ядро распадается на два сильно радиоактивных осколка с выделением от 2 до 3 нейтронов, которые тоже могут вступить в реакцию деления.

Возницает цепная реакция деления, сопровождающаяся выделением огромной энергии.

Экзотермическая ядерная реакция деления ядер под воздействием нейтронов, при которой число вновь образующихся при каждом акте деления нейтронов больше числа нейтронов до деления, называется ***цепной реакцией деления.***

Отношение числа образовавшихся после акта деления нейтронов N_2, которые тоже вступили в реакцию, к числу нейтронов N_1, попавших в ядра перед актом деления, назывется ***коэффициентом размножения нейтронов k****:*

$$k = \frac{N_2}{N_1}.$$

Если k меньше 1, то реакция затухнет, если k примерно равен 1, то реакция будет управляемой, если k достигнет всего лишь 1,01, то реакция примет взрывной характер.

Масса куска урана, соответствующая коэффициенту размножения нейтронов, равному единице, называется ***критической массой.*** Критическая масса урана $^{235}_{92}U$ около 50 кг.

Если масса куска урана превысит критическую массу, то произойдет ядерный взрыв, поэтому уран хранят в кусках меньшей массы.

Ядерный взрыв сопровождается выделением огромной механической и тепловой энергии при температуре в десятки миллионов градусов. При этом возникает сильное радиоактивное излучение, губительное для всего живого.

Термоядерными реакциями *называются экзотермические реакции синтеза легких ядер.* Чтобы осуществить термоядерную реакцию, надо сблизить легкие ядра, между которыми действуют силы кулоновского отталкивания, на расстояние действия ядерных сил притяжения, т. е. ближе, чем на 10^{-13} м. Для этого необходимы сверхвысокие температуры порядка сотен миллионов градусов, поэтому для осуществления термоядерной реакции приходится затратить энергию ядерного взрыва. В этих условиях атомы лишаются своих электронных оболочек, и возникает четвертое состояние вещества — *высокотемпературная плазма.*

Различные виды радиоактивных излучений по-разному взаимодействуют с веществом. Проникая в ткани живых организмов, они оказывают вредное воздействие — мутации. Наибольшей проникающей способностью обладают гамма-лучи и лишенные заряда нейтроны. Биологическое воздействие на живые организмы характеризуется *поглощенной дозой D — величиной, равной отношению поглощенной организмом энергии E к его массе m* (формула 318):

$$D = \frac{E}{m}.$$

Единица поглощенной дозы в СИ — грей (Гр).

Гр = Дж/кг = м^2 · с$^{-2}$.

Наилучшими поглощающими радиоктивные излучения свойствами обладает свинец, поэтому радиоактивные препараты и образцы хранят в свинцовых контейнерах.

Проверочный экзамен по разделу IV. «Колебания и волны. Оптика. Теория относительности. Физика атома»

Часть А

А1. На рис. 230 изображены графики двух гармонических колебаний 1 и 2. Как соотносятся их частоты?

1) $\frac{\nu_1}{\nu_2} = 2$ 2) $\frac{\nu_2}{\nu_1} = 2$ 3) $\frac{\nu_1}{\nu_2} = 4$ 4) $\frac{\nu_2}{\nu_1} = 4$

А2. В процессе гармонических колебаний не изменяются

1) амплитуда и фаза 2) смещение и период
3) фаза и частота 4) амплитуда и частота

А3. С какой скоростью проходит через положение равновесия пружинный маятник массой 50 г, если жесткость его пружины 20 Н/м, а амплитуда колебаний 4 см?

1) 1,6 м/с 2) 0,8 м/с 3) 4 м/с 4) 0,2 м/с

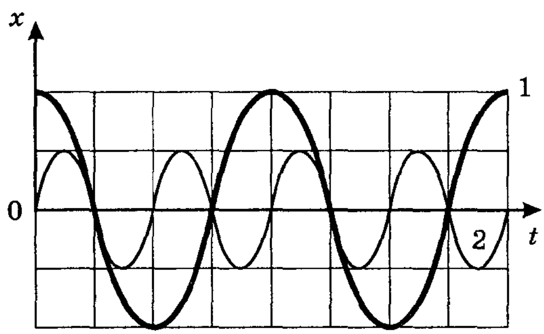


Рис. 230

А4. Чему равен период колебаний, уравнение которых имеет вид: $x = 0,4\sin 0,5(0,5\pi t + \pi)$? Все величины выражены в единицах СИ.

1) 2 с 2) 4 с 3) 8 с 4) 5 с

А5. Нить математического маятника отклонили от верткали на угол α, и при этом он поднялся на высоту h над прежним положением. Когда его отпустили, циклическая частота колебаний маятника стала равна

1) $\sqrt{\frac{h}{g}(1-\sin\alpha)}$ 2) $\sqrt{\frac{h\sin\alpha}{g}}$ 3) $\sqrt{\frac{g}{h(1-\cos\alpha)}}$ 4) $\sqrt{\frac{g}{h}(1-\cos\alpha)}$

А6. На рис. 231 изображена поперечная волна. Частота колебаний частиц среды, в которой она распространяется, 4 Гц. Чему равна скорость волны?

1) 0,16 м/с 2) 0,32 м/с
3) 0,64 м/с 4) 0,8 м/с

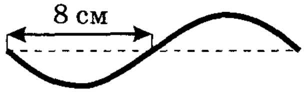


Рис. 231

А7. Ход одной волны до места их наложения друг на друга 2 м, а другой — 5 м. Длина волны 1 м. В месте их наложения наблюдается

1) максимум вследствие явления дифракции
2) минимум вследствие явления интерференции
3) минимум вследствие явления дисперсии
4) максимум вследствие явления интерференции

А8. На рис. 232 изображен колебательный контур. Циклическая частота колебаний в нем равна

1) $4 \cdot 10^4$ рад/с 2) $2,5 \cdot 10^3$ рад/с
3) $8 \cdot 10^3$ рад/с 4) $5,5 \cdot 10^3$ рад/с

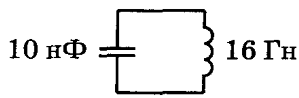


Рис. 232

А9. Пробивное напряжение конденсатора 300 В. Будет ли пробит этот конденсатор, если его включить в сеть переменного тока на 220 В?

1) не будет
2) будет
3) недостаточно данных
4) это зависит от металла, из которого изготовлены обкладки

А10. В колебательном контуре частота электромагнитных колебаний 0,1 МГц, а максимальная сила тока 0,628 А. Какой максимальный заряд проходит через поперечное сечение проводника?

1) 6,28 нКл 2) 10 пКл 3) 3,14 нКл 4) 1 мкКл

А11. Радиоволны являются
1) продольными, и их длина волны больше, чем у ренгеновских лучей
2) поперечными, и их длина волны больше, чем у инфракрасных лучей
3) поперечными, и их длина волны меньше, чем у лучей видимого света
4) поперечными, и их длина волны меньше, чем у ультрафиолетовых лучей

А12. При прохождении света сквозь стекло наибольшая скорость у лучей
1) синего цвета
2) оранжевого цвета
3) зеленого цвета
3) голубого цвета

А13. Отличие спектра дифракционной решетки от призменного спектра состоит в том, что
1) яркость призменного спектра значительно меньше, чем дифракционного
2) в дифракционном спектре порядок расположения цветов обратный по сравнению с призменным
3) расстояние между цветными полосами в призменном спектре больше, чем в дифракционном
4) дифракционный спектр шире призменного

А14. Плоское зеркало дает
1) мнимое и прямое изображение, расположенное от зеркала на равном с предметом расстоянии
2) действительно и прямое изображение, расположенное от зеркала на вдвое большем расстоянии, чем предмет
3) мнимое и прямое изображение, расположенное на вдвое меньшем расстоянии, чем предмет
4) действительное и обратное изображение, расположенное от зеркала на вдвое меньшем расстоянии, чем предмет

А15. Угол между падающим лучом и поверхностью жидкости 60^0, показатель преломления жидкости 1,5. Синус угла преломления луча в этой жидкости равен
1) 0,33
2) 0,57
3) 0,47
4) 0,39

А16. Синус предельного угла полного внутреннего отражения для воды равен 0,75. Угол падения луча на поверхность воды от источника света, расположенного на глубине, равен 60^0. При этом луч света от источника

1) не выйдет из воды в воздух
2) выйдет из воды в воздух
3) будет скользить по поверхности воды
4) выйдет или не выйдет, зависит от яркости светового луча

А17. Расстояние от предмета до собирающей линзы 8 см, фокусное расстояние линзы 10 см. Изображение, даваемое линзой, будет

1) мнимым, обратным и уменьшенным
2) мнимым, прямым и увеличенным
3) действительным, обратным и увеличенным
4) действительным, прямым и увеличенным

А18. Оптическая сила линзы, изображенной на рис. 233, равна

1) 20 дптр 2) 10 дптр
3) 40 дптр 4) 50 дптр

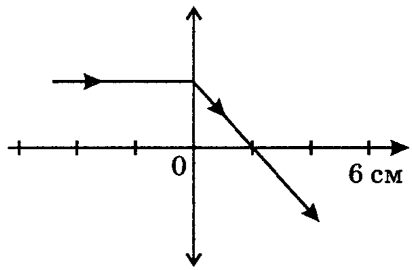


Рис. 233

А19. Высота предмета 60 см, расстояние от него до линзы 2 м, расстояние от изображения до линзы 4 см. Высота изображения равна

1) 0,4 см 2) 1,2 см
3) 2,4 мм 4) 2,8 см

А20. На рис. 234 изображением предмета АВ является

1) A_1B_1 2) A_2B_2
3) A_3B_3 4) A_4B_4

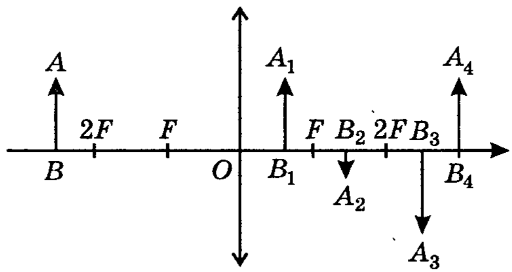


Рис. 234

А21. Два фотона летят навстречу друг другу, каждый со скоростью c. Их скорость относительно друг друга равна

1) $0{,}5c$ 2) $2c$ 3) 0 4) c

А22. Спектр атома водорода непродолжительное время наблюдали на Земле и в космическом корабле, движущемся с постоянной скоростью. Результаты наблюдения показали, что

1) спектры одинаковы

2) цвета спектров различны
3) ширина спектральных линий на Земле меньше, чем в космическом корабле
4) порядок расположения линий в спектре на Земле обратный порядку их расположения в космическом корабле

А23. Звезда каждую секунду теряет световую энергию $1,8 \cdot 10^{26}$ Дж, и при этом ее масса уменьшается на $k \cdot 10^{8}$ кг. Коэффициент пропорциональности k равен

1) 1,8 2) 0,2 3) 9,6 4) 20

А24. Если скорость выбитого из металла фотоэлектрона увеличится в 3 раза, то запирающее напряжение на электродах надо

1) увеличить в 3 раза 2) увеличить в 9 раз
3) не менять 4) уменьшить в 4 раза

А25. Скорость выбитых из катода электронов увеличится, если
1) увеличить энергию падающего на катод света
2) увеличить длину световой волны
3) увеличить площадь катода
4) увеличить частоту световой волны

А26. Энергия фотона, падающего на катод, 10 эВ. Максимальная кинетическая энергия электронов, выбитых светом из катода, равна 4 эВ. Работа выхода электронов из катода равна

1) 14 эВ 2) 7 эВ 3) 6 эВ 4) 40 эВ

А27. Количество нейтронов в ядре атома фосфора $^{31}_{15}P$ равно

1) 15 2) 31 3) 8 4) 16

А28. Бета-лучи — это поток

1) протонов 2) нейтронов 3) электронов 4) фотонов

А29. Какая частица образуется в результате ядерной реакции $^{9}_{4}Be + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{12}_{6}C + ?$

1) нейтрон 2) протон 3) альфа-частица 4) бета-частица

А30. Количество различных гамма-квантов, которое может быть излучено атомом водорода при переходе электрона с пятой орбиты в основное состояние, равно

1) 4 2) 5 3) 8 4) 10

Часть В

В1. Пружинный маятник оттянули от положения равновесия на 1,5 см и отпустили. Какой путь пройдет маятник за 1 с, если период его колебаний 0,2 с?

В2. Угол падения лучей на плоскопараллельную пластинку равен 60^0, смещение луча по выходе из пластинки 0,7 см. Найти длину луча в толще пластинки. Показатель преломления вещества пластинки равен 1,7.

В3. Высота изображения предмета 4 см, расстояние от экрана, на котором получено изображение, до собирающей линзы 50 см. Чему равна оптическая сила линзы, если высота предмета 80 см?

В4. В процессе термоядерного синтеза ядра гелия выделяется энергия 4,2 пДж. Молярная масса гелия $4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Какая масса гелия образуется каждые 10 с на Солнце, если мощность солнечного излучения $4 \cdot 10^{20}$ МВт?

Часть С

С1. Два наклонных к горизонту желоба составляют между собой угол (рис. 235). Левый желоб наклонен к горизонту под углом 60^0, а правый — под углом 30^0. С вершины левого желоба, расположенной на высоте 50 см над горизонтальной поверхностью, начинает скользить без трения маленький шарик. С какой частотой он будет совершать колебания, скользя вверх и вниз по этим желобам?

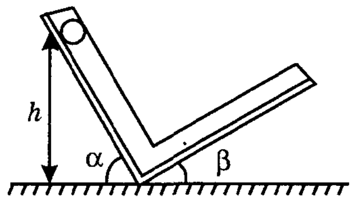


Рис. 235

С2. Дифракционная решетка имеет 2000 штрихов на длине 4 мм. На нее нормально к ее поверхности падает параллельный пучок лучей с длиной волны 0,7 мкм. Найти общее число максимумов, даваемое этой решеткой.

С3. Преломляющий угол равнобедренной стеклянной призмы равен 60^0. Найти наименьший угол отклонения луча от его первоначального направления. Показатель преломления стекла 1,5.

С4. Расстояние между двумя собирающими линзами 40 см. На расстоянии 8 см от левой собирающей линзы с фокусным расстоянием 10 см слева от нее ставят вертикальную стрелку высотой 20 мм. Чему будет равна высота изображения стрелки, даваемого системой этих линз, если фокусное расстояние второй линзы 25 см?

С5. Катод освещается светом с длиной волны 200 нм. Работа выхода электронов из него $4{,}5 \cdot 10^{-10}$ нДж. Вылетевшие из катода фотоэлектроны попадают в однородное магнитное поле индукцией 2 Тл перпендикулярно линиям магнитной индукции и начинают двигаться по окружности. Найти диаметр этой окружности.

С6. Неподвижный свободный атом радия $^{226}_{88}Ra$ испытал альфа-распад с образованием изотопа родона $^{222}_{86}Rn$. Какую кинетическую энергию получил при этом атом родона? Масса атома радия 226,0254 а.е.м., масса атома родона 222,0175 а.е.м., масса альфа-частицы 4,0026 а.е.м., скорость света в вакууме $3 \cdot 10^8$ м/с.

Ответы на задания проверочного экзамена по разделу IV. «Колебания и волны. Оптика. Теория относительности. Физика атома»

Часть А

А1. Периоду колбаний 1 соответствуют 4 клетки, а периоду колебаний 2 — только две. Значит, период колебаний 1 вдвое больше периода колебаний 2. А так как частота обратна периоду, значит, частота колебаний 2 вдвое больше частоты колебаний 1, т.е. $\frac{\nu_2}{\nu_1} = 2$.

Правильный ответ 2).

А2. Параметрами, не изменяющимися в процессе гармонических колебаний, являются амплитуда, циклическая частота, период и начальная фаза.

Правильный ответ 4).

А3. По закону сохранения механической энергии максимальная потенциальная энергия пружинного маятника $E_{p\max}$ равна его максимальной кинетической энергии $E_{k\max}$. А согласно формуле 62), когда деформация пружины x равна амплитуде A,

$$E_{p\max} = \frac{kA^2}{2},$$

согласно формуле 68)

$$E_{k\max} = \frac{mv^2_{\max}}{2},$$

следовательно, $\frac{kA^2}{2} = \frac{mv^2_{\max}}{2}$, откуда

$$v_{max} = A\sqrt{\frac{k}{m}} = 0{,}04\sqrt{\frac{20}{0{,}05}} \text{ м/с} = 0{,}8 \text{ м/с}.$$

Правильный ответ 2).

А4. Внесем в нашем уравнении число 0,5 в скобки. Получим: $x = 0{,}4\sin(0{,}25\pi t + 0{,}5\pi)$. Теперь сравним полученное уравнение с уравнением гармонических колебаний 229), записанным в общем виде: $x = A\cos(\omega t + 0{,}5\pi)$. Из сравнения следует, что выражение $0{,}25\pi$, стоящее между скобкой и временем t, и есть циклическая частота ω. Значит, $\omega = 0{,}25\pi$. Но, согласно формуле 234) $\omega = \frac{2\pi}{T}$,

следовательно, $0{,}25\pi = \frac{2\pi}{T}$, откуда $T = 8$ с.

Правильный ответ 3).

А5. Циклическую частоту математического маятника определяет формула 236):

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Длину маятника можно связать с высотой, на которую его подняли, следующим образом. Из рис. 236 следует, что

$$l - h = l\cos\alpha, \qquad \text{откуда} \quad l - l\cos\alpha = h$$

$$\text{и} \quad l = \frac{h}{1-\cos\alpha}.$$

С учетом этого

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{h}(1-\cos\alpha)}.$$

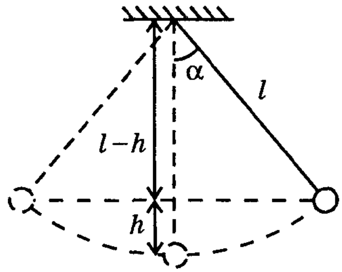


Рис. 236

Правильный ответ 4).

А6. Из рис. 231 следует, что половина длины волны $\frac{\lambda}{2} = 8$ см, значит, вся длина волны $\lambda = 16$ см $= 0{,}16$ м. Из формулы 250) $\lambda = \frac{v}{\nu}$ следует, что скорость волны $v = \lambda\nu = 0{,}16 \cdot 4$ м/с $= 0{,}64$ м/с.

Правильный ответ 3).

А7. Наложение когерентных волн друг на друга с образованием максимумов и минимумов называется интерференцией. Чтобы узнать, что будет наблюдаться в месте их наложения, разделим разность хода волн на половину длины волны:

$$\frac{\Delta r}{0{,}5\lambda}=\frac{3\cdot}{0{,}5\cdot 1}=6.$$

Значит, разность хода содержит четное число полуволн, что, согласно формуле 251)

$$\Delta r=2k\frac{\lambda}{2}=k\lambda,$$

соответствует максимуму.

Правильный ответ 4).

А8. Согласно формуле 260) циклическая частота электромагнитных колебаний в колебательном контуре равна

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{16\cdot 10\cdot 10^{-9}}}\ \text{рад/с}=2{,}5\cdot 10^{3}\ \text{рад/с}.$$

Правильный ответ 2).

А9. На первый взгляд, конденсатор пробит не будет, ведь, чтобы его пробить, надо подать на его обкладки напряжение, превышающее пробивное напряжение 300 В, а в сети всего 220 В. Но надо знать, что 220 В — это действующее напряжение переменного тока, а его максимальное напряжение, как это следует из формулы 265)

$$U=\frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

равно:

$$U_{\max}=U\sqrt{2}=220\sqrt{2}\ \text{В}=308\ \text{В}>300\ \text{В}$$

значит, конденсатор будет пробит.

Правильный ответ 2).

А10. Из формулы 263) $I_{\max}=\omega q_{\max}$ следует, что максимальный заряд

$$q_{\max}=\frac{I_{\max}}{\omega},$$

где, согласно формуле 233) $\omega=2\pi\nu$, поэтому

$$q_{max}=\frac{I_{max}}{2\pi\nu}=\frac{0,628}{2\cdot 3,14\cdot 0,1\cdot 10^{6}}\text{ Кл}=1\cdot 10^{-6}\text{ Кл}=1\text{ мкКл}.$$

Правильный ответ 4).

А11. В электромагнитной волне векторы электрической напряженности и магнитной индукции колеблются перпендикулярно направлению волны, поэтому электромагнитные волны являются поперечными. Их длина волны больше, чем у световых волн и рентгеновских лучей.

Правильный ответ 2).

А12. Из перечисленных лучей слабее остальных преломляются лучи оранжевого цвета, у них наименьший показатель преломления n. А согласно формуле 278)

$$n=\frac{c}{v}$$

наименьшему показателю преломления соответствует наибольшая скорость v. Следовательно, наибольшая скорость у лучей оранжевого цвета.

Правильный ответ 2).

А13. Согласно формуле 287)

$$d\sin\varphi=k\lambda$$

большей длине волны λ соответствует и больший угол дифракции φ, определяющий отклонение луча от первоначального направления в дифракционной решетке. А так как наибольшую волну имеют лучи красного цвета, то в дифракционной решетке сильнее отклоняются те лучи, которые ближе к красному концу спектра, а в призме — наоборот, те, что ближе к фиолетовому концу. Поэтому призменный спектр обратен дифракционному.

Правильный ответ 2).

А14. Плоское зеркало mn (рис. 198) дает мнимое и прямое изображение A_1B_1 предмета АВ, расположенное от зеркала на равном с предметом расстоянии.

Правильный ответ 1).

А15. Из закона преломления 276)

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}=n_{21}$$

следует, что синус угла преломления γ равен:

$$\sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{n}.$$

Из рис. 237 следует, что угол падения $\alpha = 90^0 - 60^0 = 30^0$. С учетом этого получим:

$$\sin\gamma = \frac{\sin 30^0}{1,5} = 0,33.$$

Правильный ответ 1).

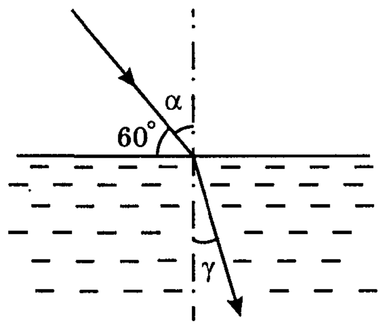


Рис. 237

А16. Луч не выйдет из воды в воздух, если угол падения луча снизу на ее поверхность больше предельного угла полного внутреннего отражения. Синус угла падения у нас равен:

$$\sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,85.$$

Мы видим, что синус угла падения больше синуса предельного угла, который, согласно условию, равен 0,75. Значит, и угол падения больше предельного, поэтому луч не выйдет из воды в воздух.

Правильный ответ 1).

А17. Каким будет изображение предмета, зависит от его расположения относительно линзы и ее фокусов. В нашем случае фокусное расстояние линзы 10 см, а расстояние от предмета до линзы — 8 см. Значит, предмет АВ расположен между фокусом и линзой. Как видно из построения изображения предмета АВ на рис. 217, если предмет расположен между фокусом и линзой, то его изображение будет мнимым, прямым и увеличенным.

Правильный ответ 2).

А18. Точка, в которой пересекаются лучи, падающие на линзу параллельно ее главной оптической оси, является фокусом линзы F, а расстояние от фокуса до главного оптического центра линзы O называется ее фокусным расстоянием. Из рис. 233 следует, что фокусное расстояние равно $\frac{6}{3}$ см $= 0,02$ м. А согласно формуле 284) оптическая сила такой линзы равна:

$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{0,02}\text{ дптр} = 50\text{ дптр}.$$

А19. Согласно формулам 285) и 286) линейное увеличение линзы

$$\Gamma = \frac{H}{h} \quad \text{и} \quad \Gamma = \frac{f}{d}, \quad \text{поэтому} \quad \frac{H}{h} = \frac{f}{d},$$

откуда $H = h\frac{f}{d} = 60\frac{4}{200}$ см $= 1{,}2$ см.

Правильный ответ 2).

А20. Предмет АВ находится за двойным фокусом линзы, поэтому его изображение A_1B_1 будет действительным, обратным, уменьшенным и располагаться между фокусом F и двойным фокусом $2F$ линзы.

Правильный ответ 2).

А21. Согласно второму постулату Эйнштейна скорость света в вакууме абсолютна и относительно любых инерциальных систем равна c.

Правильный ответ 4).

А22. Согласно первому постулату Эйнштейна все явления природы происходят одинаково во всех инерциальных системах отсчета. Поэтому спектры выглядят на Земле и в космическом корабле одинаково.

Правильный ответ 1).

А23. Согласно формуле 296) излученная звездой энергия пропорциональна изменению ее массы:

$$\Delta E = \Delta m c^2.$$

Значит, $1{,}8 \cdot 10^{26} = k \cdot 10^8 \cdot 9 \cdot 10^{16}$, откуда $k = 20$.

Правильный ответ 4).

А24. Чтобы выбитые светом из катода электроны не долетели до анода, на аноде должен быть минус, и при этом работа запирающего электрического поля A, как минимум, равнялась (или превосходила) кинетическую энергию летящих к аноду фотоэлектронов:

$$A = E_k.$$

Как это следует из формулы 142), где зарядом является электрон, $A = eU$. А согласно формуле 68) кинетическая энергия электрона $E_k = \frac{m_e v^2}{2}$. Следовательно,

$$eU = \frac{m_e v^2}{2}.$$

Значит, если скорость фотоэлектрона увеличится в 3 раза, то запирающее напряжение надо увеличить в $3^2 = 9$ раз.

Правильный ответ 2).

А25. Согласно формуле Эйнштейна для фотоэффекта 301)

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{m_e v^2}{2},$$

значит, чтобы увеличить скорость v выбитых из данного металла электронов, надо увеличить частоту ν падающей на катод световой волны, т. к. все остальные величины постоянны.

Правильный ответ 4).

А26. Из формулы 300) $E_\gamma = A_{\text{вых}} + E_{\text{к}}$ следует, что работа выхода электрона из металла A равна разности между энергией падающего на катод фотона E_γ и кинетической энергией выбитого светом электрона E_k:

$A = E_\gamma - E_k = 10\text{ эВ} - 4\text{ эВ} = 6\text{ эВ}$.

Правильный ответ 3).

А27. В ядре атома фосфора ${}^{31}_{15}P$ содержится $A = 31$ нуклон и $Z = 15$ протонов. Поскольку массовое число A, т. е. общее количество нуклонов в ядре, согласно формуле 306) $A = Z + N$, равно сумме количества протонов Z и количества нейтронов N в нем, то количество нейтронов

$N = A - Z = 31 - 15 - 16$.

Правильный ответ 4).

А28. Бета-лучи — это поток электронов.

Правильный ответ 3).

А29. В ядерной реакции всегда выполняются законы сохранения массового A и зарядового Z чисел: сумма массовых чисел ядер и частиц до реакции равна сумме их массовых чисел после реакции, а также сумма их зарядовых чисел до реакции равна сумме их зарядовых чисел после реакции. Поэтому в предложенной нам ядерной реакции массовое число неизвестной частицы равно:

$9 + 4 - 12 = 1$, а ее зарядовое число равно: $4 + 2 - 6 = 0$.

Следовательно, эта частица — нейтрон.

Правильный ответ 1).

А30. На рис. 238 стрелками показано число всех возможных переходов электрона с пятого на первый энергетический уровень в атоме водорода при испускании им фотона. Это число равно 10.

Правильный ответ 4).

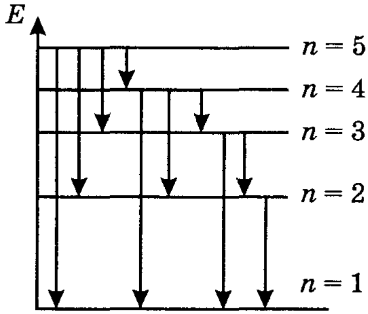


Рис. 238

Часть B

Задача 1

Дано:	*Решение*
$A = 1{,}5$ см $t = 1$ с $T = 0{,}2$ с	Путь S, пройденный маятником за 1 с, может содержать целое число амплитуд, а может — нет.
$S - ?$	Чтобы это определить, подсчитаем сначала, сколько периодов T укладывается во времени t:

$$\frac{t}{T} = \frac{1\,\text{c}}{0{,}2\,\text{c}} = 5.$$

Путь, пройденный за время полного колебания, то есть за один период T, равен 4 амплитудам. Значит, за время $t = 1$ с маятник максимально отклонился от положения равновесия $5 \cdot 4 = 20$ раз. Следовательно, путь S, пройденный им за время t, равен 20 амплитудам:

$S = 20A = 20 \cdot 1{,}5$ см $= 30$ см.

Ответ: $S = 30$ см.

Задача B2

Дано:	*Решение*
$\alpha = 60^0$ $x = 0{,}7$ см $n = 1{,}7$	Из рис. 239 следует, что длина луча в толще пластинки l может быть определена из прямоугольного треугольника $OO_1в$:
$l - ?$	

$$l = \frac{x}{\sin(\alpha - \gamma)},$$

где γ — угол преломления луча. Синус этого угла определим из формулы 276):

$$\sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{n} = \frac{\sin 60^0}{1,7} = \frac{\sqrt{3}}{2\cdot 1,7} = \frac{1,7}{2\cdot 1,7} = \frac{1}{2}.$$

Следовательно, угол преломления $\gamma = 30^0$. Теперь вычислим длину луча в пластинке:

$$l = \frac{0,7}{\sin\left(60^0 - 30^0\right)}\ \text{см} = 1,4\ \text{см}.$$

Ответ: $l = 1,4$ см.

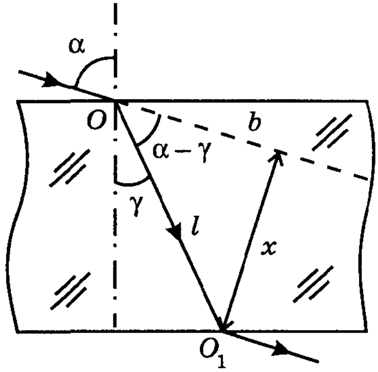


Рис. 239

Задача В3

Дано:	*Решение*
$H = 4$ см $f = 50$ см $h = 80$ см	
D – ?	

Согласно определению оптической силы линзы (формула 284)

$$D = \frac{1}{F},$$

где по формуле линзы 283)

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \qquad \text{поэтому} \quad D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}. \qquad (1)$$

Расстояние от предмета до линзы d можно найти, воспользовавшись формулами линейного увеличения линзы 285) и 286):

$$Г = \frac{H}{h} \ \text{ и } \ Г = \frac{f}{d}, \quad \text{и значит,} \quad \frac{H}{h} = \frac{f}{d},$$

откуда

$$d = f\frac{h}{H}. \qquad (2)$$

Подставив правую часть равенства (2) в формулу (1) вместо f, мы решим задачу в общем виде:

$$D = \frac{H}{fh} + \frac{1}{f} = \frac{1}{f}\left(\frac{H}{h} + 1\right).$$

Выразим все величины в единицах СИ: 4 см = 0,04 м, 50 см = 0,5 м, 80 см = 0,8 м.

Произведем вычисления:

$$D = \frac{1}{0,5}\left(\frac{0,04}{0,8} + 1\right)\ \text{дптр} = 2,1\ \text{дптр}.$$

Ответ: $D = 2,1$ дптр.

Задача В4

Дано:
$E_1 = 4{,}2$ пДж
$M = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
$t = 10$ с
$P = 4 \cdot 10^{20}$ МВт

m – ?

Решение

Массу гелия, образующегося на Солнце за 10 с, можно найти, умножив число образующихся за это время ядер гелия N на массу одного ядра m_0:

$$m = N\,m_0. \qquad (1)$$

Массу одного ядра гелия определим по формуле 85):

$$m_0 = \frac{M}{N_A}. \qquad (2)$$

Число ядер гелия N можно найти, если разделить всю энергию E, выделяющуюся за 10 с, на энергию, выделяющуюся при синтезе одного ядра гелия E_1:

$$N = \frac{E}{E_1},$$

где вся выделяющаяся энергия равна, согласно формуле 203), произведению мощности процесса и его времени:

$$E = A = Pt.$$

С учетом этого

$$N = \frac{Pt}{E_1}. \qquad (3)$$

Нам осталось подставить правые части равенств (2) и (3) в формулу (1), и задача в общем виде будет решена:

$$m = \frac{PtM}{E_1 N_A}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:
4,2 пДж = $4{,}2 \cdot 10^{-12}$ Дж, $4 \cdot 10^{20}$ МВт = $4 \cdot 10^{26}$ Вт.
Произведем вычисления:

$$m = \frac{4\cdot 10^{26}\cdot 10\cdot 4\cdot 10^{-3}}{4{,}2\cdot 10^{-12}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}}\ \text{кг} = 6{,}3\cdot 10^{12}\ \text{кг}.$$

Ответ: $m = 6{,}3 \cdot 10^{12}$ кг.

Часть С

Задача С1

Дано:
$\alpha = 60^0$
$\alpha = 30^0$
$h = 50$ см

$\nu - ?$

Решение

Частота колебаний, согласно формуле 242) — это величина, обратная периоду T:

$$\nu = \frac{1}{T}. \tag{1}$$

Здесь T — время, в течение которого шарик скатится с вершины 1 (рис. 240), поднимется на вершину 2, затем скатится с вершины 2 и снова поднимется на вершину 1. Поскольку трение отсутствует, то, сколько времени t_1 шарик скатывается с вершины 1 до основания, столько же он поднимается с основания до вершины 1. И то же самое можно сказать о времени t_2 подъема и таком же времени скатывания с вершины 2. Тогда период T равен:

$$T = 2\,t_1 + 2\,t_2 = 2(t_1 + t_2)\,. \tag{2}$$

Значит, задача сводится к нахождению времени спуска t_1 шарика с вершины 1 до основания наклонной плоскости и времени его подъема t_2 от основания до вершины 2.

В прямоугольном треугольнике с катетом h и противолежащим ему углом α гипотенуза есть путь S_1, пройденный шариком при спуске с вершины 1. Этот путь найдем по формуле

$$S_1 = \frac{h}{\sin\alpha}.$$

На этом пути на шарик действует скатывающая его сила $mg\sin\alpha$, являющаяся составляющей силы тяжести mg и равная по второму закону Ньютона произведению массы шарика m и его ускорения a_1:

$$mg\sin\alpha = ma_1, \qquad \text{откуда} \quad a_1 = g\sin\alpha.$$

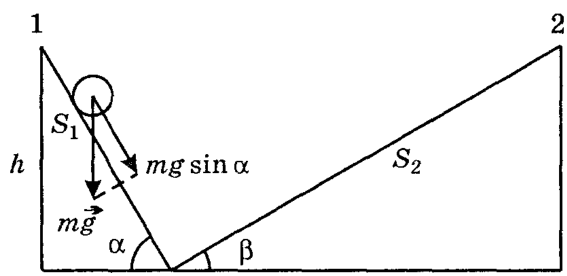


Рис. 240

Зная ускорение шарика и путь, пройденный им с вершины 1 до основания, мы найдем время этого спуска из формулы 6) $S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2}$, когда начальная скорость равна нулю:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2S_1}{a_1}} = \sqrt{\frac{2h}{g \sin\alpha \cdot \sin\alpha}} = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (3)$$

Конечная скорость шарика у основания при спуске с вершины 1 является его начальной скоростью при подъеме до вершины 2. Эту скорость v_1 несложно найти по формуле 5)

$$v = v_0 + at$$

для случая равнозамедленного двжения с ускорением a_2 к вершине 2, когда конечная скорость шарика равна нулю:

$$0 = v_1 - a_2 t_2,$$

где по аналогии $a_2 = g \sin\beta$, поэтому $v_1 = gt_2 \sin\beta$.

И эта же скорость при равноускоренном спуске без начальной скорости с вершины 1, согласно той же формуле 5), равна:

$$v_1 = a_1 t_1 = gt_1 \sin\alpha.$$

Приравняв правые части двух последних равенств, выразим время t_2 через уже найденное время t_1:

$$gt_2 \sin\beta = gt_1 \sin\alpha, \qquad \text{откуда} \qquad t_2 = t_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta},$$

или с учетом выражения (3)

$$t_2 = \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{1}{\sin\beta}\sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (4)$$

Теперь подставим правые части равенств (3) и (4) вместо времени t_1 и t_2 в выражение (2):

$$T = 2\left(\frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{1}{\sin\beta}\sqrt{\frac{2h}{g}}\right) = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}\frac{\sin\alpha + \sin\beta}{\sin\alpha \sin\beta}.$$

Тогда частота колебаний шарика, согласно (1), равна:

$$\nu = \frac{\sin\alpha \sin\beta}{2(\sin\alpha + \sin\beta)}\sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

Задача в общем виде решена.

Выразим высоту в единицах СИ: 50 см = 0,5 м.

Произведем вычисления:

$$\nu = \frac{\sin 60^0 \sin 30^0}{2\left(\sin 60^0 + \sin 30^0\right)} \sqrt{\frac{10}{2 \cdot 0{,}5}} \text{ Гц} = 0{,}5 \text{ Гц}.$$

Ответ: $\nu = 0{,}5$ Гц.

Задача С2

Дано:
$N = 2000$
$l = 4$ мм
$\lambda = 0{,}7$ мкм

m – ?

Решение

Чтобы найти общее число максимумов по обе стороны от нулевого максимума на экране *ав* (рис. 224), надо сначала определить порядковый номер последнего максимума $k_{\max}$. Для этого применим условие максимума на дифракционной решетке 287):

$$d \sin \varphi = k\lambda. \quad (1)$$

Здесь d — период решетки. Его можно найти, разделив длину l, на которой помещается N штрихов, на их количество:

$$d = \frac{l}{N}. \quad (2)$$

Последний максимум соответствует максимальному углу дифракции φ. А угол дифракции не может быть больше 90^0. Значит, из формулы (1) следует, что

$$k_{\max} = \frac{d \sin 90^0}{\lambda} = \frac{d}{\lambda},$$

или с учетом (2)

$$k_{\max} = \frac{l}{N\lambda}. \quad (3)$$

Поскольку симметричные максимумы, начиная с первого и кончая $k_{\max}$-ым, наблюдаются по обе стороны от нулевого, то для подсчета общего количества максимумов их надо удвоить и к ним еще прибавить центральный нулевой максимум, поскольку в формуле (1) порядковый номер максимума k начинается с единицы. Поэтому общее число максимумов m равно:

$$m = 2k_{\max} + 1, \quad \text{или с учетом (3)} \quad m = 2\frac{l}{N\lambda} + 1.$$

Выразим все величины в единицах СИ: 4,2 мм = $4{,}2 \cdot 10^{-3}$ м, 0,7 мкм = $7 \cdot 10^{-7}$ м.

Произведем вычисления:

$$m = 2\frac{4{,}2 \cdot 10^{-3}}{2000 \cdot 7 \cdot 10^{-7}} + 1 = 7.$$

Ответ: $m = 7$.

Задача С3

Дано: $\varphi = 60^0$, $n = 1{,}5$	
θ – ?	

Решение

Угол отклонения луча от первоначального направления θ будет минимальным, когда луч выйдет из призмы под тем же углом γ_2, под которым упал на призму, т.е. под равным ему углом падения α_1 (рис. 241).

Следовательно, $\alpha_1 = \gamma_2$, поэтому и $\gamma_1 = \alpha_2$.

В треугольнике *авс* угол отклонения луча 3–4 от первоначального направления 1–2 — угол θ — как внешний угол в треугольнике *асв* равен сумме двух внутренних углов $\alpha_1 - \gamma_1$ и $\gamma_2 - \alpha_2$:

$$\theta = \alpha_1 - \gamma + \gamma_2 - \alpha_2 = 2(\alpha_1 - \gamma_1). \qquad (1)$$

Из закона преломления 276)

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\gamma_1} = n$$

следует, что

$$\sin\gamma_1 = \frac{\sin\alpha_1}{n}.$$

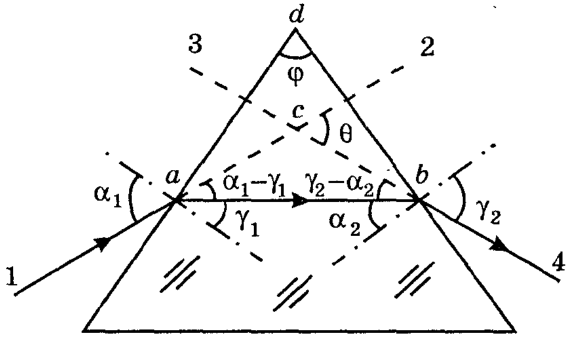


Рис. 241

Теперь рассмотрим равнобедренный треугольник *адв*. В нем угол *дав* $= 90^0 - \gamma_1$ равен углу *два*, а сумма всех углов равна 180^0. Значит:

$$2(90^0 - \gamma_1) + \varphi = 180^0, \quad \text{откуда } \gamma_1 = \frac{\varphi}{2} = 30^0, \quad \text{так как } \varphi = 60^0.$$

Тогда предыдущее выражение примет вид:

$$\sin 30^0 = \frac{\sin \alpha_1}{n},$$

откуда

$$\sin \alpha_1 = n \sin 30^0 = \frac{n}{2}.$$

Вычислим угол падения α_1:

$$\sin \alpha_1 = \frac{1{,}5}{2} = 0{,}75, \qquad \alpha_1 = 49^0.$$

Нам осталось подставить значения углов α_1 и γ_1 в формулу (1) и вычислить угол отклонения луча θ:

$\theta = 2(49^0 - 30^0) = 38^0.$

Ответ: $\theta = 38^0$.

Задача С4

Дано:
$l = 40$ см
$d_1 = 8$ см
$F_1 = 10$ см
$h_1 = 20$ мм
$F_2 = 25$ см

H_2 – ?

Решение

Построим сначала изображение A_1B_1 предмета АВ в линзе $Л_1$. Поскольку предмет расположен между фокусом и линзой, его изображение будет мнимым, увеличенным и прямым. Это изображение A_1B_1 станет предметом для второй линзы, а его изображением будет стрелка A_2B_2 (рис. 242).

Запишем формулу линзы 283) применительно к линзам $Л_1$ и $Л_2$:

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1} \tag{1}$$

и

$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_2}. \tag{2}$$

Знак «минус» в первой формуле мы поставили потому, что первое изображение мнимое.

Поскольку речь идет о размерах предмета и изображения, воспользуемся формулами 285) и 286):

$$\varGamma_1 = \frac{H_1}{h_1} \qquad \text{и} \qquad \varGamma_1 = \frac{f_1}{d_1},$$

следовательно,

$$\frac{H_1}{h_1} = \frac{f_1}{d_1}. \tag{3}$$

Аналогично, для второй линзы, для которой предметом станет первое изображение A_1B_1 высотой H_1, запишем:

$$\varGamma_2 = \frac{H_2}{H_1} \qquad \text{и} \qquad \varGamma_2 = \frac{f_2}{d_2},$$

поэтому

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{f_2}{d_2}. \tag{4}$$

Теперь обратим внимание на то, что, как это следует из чертежа, расстояние d_2 от первого изображения A_1B_1 до второй линзы $Л_2$ равно:

$$d_2 = f_1 + l. \tag{5}$$

Итак, мы получили 5 уравнений с пятью неизвестными. Чтобы уменьшить их число, давайте сначала выразим из формулы (1) расстояние f_1 от первого изображения до линзы $Л_1$ и подставим его в равенства (3) и (5). Так мы приблизимся к определению высоты первого изображения H_1 и расстояния d_2 от него до линзы $Л_2$.

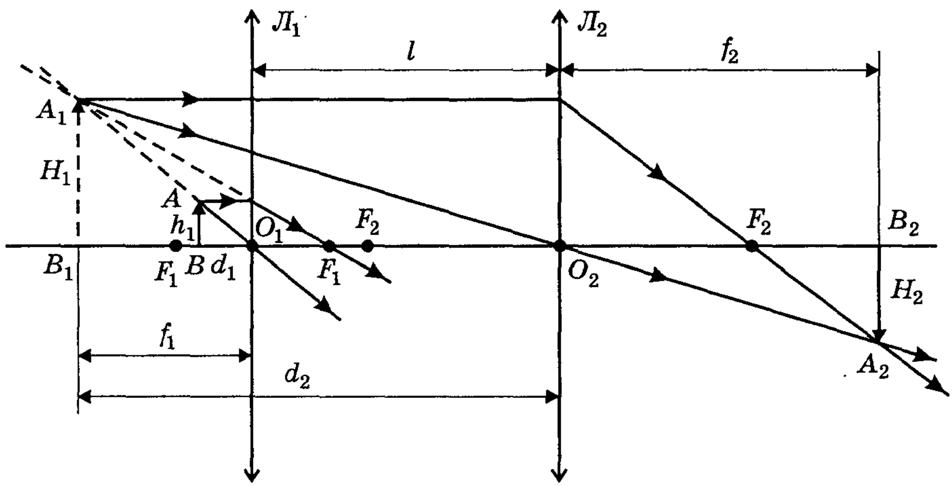


Рис. 242

Из (1) $\frac{1}{f_1}=\frac{1}{d_1}-\frac{1}{F_1}$, откуда $f_1=\frac{d_1F_1}{F_1-d_1}$,

поэтому

$$\frac{H_1}{h_1}=\frac{d_1F_1}{(F_1-d_1)d_1},$$

откуда

$$H_1=\frac{h_1F_1}{F_1-d_1} \tag{6}$$

и, кроме того, согласно (5),

$$d_2=\frac{d_1F_1}{F_1-d_1}+l. \tag{7}$$

Теперь найдем из формулы (2) расстояние f_2 от линзы Л$_2$ до второго изображения A_2B_2 и подставим его в формулу (4), где находится искомая высота второго изображения H_2:

Из (2) $\frac{1}{f_2}=\frac{1}{F_2}-\frac{1}{d_2}$, откуда

$$f_2=\frac{d_2F_2}{d_2-F_2}. \tag{8}$$

Из (4) $H_2=H_1\frac{f_2}{d_2}$ или с учетом (8)

$$H_2=H_1\frac{d_2F_2}{(d_2-F_2)d_2}=H_1\frac{F_2}{d_2-F_2}.$$

Вот теперь нам осталось подставить сюда правые части равенств (6) и (7), в которых все величины нам известны:

$$H_2=\frac{h_1F_1}{F_1-d_1}\cdot\frac{F_2}{\frac{d_1F_1}{F_1-d_1}+l-F_2}=\frac{h_1F_1F_2}{d_1F_1+(l-F_2)(F_1-d_1)}.$$

Задача в общем виде решена. Выразим высоту h_1 в сантиметрах: 20 мм = 2 см.

Произведем вычисления:

$$H_2=\frac{2\cdot10\cdot25}{8\cdot10+(40-25)(10-8)}\text{ см}=4{,}5\text{ см}.$$

Ответ: H_2 = 4,5 см.

Задача С5

Дано:
$\lambda = 200$ нм
$A_{вых} = 4{,}5 \cdot 10^{-10}$ нДж
$B = 2$ Тл
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с
$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

d – ?

Решение

На электрон в магнитном поле действует сила Лоренца $F_л$, направленная по радиусу к центру окружности, которая является его траекторией. По второму закону Ньютона (формула 49) эта сила равна произведению массы электрона m_e и его центростремительного ускорения $a_ц$:

$$F_л = m_e a. \qquad (1)$$

Согласно формуле 215) для случая, когда электрон влетает в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции, сила Лоренца равна:

$$F_л = Bve. \qquad (2)$$

Центростремительное ускорение найдем по формуле 46):

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{2v^2}{d}, \qquad (3)$$

ведь радиус $R = \frac{d}{2}$.

Подставим правые части равенств (2) и (3) в формулу (1):

$$Bve = m_e \frac{2v^2}{d},$$

откуда

$$d = \frac{2m_e v}{Be}. \qquad (4)$$

Скорость электрона, влетевшего в магнитное поле, определим из формулы Эйнштейна для фотоэффекта 301):

$$h\nu = A_{вых} + \frac{m_e v^2}{2},$$

откуда

$$v = \sqrt{\frac{2}{m_e}\left(h\nu - A_{вых}\right)}.$$

Подставим правую часть этого равенства в формулу (4) вместо скорости:

$$d = \frac{2m_e}{Be}\sqrt{\frac{2}{m_e}\left(h\nu - A_{вых}\right)} = \frac{2}{Be}\sqrt{2m_e\left(h\nu - A_{вых}\right)}. \qquad (5)$$

Теперь выразим частоту световой волны ν через известную нам длину волны λ. Согласно формуле 273)

$$\nu = \frac{c}{\lambda}.$$

Нам осталось подставить правую часть этой формулы в выражение (5), и задача в общем виде будет решена:

$$d = \frac{2}{Be}\sqrt{2m_e\left(h\frac{c}{\lambda} - A_{вых}\right)}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:

200 нм $= 200 \cdot 10^{-9}$ м $= 2 \cdot 10^{-7}$ м, $\quad 4{,}5 \cdot 10^{-10}$ нДж $= 4{,}5 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Произведем вычисления:

$$d = \frac{2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}\sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\left(6{,}62 \cdot 10^{-34}\frac{3 \cdot 10^{8}}{2 \cdot 10^{-7}} - 4{,}5 \cdot 10^{-19}\right)}\ \text{м} =$$

$= 6{,}2 \cdot 10^{-6}$ м $= 6{,}2$ мкм.

Ответ: $d = 6{,}2$ мкм.

Задача С6

Дано:
$m_{Ra} = 226{,}0254$ а.е.м.
$m_{Rn} = 222{,}0175$ а.е.м.
$m_{He} = 4{,}0026$ а.е.м.
$c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с

$E_{k\,Rn}$ – ?

Решение

Чтобы лучше разобраться в решении, запишем сначала саму ядерную реакцию:

$${}^{226}_{88}Ra \to {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$$

При любой ядерной реакции выполняется закон сохранения энергии, согласно которому энергия покоя радия $E_{0\,Ra}$ равна сумме энергии покоя радона $E_{0\,Rn}$, его кинетической энергии $E_{k\,Rn}$, энергии покоя альфа-частицы $E_{0\,He}$ и ее кинетической энергии $E_{k\,He}$:

$$E_{0\,Ra} = E_{0\,Rn} + E_{k\,Rn} + E_{0\,He} + E_{k\,He},$$

или с учетом формулы энергии покоя 294) $E_0 = mc^2$ этот же закон можно записать так:

$$m_{Ra}c^2 = m_{Rn}c^2 + E_{k\,Rn} + m_{He}c^2 + E_{k\,He}. \qquad (1)$$

Теперь запишем закон сохранения импульса. Поскольку импульс радия до альфа-распада был равен нулю, ведь ядро радия покоилось, значит, по модулю импульс радона равен импульсу альфа-частицы:

$$m_{Rn}v_{Rn} = m_{He}v_{He}.$$

Чтобы перейти к кинетическим энергиям, возведем левую и правую части последнего равенства в квадрат и разделим на 2 — ведь от этого само равенство не нарушится:

$$m_{Rn}\frac{m_{Rn}v_{Rn}^2}{2} = m_{He}\frac{m_{He}v_{He}^2}{2}$$

или

$$m_{Rn}E_{k\,Rn} = m_{He}E_{k\,He},$$

откуда

$$E_{k\,He} = E_{k\,Rn}\frac{m_{Rn}}{m_{He}}. \qquad (2)$$

Теперь подставим правую часть равенства (2) вместо кинетической энергии гелия в уравнение (1) и перенесем все члены, содержащие кинетическую энергию в одну сторону равенства, а массы — в другую:

$$E_{k\,Rn} + E_{k\,Rn}\frac{m_{Rn}}{m_{He}} = c^2\left(m_{Ra} - m_{Rn} - m_{He}\right).$$

Отсюда

$$E_{k\,Rn} = \frac{m_{He}c^2\left(m_{Ra} - m_{Rn} - m_{He}\right)}{m_{Rn} + m_{He}}.$$

Задача в общем виде решена. Выразим массу альфа-частицы в килограммах: 4,0026 а.е.м. = $4{,}0026 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг = $6{,}7 \cdot 10^{-27}$ кг.

Произведем вычисления:

$$E_{k\,Rn} = \frac{6{,}7\cdot10^{-27}\cdot9\cdot10^{16}\cdot(226{,}0254 - 222{,}0175 - 4{,}0026)}{222{,}0175 + 4{,}0026}\ \text{Дж} =$$

$$= 1{,}4\cdot10^{-14}\ \text{Дж}.$$

Ответ: $E_{k\,Rn} = 1{,}4 \cdot 10^{-14}$ Дж.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Некоторые приставки для преобразования внесистемных единиц в СИ

Приставка	Числовое значение	Сокращенное обозначение
атто	10^{-18}	а
фемто	10^{-15}	ф
пико	10^{-12}	п
нано	10^{-9}	н
микро	10^{-6}	мк
милли	10^{-3}	м
санти	10^{-2}	с
деци	10^{-1}	д
дека	10^{1}	да
гекто	10^{2}	г
кило	10^{3}	к
мега	10^{6}	М
гига	10^{9}	Г
тера	10^{12}	Т

Перевод некоторых единиц в СИ

1 Å (ангстрем) = 10^{-10} м
1 нм (нанометр) = 10^{-9} м
1 мкм (микрометр) = 10^{-6} м
1 мм (миллиметр) = 10^{-3} м
1 см (сантиметр) = 10^{-2} м
1 дм (дециметр) = 10^{-1} м
1 км (километр) = 10^{3} м
1 Мм (мегаметр) = 10^{6} м
1 Гм (гигаметр) = 10^{9} м
1 Тм (тераметр) = 10^{12} м
1 мм^2 = 10^{-6} м^2
1 см^2 = 10^{-4} м^2
1 дм^2 = 10^{-2} м^2
1 мм^3 = 10^{-9} м^3
1 см^3 = 10^{-6} м^3
1 дм^3 = 1 л = 10^{-3} м^3
1 ч = 3600 с
1 мин = 60 с
1 нс = 10^{-9} с
1 мг = 10^{-6} кг
1 г = 10^{-3} кг
1 г/см^3 = 10^{3} кг/м^3
1 кПа = 1000 Па
1 мм рт. ст. = 133 Па
1 атм = 760 мм рт. ст. = 10^{5} Па
1 т = 10^{3} кг
1 гВт = 10^{2} Вт
1 кВт = 10^{3} Вт
1 МВт = 10^{6} Вт
1 Мм/с = 10^{6} м/с
1 м/мин = $\frac{1}{60}$ м/с
1 км/ч = $\frac{1000}{3600}$ м/с
1 кН = 10^{3} Н
1 кал (калория) = 4,186 Дж
1 ккал (килокалория) = 4186 Дж

1 нКл = 10^{-9} Кл
1 мкКл = 10^{-6} Кл
1 мКл = 10^{-3} Кл
$1\,\frac{\text{Кл}}{\text{см}^2} = 10^4\,\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$
1 об/мин = $\frac{1}{60}$ об/с
1 км/с = 1000 м/с
1 кДж = 10^{3} Дж
1 МДж = 10^{6} Дж
1 В/см = 100 В/м
1 кВ/см = 10^{5} В/м
1 мВ = 10^{-3} В
1 мА = 10^{-3} А
1 мкА = 10^{-6} А
1 Ом · мм^2/м = 10^{-6} Ом · м

Некоторые сведения из математики

Правила действия со степенями и корнями

$a^x \cdot a^y = a^{(x+y)}$

$\frac{1}{a^x} = a^{-x}$

$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

$a^x \cdot b^x = (ab)^x$

$(a^x)^y = a^{xy}$

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

$\frac{1}{\sqrt[n]{\frac{a}{b}}} = \sqrt[n]{\frac{b}{a}}$

Тождества сокращенного умножения

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ — квадрат двучлена

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ — куб двучлена

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ — разность квадратов

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ — разность кубов

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$ — сумма кубов

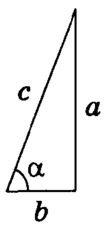
Тригонометрические функции острого угла

$\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$

$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{b}{a}$



Теорема косинусов

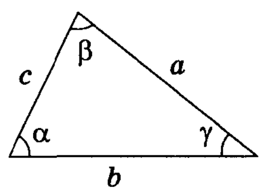
$a^2 = c^2 + b^2 - 2cb\cos\alpha$

Теорема синусов

$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$

Теорема Пифагора

$c^2 = a^2 + b^2$



Формулы корней квадратных уравнений

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2}=\frac{-\frac{b}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}}{a}$$

$$x^2+px+q=0$$

$$x_{1,2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

Значения тригонометрических функций некоторых углов

$\left(\frac{180\alpha}{\pi}\right)^0$	0°	30°	45°	60°	90°	180°
α рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\mathrm{tg}\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	0
$\mathrm{ctg}\,\alpha$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	–

Тригонометрические функции половинного аргумента

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

Формулы приведения

α	$\alpha+\frac{\pi}{2}$	$\alpha+\pi$	$\alpha+\frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\pi-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$
sin	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
cos	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$
tg	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$
ctg	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$\mathrm{tg}\,\alpha$

Тригонометрические функции двойного аргумента

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$\mathrm{tg}\,2\alpha = \frac{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}$$

Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$1+\mathrm{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$1+\mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1}{\mathrm{ctg}\,\alpha}$$

$$1+\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha$$

$$1-\cos 2\alpha = 2\sin^2\alpha$$

Преобразование суммы тригонометрических функций и произведение

$$\sin\alpha+\sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

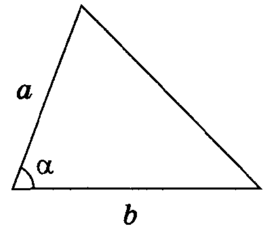
$$\sin\alpha-\sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

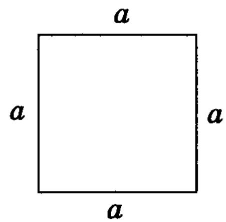
Площадь треугольника

$$S = \frac{ab}{2}\sin\alpha$$



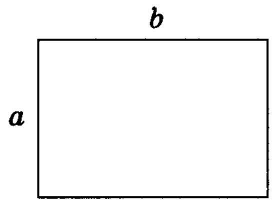
Площадь квадрата

$$S = a^2$$



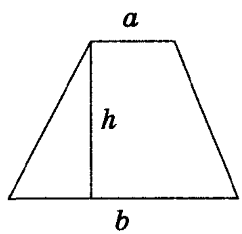
Площадь прямоугольника

$$S = ab$$



Площадь трапеции

$$S = \frac{a+b}{2}h$$



Площадь сферы радиусом R (диаметром D)

$S = 4\pi R^2 = \pi D^2$, где $R = \frac{D}{2}$

Площадь круга радиусом R (диаметром D)

$$S = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}$$

Длина окружности радиусом R (диаметром D)

$l = 2\pi R = \pi D$

Объем сферы радиусом R (диаметром D)

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi D^3$

Объем цилиндра высотой H с радиусом основания R

$V = \pi R^2 H$

Объем куба со стороной a

$V = a^3$

Объем конуса высотой H с радиусом основания R

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$

Основные формулы физики

(теперь все вместе)

Равномерное движение

1) $x = x_0 + v_x t$

2) $S = vt$

Здесь x — конечная координата (м), x_0 — начальная координата (м), v_x — проекция скорости на ось координат (м/с), t — время (с), S — путь (м), v — модуль скорости (м/с).

Равноускоренное движение

3) $x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$

4) $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{v - v_0}{t}$

5) $v = v_0 + at$

6) $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$

7) $S = v_{ср} t$

8) $v_{ср} = \frac{v_0 + v}{2}$

9) $v^2 - v_0^2 = 2aS$

10) $S_n = \frac{a}{2}(2n - 1)$

Здесь x — конечная координата (м), x_0 — начальная координата (м), a — ускорение (м/с^2), Δv — изменение скорости (м/с), v — модуль конечной скорости (м/с), v_0 — модуль начальной скорости (м/с), v_{0x} — проекция начальной скорости на ось координат (м/с), a_x — проекция ускорения на ось координат (м/с^2), $v_{ср}$ — средняя скорость (м/с), t — время движения (с), S_n — путь, пройденный за n-ю секунду равноускоренного движения без начальной скорости, n — порядковый номер этой секунды, считая от начала движения.

Движение с переменным ускорением

$$11)\ v = x' \text{ или } v = S'$$

$$12)\ a = v'$$

$$13)\ a = x'' \text{ или } a = S''$$

Здесь x' — первая производная координаты по времени (м/с), S' — первая производная пути по времени (м/с), $a_{ср}$ — среднее ускорение (м/с^2), v' — первая производная скорости по времени (м/с^2), x'' — вторая производная координаты по времени (м/с^2), S'' — вторая производная пути по времени. Остальные величины названы в пункте *Равноускоренное движение.*

Правило сложения классических скоростей

$$14)\ \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_0$$

Здесь $\vec{v}$ — скорость тела относительно неподвижной системы отсчета (абсолютная скорость), $\vec{v}_1$ – скорость тела относительно подвижной системы отсчета (относительная скорость), $\vec{v}_0$ — скорость подвижной системы отсчета относительно неподвижной (переносная скорость).

Тело падает вниз
с начальной скоростью $v_0 \neq 0$

$$15)\ h = v_{ср}t$$

$$16)\ v_{ср} = \frac{v_0 + v}{2}$$

$$17)\ h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

$$18)\ v = v_0 + gt$$

$$19)\ v^2 - v_0^2 = 2gh$$

Тело падает вниз
без начальной скорости $v_0 = 0$

$$20)\ h = v_{ср}t$$

$$21)\ v_{ср} = \frac{v}{2}$$

$$22)\ h = \frac{gt^2}{2}$$

$$23)\ v = gt$$

$$24)\ v^2 = 2gh$$

Тело, брошенное вверх,
достигло высшей точки $v = 0$

$$30)\ h = v_{ср}t$$

$$31)\ v_{ср} = \frac{v}{2}$$

$$32)\ h = \frac{gt^2}{2}$$

Тело, брошенное вверх,
не достигло высшей точки $v \neq 0$

$$25)\ h = v_{ср}t$$

$$26)\ v_{ср} = \frac{v_0 + v}{2}$$

$$27)\ h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

33) $v_0 = gt$

34) $v_0^2 = 2gh$

28) $v = v_0 - gt$

29) $v^2 - v_0^2 = -2gh$

Равномерное движение по окружности

35) $x(t) = x(t + NT)$

36) $v = \frac{S}{t}$

37) $\omega = \frac{\varphi}{t}$

38) $v = 2\pi\nu R$

39) $v = \frac{2\pi R}{T}$

40) $v = \omega R$

41) $\omega = 2\pi\nu$

42) $\omega = \frac{2\pi}{T}$

43) $T = \frac{t}{N}$

44) $\nu = \frac{N}{t}$

45) $\nu = \frac{1}{T}$

46) $a = \frac{v^2}{R}$

47) $a = \omega^2 R$

48) $a = \omega v$

Здесь $x(t)$ — координата тела через время t от начала отсчета (м), $x(t+NT)$ — координата тела через время $t + NT$ от начала отсчета (м), N — число полных оборотов (безразмерное), T — период (с), v — линейная скорость (м/с), S — длина дуги (м), ω — угловая скорость (рад/с), φ — угол поворота радиуса (рад), $\pi \approx 3{,}14$ — число «пи» (безразмерное), ν — частота вращения ($с^{-1}$), R — радиус окружности (м), N — число оборотов (безразмерное), t — время движения (с).

Второй закон Ньютона

$$49)\ F = ma$$

Здесь F — сила (Н), m — масса (кг), a — ускорение (м/с^2).

Формула силы трения

$$50)\ F_{тр} = \mu F_{давл}$$

Здесь $F_{тр}$ — сила трения (Н), μ — коэффициент трения (безразмерный), $F_{давл}$ — сила давления (Н).

Закон Гука

$$51)\ F_{упр} = -kx$$

Здесь $F_{упр}$ — сила упругости (Н), k — жесткость (Н/м), x — деформация (м).

Закон всемирного тяготения

$$52)\ F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Здесь F — сила тяготения (Н), $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2 — гравитационная постоянная, m_1 и m_2 — массы притягивающихся друг к другу материальных точек (кг), r — расстояние между этими точками (м).

Вес тела в покое или движущегося по вертикали равномерно и прямолинейно

$$53)\ P = mg$$

Здесь P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2).

Вес тела, опускающегося с ускорением или поднимающегося с замедлением

$$54)\ P = m(g - a)$$

Здесь P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2).

Вес тела, поднимающегося с ускорением или опускающегося с замедлением

$$55)\ P = m(g + a)$$

Все величины те же, что и в формуле 54).

Перегрузка при подъеме с ускорением или спуске с замедлением

$$56)\ n = \frac{P}{mg}$$

Здесь n — перегрузка (безразмерная), P — вес (Н), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2).

Ускорение свободного падения на поверхности планеты

$$57)\ g = G\frac{M}{R^2}$$

Здесь g — ускорение свободного падения на поверхности планеты. Остальные величины те же, что и в формуле 52).

Ускорение свободного падения на высоте над поверхностью планеты

$$58)\ g = G\frac{M}{(R+H)^2}$$

Здесь H — высота над поверхностью планеты. Остальные величины те же, что и в формуле 52).

Формула плотности

$$59)\ \rho = \frac{m}{V}$$

Здесь ρ — плотность (кг/м^3), m — масса (кг), V — объем (м^3).

Формула механической работы

$$60)\ A = F\,S\cos\alpha$$

Здесь A — работа (Дж), F — модуль силы (Н), S — модуль перемещения (м), α — угол между векторами силы и перемещения (рад).

Работа, потенциальная энергия при упругой деформации

$$61)\ A = \frac{kx^2}{2}$$

$$62)\ E_p = \frac{kx^2}{2}$$

Здесь A — работа (Дж), k — жесткость (Н/м), x — деформация (м). E_p — потенциальная энергия (Дж).

Коэффициент полезного действия (КПД) механизма

$$63)\ \eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{затр}}} \cdot 100\%$$

Здесь η — КПД механизма (в частях или %), $A_{\text{пол}}$ — полезная работа (Дж), $A_{\text{затр}}$ — затраченная работа (Дж).

Формулы мощности

$$64)\ N = \frac{A}{t}$$

$$65)\ N = Fv\cos\alpha$$

Здесь N — мощность (Вт), A — работа (Дж), t — время (с), F — сила (Н), v — скорость (м/с), α — угол между векторами силы и скорости (рад).

Формула импульса тела

$$66)\ p = mv$$

Здесь p — импульс тела (кг · м/с), m — его масса (кг), v — скорость тела (м/с).

Формула импульса силы

$$67)\ F\Delta t = \Delta p$$

Здесь $F\Delta t$ — импульс силы, действовавшей на тело в течение времени t (Н · с), Δp — изменение импульса тела (кг · м/с).

Формула кинетической энергии

$$68)\ E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Здесь E_k — кинетическая энергия (Дж), m — масса (кг), v — скорость (м/с).

Формула потенциальной энергии тела, поднятого на высоту

$$69)\ E_p = mgh$$

Здесь E_p — потенциальная энергия (Дж), m — масса (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h — высота (м).

Формула полной механической энергии

$$70)\ E = E_p + E_k$$

Здесь E — полная механическая энергия (Дж), E_p — потенциальная энергия, E_k — кинетическая энергия.

Теорема об изменении кинетической энергии

$$71)\ A = \Delta E_k$$

$$72)\ A = E_{k2} - E_{k1}$$

Здесь A — работа (Дж), $\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$ — изменение кинетической энергии тела, совершившего работу (Дж).

Теорема об изменении потенциальной энергии

$$73)\ A = -\Delta E_p = -(E_{p2} - E_{p1})$$

Здесь A — работа (Дж), $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$ — изменение потенциальной энергии тела, совершившего работу (Дж).

Момент силы

$$74)\ M = F\,l$$

Здесь M — момент силы (Н · м = Дж), F — сила, вращающая тело (Н), l — плечо этой силы (м).

Формула давления

$$75)\ p = \frac{F_{давл}}{S}$$

Здесь p — давление (Па), $F_{давл}$ — сила давления (Н), S — площадь опоры (м^2).

Давление столба жидкости

$$76)\ p = \rho g h$$

Здесь p — давление (Па), ρ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h — высота столба жидкости (м).

Формула гидравлического пресса

$$77)\ \frac{F_2}{F_1}=\frac{S_2}{S_1}$$

Здесь F_1 — сила, действующая на меньший поршень (Н), S_1 — площадь меньшего поршня (м^2), F_2 — сила, действующая на больший поршень (Н), S_2 — площадь большего поршня (м^2).

Формула выталкивающей (Архимедовой) силы

$$78)\ F_{\text{выт}}=\rho_{ж}gV_{\text{т}}$$

Здесь $F_{\text{выт}}$ — выталкивающая сила (Н), $\rho_{ж}$ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), $V_{\text{т}}$ — объем тела, погруженного в жидкость (м^3).

Уравнение неразрывности струи (теорема Эйлера)

$$79)\ v_1S_1=v_2S_2$$

Здесь v_1 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_1 (м^2), v_2 — скорость жидкости (м/с) в сечении площадью S_2 (м^2).

Уравнение Бернулли

$$80)\ \rho gh_1+\frac{\rho v_1^2}{2}+p_1=\rho gh_2+\frac{\rho v_2^2}{2}+p_2$$

Здесь ρ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), h_1 и h_2 — высоты элемента жидкости над землей (м), v_1 и v_2 — скорости на этих высотах (м/с), p_1 и p_2 — давления в жидкости на этих высотах (Па).

Формула концентрации молекул

$$81)\ n=\frac{N}{V}$$

Здесь n — концентрация (м$^{-3}$), N — количество молекул (безразмерное), V — объем (м^3).

Формула относительной молекулярной массы

$$82)\ M_r=\frac{m_0}{\frac{1}{12}m_C}$$

Здесь M_r — относительная молекулярная масса (безразмерная), m_0 — масса одной молекулы (кг), m_C — масса атома углерода (кг).

Формула количества вещества (количества молей)

$$83)\ \nu = \frac{m}{M}$$

Здесь ν — количество вещества (количество молей) (моль), m — масса вещества (кг), M — молярная масса (кг/моль).

Формулы массы одной молекулы

$$84)\ m_0 = \frac{m}{N}$$

$$85)\ m_0 = \frac{M}{N_A}$$

$$86)\ m_0 = \frac{\rho}{n}$$

Здесь m_0 — масса одной молекулы (кг), m — масса вещества (кг), N — количество молекул (безразмерное), M — молярная масса (кг/моль), $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ — число Авогадро, ρ — плотность вещества (кг/м^3), n — концентрация молекул (м$^{-3}$).

Формулы количества молекул

$$87)\ N = nV$$

$$88)\ N = \nu N_A$$

$$89)\ N = \frac{m}{m_0}$$

Здесь N — количество молекул (безразмерное), n — концентрация молекул (м$^{-3}$), V — объем (м^3), ν — количество вещества (количество молей) (моль), N_A — число Авогадро (моль$^{-1}$), m — масса вещества (кг), m_0 — масса одной молекулы.

Формулы средней квадратичной скорости молекул

$$90)\ \overline{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$91)\ \overline{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

$$92)\ k = \frac{R}{N_A}$$

Здесь $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, $\overline{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с), $R = 8{,}31$ Дж/(моль · К) — молярная газовая постоянная, T — абсолютная температура (К), M — молярная масса (кг/моль), m_0 — масса одной молекулы (кг).

Формула объема моля

$$93)\ V_{моль} = \frac{M}{\rho}$$

Здесь $V_{\text{моль}}$ — объем одного моля (м^3/моль), M — молярная масса (кг/моль), ρ — плотность вещества (кг/м^3).

Основное уравнение кинетической теории идеального газа

$$94)\ p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{v}^2$$

т.к. $\quad 95)\ \overline{E}_k = \dfrac{m_0 \overline{v}^2}{2}, \quad$ то

$$96)\ p = \frac{2}{3} n \overline{E}_k$$

Здесь p — давление газа (Па), m_0 — масса одной молекулы (кг), n — концентрация молекул (м$^{-3}$), $\overline{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с), $\overline{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж).

Формула средней кинетической энергии молекул

$$97)\ \overline{E}_k = \frac{m_0 \overline{v}^2}{2}$$

Здесь $\overline{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж), m_0 — масса одной молекулы (кг), $\overline{v}$ — средняя квадратичная скорость молекул (м/с).

Связь шкал Цельсия и Кельвина

$$98)\ T = t + 273^0$$

Здесь T — абсолютная температура (К), t — температура по шкале Цельсия.

Связь средней кинетической энергии молекул идеального газа с абсолютной температурой

$$99)\ \bar{E}_k = \frac{3}{2}kT$$

Здесь $\bar{E}_k$ — средняя кинетическая энергия молекул (Дж), k — постоянная Больцмана (Дж/К), T — абсолютная температура (К).

Уравнение состояния идеального газа — уравнение Клапейрона — Менделеева

$$100)\ pV = \frac{m}{M}RT$$

$$101)\ pV = \nu RT$$

$$102)\ pV_{моль} = RT$$

Здесь p — давление газа (Па), V — объем (м^3), m — масса газа (кг), M — молярная масса (кг/моль), R — молярная газовая постоянная (Дж/(моль · К), T — абсолютная температура (К), ν — количество вещества (количество молей) (моль), $V_{моль}$ — объем моля (м^3/моль).

Объединенный газовый закон — уравнение Клапейрона

при $m = const$

$$103)\ \frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

Здесь p_1, V_1, T_1 — давление (Па), объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, p_2, V_2, T_2 — давление (Па), объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Закон Бойля — Мариотта (изотермический процесс)

при $T = const$ и $m = const$

$$104)\ p_1V_1 = p_2V_2$$

Здесь T — абсолютная температура газа, m — масса газа (кг), p_1 и V_1 — давление (Па) и объем газа (м^3) в первом состоянии, p_2 и V_2 — давление (Па) и объем (м^3) газа во втором состоянии.

Закон Гей-Люссака (изобарный процесс)

при $p = const$ и $m = const$

$$105)\ \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Здесь p — давление газа (Па), m — масса газа (кг), V_1 и T_1 — объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, V_2 и T_2 — объем (м^3) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Закон Шарля

при $V = const$ и $m = const$

$$106)\ \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Здесь V — объем газа (м^3), m — масса газа (кг), p_1 и T_1 — давление (Па) и абсолютная температура (К) газа в первом состоянии, p_2 и T_2– давление (Па) и абсолютная температура (К) газа во втором состоянии.

Связь давления идеального газа с концентрацией его молекул и температурой

$$107)\ p = nkT$$

Здесь p — давление газа (Па), k — постоянная Больцмана (Дж/К), n — концентрация молекул газа (м$^{-3}$), T — абсолютная температура, К.

Формулы относительной влажности

$$108)\ \varphi = \frac{\rho}{\rho_{нас}} \cdot 100\%$$

$$109)\ \varphi = \frac{p}{p_{нас}} \cdot 100\%$$

Здесь φ — относительная влажность (безразмерная или в %), ρ — плотность водяного пара в воздухе при данной температуре (кг/м^3), $\rho_{нас}$ — плотность насыщенного водяного пара при той же температуре (кг/м^3), p — давление водяного пара в воздухе при данной температуре (Па), $p_{нас}$ — давление насыщенного водяного пара в воздухе при той же температуре (Па).

Поверхностное натяжение жидкости (коэффициент поверхностного натяжения)

$$110)\ \sigma = \frac{F_{пов.нат}}{l}$$

$$111)\ \sigma = \frac{E_{пов}}{S}$$

Здесь σ — поверхностное натяжение жидкости (Н/м), $F_{пов.нат.}$ — сила поверхностного натяжения (Н), l — длина периметра, ограничивающего поверхность жидкости (м), $E_{пов}$ — поверхностная энергия (Дж), S — площадь поверхности жидкости (м^2).

Высота подъема жидкости в капилляре

$$112)\ h = \frac{2\sigma}{\rho g R}$$

Здесь h — высота подъема жидкости в капилляре (м), σ — поверхностное натяжение жидкости (Н/м), ρ — плотность жидкости (кг/м^3), g — ускорение свободного падения (м/с^2), R — радиус капилляра (м).

Работа при изобарном изменении объема газа

$$113)\ A = p\Delta V$$

$$114)\ A = p(V_2 - V_1)$$

Здесь A — работа (Дж), p — давление газа (Па), ΔV — изменение объема газа (м^3), V_1 и V_2 — соответственно начальный и конечный объемы газа (м^3).

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа

$$115)\ U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$$

$$116)\ U = \frac{3}{2}\nu RT$$

$$117)\ \Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$$

Здесь U — внутренняя энергия газа (Дж), m — масса газа (кг), M — молярная масса газа (кг/моль), R — молярная газовая постоянная (Дж/(моль · К), T — абсолютная температура (К), ν — количество вещества или число молей (моль), ΔU — изменение внутренней энергии (Дж), ΔT — изменение температуры (К).

Первый закон термодинамики

$$118)\ Q = \Delta U + A$$

Здесь Q — количество теплоты, переданное термодинамической системе (Дж), ΔU — изменение внутренней энергии системы (Дж), A — работа против внешних сил (Дж).

Формулы количества теплоты при нагревании или охлаждении тел

$$119)\ Q = cm\Delta t = cm(t_2 - t_1)$$

$$120)\ Q = cm\Delta T = cm(T_2 - T_1)$$

$$121)\ Q = C\Delta t = C(t_2 - t_1)$$

$$122)\ Q = C\Delta T = C(T_2 - T_1)$$

Здесь Q — количество теплоты, переданное телу при нагревании или отданное им при охлаждении (Дж), c — удельная теплоемкость вещества (Дж/(кг · К), m — масса тела (кг), Δt — изменение температуры тела по шкале Цельсия, t_1 и t_2 — температуры тела в начале и в конце процесса передачи теплоты по шкале Цельсия, ΔT — изменение абсолютной температуры тела (К), T_1 и T_2 — абсолютные температуры тела в начале и в конце процесса передачи теплоты (К), $C = cm$ — теплоемкость тела (Дж/К).

Формула количества теплоты при плавлении или кристаллизации

$$123)\ Q = m\lambda$$

Здесь Q — количество теплоты (Дж), m — масса тела (кг), λ — удельная теплота плавления вещества (Дж/кг).

Формула количества теплоты при парообразовании или конденсации

$$124)\ Q = mr$$

Здесь Q — количество теплоты (Дж), m — масса тела (кг), r — удельная теплота парообразования (Дж/кг).

Формула количества теплоты при сгорании топлива

$$125)\ Q = mq$$

Здесь Q — количество выделившейся теплоты, m — масса топлива (кг), q — удельная теплота сгорания (Дж/кг).

Коэффициент полезного действия теплового двигателя

$$126)\ \eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\%$$

$$127)\ \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \cdot 100\%$$

Здесь η — коэффициент полезного действия (безразмерный или в %), $A = Q_1 - Q_2$ — работа, совершенная двигателем (Дж), Q_1 — количество теплоты, полученное рабочим веществом от нагревателя (Дж), Q_2 — количество теплоты, отданное рабочим веществом холодильнику (Дж).

Коэффициент полезного действия идеального теплового двигателя

$$128)\ \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$$

Здесь η — коэффициент полезного действия идеального теплового двигателя (безразмерный или в %), T_1 — абсолютная температура нагревателя (К), T_2 — абсолютная температура холодильника (К).

Линейное расширение твердых тел при нагревании

$$129)\ l = l_0 (1 + \alpha t)$$

Здесь l — длина тела (или иной линейный размер) при температуре t ^{0}C (м), l_0 — длина при 0 ^{0}C (м), α — температурный (термический) коэффициент линейного расширения вещества ($К^{-1}$).

Объемное расширение твердых и жидких тел при нагревании

$$130)\ V = V_0 (1 + \beta t)$$

Здесь V — объем тела при температуре t ^{0}C ($м^3$), V_0 — его объем при 0 ^{0}C ($м^3$), β — температурный (термический) коэффициент объемного расширения вещества ($К^{-1}$).

Для твердых веществ $\qquad \beta = 3\alpha$.

Кратность электрического заряда

$$131)\ q = Ne$$

Здесь q — заряд (Кл), N — число нескомпенсированных элементарных зарядов в заряде q (безразмерное), e =1,6 · 10^{-19} Кл — элементарный заряд (Кл).

Поверхностная плотность заряда

$$132)\ \sigma = \frac{q}{S}$$

Здесь σ — поверхностная плотность заряда (Кл/м^2), q — заряд на поверхности (Кл), S — площадь этой поверхности (м^2).

Закон Кулона

$$133)\ F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$$

Здесь F — сила взаимодействия точечных зарядов (Н), $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ Н $\cdot$ м^2/Кл^2 — коэффициент пропорциональности, q_1 и q_2 — модули взаимодействующих зарядов (Кл), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная, r — расстояние между зарядами (м).

Формула напряженности

$$134)\ E = \frac{F}{q}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (Н/Кл или В/м), F — сила, действующая на заряд (Н), q — заряд (Кл).

Напряженность поля точечного заряда

$$135)\ E = k\frac{q}{\varepsilon r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$$

Здесь E — напряженность поля (Н/Кл или В/м), k — коэффициент пропорциональности (Н $\cdot$ м^2/Кл^2), q — модуль заряда (Кл), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), r — расстояние от точки с напряженностью E до заряда q (м).

Напряженность поля бесконечной равномерно заряженной плоскости

$$136)\ E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 \varepsilon}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (В/м), σ — поверхностная плотность зарядов на плоскости (Кл/м^2), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная).

Напряженность поля двух разноименно и равномерно заряженных плоскостей с одинаковой поверхностной плотностью зарядов (напряженность поля плоского конденсатора)

$$138)\ E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

Все величины те же, что и в предыдущей формуле

Работа перемещения заряда в однородном электрическом поле

$$139)\ A=Eqd$$

Здесь A — работа перемещения заряда (Дж), E — напряженность однородного поля (Н/Кл или В/м), q — перемещаемый заряд (Кл), d — проекция перемещения на силовую линию однородного поля (м).

Потенциал электрического поля

$$140)\ \varphi=\frac{W_p}{q}$$

Здесь φ — потенциал электрического поля (В), W_p — потенциальная энергия заряда (Дж), q — заряд, обладающий этой энергией в электрическом поле (Кл).

Потенциал поля точечного заряда

$$141)\ \varphi=k\frac{q}{\varepsilon r}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$$

Все величины те же, что и в формуле 135).

Разность потенциалов

$$142)\ \varphi_1-\varphi_2=\Delta\varphi=U=\frac{A}{q}$$

Здесь $\varphi_1-\varphi_2=\Delta\varphi$ — разность потенциалов между двумя точками поля (В), U — напряжение (В), A — работа перемещения заряда между этими точками (Дж), q — перемещаемый заряд (Кл).

Связь напряженности с разностью потенциалов в однородном электрическом поле

$$143)\ E=\frac{\varphi_1-\varphi_2}{d}$$

$$144)\ E = \frac{U}{d}$$

Здесь E — напряженность электрического поля (Н/Кл или В/м), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между двумя точками поля (В), U — напряжение между этими точками (В), d — проекция расстояния между этими точками на силовую линию поля (м).

Электроемкость проводника

$$145)\ C = \frac{q}{\varphi}$$

Здесь C — емкость проводника (Ф), q — заряд проводника (Кл), φ — его потенциал (В).

Емкость сферического проводника

$$146)\ C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$$

Здесь C — емкость сферического проводника (Ф), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), R — радиус сферы (м).

Емкость конденсатора

$$147)\ C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

$$148)\ C = \frac{q}{U}$$

Здесь C — емкость конденсатора (Ф), q — его заряд (Кл), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов между его обкладками (В), U — напряжение между обкладками (В).

Емкость плоского конденсатора

$$149)\ C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$$

Здесь C — емкость плоского конденсатора (Ф), ε_0 — электрическая постоянная (Ф/м), ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды (безразмерная), S — площадь обкладок конденсатора (м^2), d — расстояние между обкладками (м).

Последовательное соединение конденсаторов

Заряд q — одинаков на всех конденсаторах

$$150)\ U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_N$$

$$151)\ \frac{1}{C_{общ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots + \frac{1}{C_N}$$

Если все конденсаторы имеют одинаковую емкость C, то

$$152)\ C_{общ} = \frac{C}{N}$$

$$153)\ U_{общ} = NU$$

Здесь q — заряд конденсаторов (Кл), $U_{общ}$ — общее напряжение на батарее конденсаторов (В), U_1, U_2, U_3, ... U_N — напряжения на отдельных конденсаторах (В), N — число конденсаторов (безразмерное), $C_{общ}$ — общая емкость батареи конденсаторов (Ф), C_1, C_2, C_3, ... , C_N — емкости отдельных конденсаторов (Ф).

Параллельное соединение конденсаторов

Напряжение U — одинаково на всех конденсаторах

$$154)\ q_{общ} = q_1 + q_2 + q_3 + ... + q_N$$

$$155)\ C_{общ} = C_1 + C_2 + C_3 + ... + C_N$$

Если все конденсаторы имеют одинаковую емкость C, то

$$156)\ C_{общ} = NC$$

$$157)\ q_{общ} = qN$$

Здесь U — напряжение на конденсаторах (В), $q_{общ}$ — общий заряд батареи конденсаторов (Кл), q_1, q_2, q_3, ... , q_N — заряды отдельных конденсаторов (Кл), N — число конденсаторов (безразмерное), $C_{общ}$ — емкость батареи конденсаторов (Ф), C_1, C_2, C_3, ... , C_N — емкости отдельных конденсаторов (Ф).

Формулы энергии электрического поля проводника

$$158)\ W_{эл} = \frac{C\varphi^2}{2}$$

$$159)\ W_{эл} = \frac{q^2}{2C}$$

$$160)\ W_{эл} = \frac{q\varphi}{2}$$

Здесь $W_{эл}$ — энергия электрического поля (Дж), C — емкость проводника (Ф), φ — потенциал проводника (В), q — заряд проводника (Кл).

Формулы энергии электрического поля конденсатора

$$161)\ W_{эл} = \frac{CU^2}{2}$$

$$162)\ W_{эл} = \frac{q^2}{2C}$$

$$163)\ W_{эл} = \frac{qU}{2}$$

Здесь $W_{эл}$ — энергия электрического поля конденсатора (Дж), C — емкость конденсатора (Ф), q — заряд на его обкладках (Кл), U — напряжение на обкладках конденсатора (В).

Формула энергии системы точечных зарядов

$$164)\ W_{эл} = \frac{1}{2}\left(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2 + \ldots + q_N\varphi_N\right)$$

Здесь $W_{эл}$ — энергия системы N точечных зарядов, q_1 , q_2 , q_3 , ... , q_N — заряды, входящие в систему, φ_1 , φ_2 , φ_3 , ... , φ_N — потенциалы полей, созданных в точке, где находится один из зарядов, остальными зарядами системы.

Формулы силы тока

$$165)\ I = \frac{q}{t}$$

$$166)\ I = nevS$$

Здесь I — сила постоянного тока (А), q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника (Кл), t — время прохождения заряда (с), n — концентрация свободных электронов (м$^{-3}$), e — модуль заряда электрона (Кл), v — скорость упрядоченного движения электронов по проводнику (м/с), S — площадь поперечного сечения проводника (м^2).

Формулы плотности тока

$$167)\ j = \frac{I}{S}$$

$$168)\ j = nev$$

Здесь j — плотность тока (А/м^2), I — сила тока (А), S — площадь поперечного сечения проводника (м^2), n — концентрация свободных электронов в проводнике (м$^{-3}$), e — модуль заряда электрона (Кл), v — скорость упорядоченного движения свободных электронов (м/с).

Формула сопротивления проводника

$$169)\ R = \rho\frac{l}{S}$$

Здесь R — сопротивление проводника (Ом), ρ — удельное сопротивление (Ом · м), l — длина проводника (м), S — площадь поперечного сечения проводника (м^2).

Зависимость сопротивления металлического проводника от температуры

$$170)\ R = R_0(1 + \alpha t)$$

$$171)\ R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$$

Здесь R — сопротивление проводника при температуре t ^{0}С (Ом), R_0 — сопротивление проводника при 0 ^{0}С (Ом), α — температурный коэффициент сопротивления (К$^{-1}$), t — температура по шкале Цельсия, $\Delta T = T - 273$ — изменение абсолютной температуры проводника при нагревании от 0 ^{0}С = 273 К до абсолютной температуры T (К).

Закон Ома для однородного участка цепи

$$172)\ I = \frac{U}{R}$$

Здесь I — сила тока (А), U — напряжение (В), R — сопротивление участка (Ом).

Закон Ома для неоднородного участка цепи

$$173)\ I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R}$$

Здесь I — сила тока (А), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах участка (В), $\mathcal{E}$ — ЭДС, действующая в участке (В), R — сопротивление участка (Ом).

Формула ЭДС

$$174)\ \mathcal{E} = \frac{A_{\text{стор.сил}}}{q}$$

Здесь $\mathcal{E}$ — ЭДС (В), $A_{\text{стор.сил}}$ — работа сторонних сил (Дж), q — перемещаемый заряд (Кл).

Закон Ома для всей цепи

$$175)\ I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

в случае соединенных последовательно одинаковых источников тока

$$176)\ I = \frac{\mathcal{E}N}{R + rN}$$

в случае соединенных параллельно одинаковых источников тока

$$177)\ I = \frac{\mathcal{E}}{R + \frac{r}{N}}$$

Здесь I — сила тока в цепи (А), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), R — сопротивление внешней части цепи (Ом), r — внутреннее сопротивление или сопротивление источника тока (Ом), N — количество одинаковых источников тока (безразмерное).

Сила тока короткого замыкания

при $R = 0$

$$178)\ I = \frac{\mathcal{E}}{r}$$

Все величины названы в предыдущей формуле.

Расчет сопротивления шунта к амперметру

$$179)\ R_{\text{ш}} = \frac{R_{\text{A}}}{N - 1}$$

Здесь $R_{\text{ш}}$ — сопротивление шунта (Ом), R_{A} — сопротивление амперметра (Ом), $N = \frac{I}{I_A}$ — число, показывающее, во сколько раз измеряемая амперметром сила тока I больше силы тока I_{A}, на которую он рассчитан (безразмерное число).

Расчет добавочного сопротивления к вольтметру

$$180)\ R_{д.с.} = R_В (N-1)$$

Здесь $R_{д.с.}$ — добавочное сопротивление (Ом), $R_В$ — сопротивление вольтметра (Ом), $N = \frac{U}{U_В}$ — число, показывающее, во сколько раз измеряемое напряжение U больше напряжения $U_В$, на которое рассчитан вольтметр (безразмерное число).

Последовательное соединение проводников

Сила тока I — одинакова во всех проводниках

$$181)\ U_{общ} = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_N$$

$$182)\ R_{общ} = R_1 + R_2 + R_3 + ... R_N$$

если все проводники имеют одинаковое сопротивление, то

$$183)\ R_{общ} = NR$$

$$184)\ U_{общ} = NU$$

185) $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$ — для двух последовательных проводников

Здесь I — сила тока (А), $U_{общ}$ — общее напряжение на всех последовательно соединенных проводниках (В), U_1, U_2, U_3, ... , U_N — напряжения на отдельных проводниках (В), $R_{общ}$ — общее сопротивление всех последовательно соединенных проводников (Ом), R_1, R_2 , R_3 , ... , R_N — сопротивления отдельных проводников (Ом), N — количество одинаковых проводников (безразмерное).

Параллельное соединение проводников

U — одинаково на всех проводниках

$$186)\ I_{общ} = I_1 + I_2 + I_3 + ... + I_N$$

$$187)\ \frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_N}$$

если все проводники имеют одинаковое сопротивление, то

$$188)\ R_{общ} = \frac{R}{N}$$

$$189)\ I_{общ} = NI$$

190) $R_{общ} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ — общее сопротивление двух параллельных проводников

191) $R_{общ} = \dfrac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$ — общее сопротивление трех параллельных проводников и т. п.

192) $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{R_2}{R_1}$ — для двух параллельных проводников

Здесь U — напряжение на проводниках (В), $I_{общ}$ — сила тока в неразветвленном участке цепи (А), I_1, I_2, I_3, ... , I_N — сила тока в отдельных проводниках (А), $R_{общ}$ — общее сопротивление параллельных проводников (Ом), R_1, R_2, R_3, ... , R_N — сопротивления отдельных проводников (Ом), N — количество одинаковых проводников (безразмерное).

Работа тока

193) $A = UI\,t$

194) $A = q\,(\varphi_1 - \varphi_2) = qU$

195) $A = I^2 R\,t$

196) $A = \dfrac{U^2}{R} t$

197) $A = \mathcal{E} I\,t$

198) $A = P\,t$

Здесь A — работа тока (Дж), U — напряжение на участке цепи (В), I — сила тока в цепи (А), t — время прохождения тока (с), q — прошедший по цепи заряд (Кл), $\varphi_1 - \varphi_2$ — разность потенциалов на концах участка цепи (В), R — сопротивление участка цепи (Ом), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), P — мощность тока (Вт).

Мощность тока

199) $P = UI$

200) $P = I^2 R$

201) $P = \dfrac{U^2}{R}$

$$202)\ P = \mathcal{E} I$$

$$203)\ P = \frac{A}{t}$$

Здесь P — мощность тока (Вт), U — напряжение (В), I — сила тока (А), R — сопротивление (Ом), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В), A — работа тока (Дж), t — время (с).

Закон Джоуля-Ленца

$$204)\ Q = I^2Rt$$

$$205)\ Q = \frac{U^2}{R}t$$

Коэффициент полезного действия (КПД) электрической цепи

$$206)\ \eta = \frac{U}{\mathcal{E}} \cdot 100\%$$

$$207)\ \eta = \frac{R}{R+r} \cdot 100\%$$

Здесь η — КПД электрической цепи (% или безразмерный), U — напряжение на внешнем участке цепи (В), R — сопротивление внешнего участка цепи (Ом), r — внутреннее сопротивление или сопротивление источника тока (Ом), $\mathcal{E}$ — ЭДС источника тока (В).

Закон Фарадея для электролиза

$$208)\ m = kq$$

$$209)\ m = kIt$$

$$210)\ m = \frac{1}{F}\frac{M}{n}It$$

Здесь m — масса вещества, выделившегося на электроде (кг), k — электрохимический эквивалент этого вещества (кг/Кл), q — заряд, прошедший через электролит (Кл), I — сила тока в электрохимической ванне (А), t — время электролиза (с), F — число Фарадея (Кл/моль) M — молярная масса выделившегося вещества (кг/моль), n — валентность этого вещества (безразмерная).

Формулы индукции магнитного поля

$$211)\ B = \frac{M_{max}}{I \cdot S}$$

$$212)\ B = \frac{F_{max}}{I \cdot l}$$

Здесь B — индукция магнитного поля (Тл), M_{max} — максимальный момент сил, вращающих контур с током в магнитном поле (Н · м), I — сила тока в контуре (А), S — площадь контура (м^2), F_{max} — максимальная сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле (Н), l — длина проводника в магнитном поле (м).

Формула силы Ампера

$$213)\ F_А = BI\,l\,sin\,\alpha$$

Здесь $F_А$ — сила Ампера, действующая на проводник с током в магнитном поле (Н), B — индукция магнитного поля (Тл), I — сила тока в проводнике (А), l — длина проводника в магнитном поле (м), α — угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции (рад).

Формула момента сил, вращающих контур с током в магнитном поле

$$214)\ M = BI\,S\,sin\,\alpha$$

Здесь M — момент сил, вращающих контур с током в магнитном поле (Н · м), B — индукция магнитного поля (Тл), I — сила тока в контуре (А), S — площадь контура (м^2), α — угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции (рад).

Формула силы Лоренца, действующей на заряд, движущийся в магнитном поле

$$215)\ F_Л = Bqv\sin\alpha$$

Здесь $F_Л$ — сила Лоренца, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле (Н), B — индукция магнитного поля (Тл), q — заряд (Кл), v — скорость заряда (м/с), α — угол между векторами магнитной индукции и скорости (рад).

Формула магнитного потока

$$216)\ \Phi = BS\cos\alpha$$

$$217)\ \Phi = LI$$

Здесь Φ — магнитный поток сквозь поверхность (Вб), S — площадь поверхности (м^2), α — угол между нормалью к поверхности и вектором магнитной индукции (рад), L — индуктивность контура (Гн), I — сила тока в контуре (А).

Формула ЭДС электромагнитной индукции

$$218)\ \mathcal{E}_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}N$$

$$219)\ \mathcal{E}_i = -\Phi' N$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции в контуре (В), $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ — скорость изменения магнитного потока, пересекающего контур (Вб/с), N — число витков в контуре (безразмерное), Φ' — первая производная магнитного потока по времени (Вб/с).

Формула ЭДС индукции в проводнике, движущемся поступательно в магнитном поле

$$220)\ \mathcal{E}_i = Bvl\sin\alpha$$

$$221)\ \mathcal{E}_{i\max} = Bvl$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции в проводнике (В), B — индукция магнитного поля (Тл), v — скорость проводника в магнитном поле (м/с), l — длина проводника в магнитном поле (м), α — угол между векторами скорости и магнитной индукции (рад), $\mathcal{E}_{i\max}$ — максимальная ЭДС индукции, когда проводник движется перпендикулярно линиям магнитной индукции.

Формула ЭДС индукции в контуре, вращающемся в магнитном поле

$$222)\ \mathcal{E}_i = B\omega SN\sin\alpha$$

$$223)\ \mathcal{E}_{i\max} = B\omega SN$$

Здесь $\mathcal{E}_i$ — ЭДС индукции во вращающемся контуре (В), B — индукция магнитного поля (Тл), ω — угловая скорость вращения (рад/с), S — площадь контура, N — число витков в контуре (безразмерное), α — угол между вектором индукции и нормалью к плоскости контура, $\mathcal{E}_{i\,max}$ — максимальная ЭДС индукции, когда угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции равен 90^0, т.е. когда плоскость контура параллельна линиям магнитной индукции.

Формула ЭДС самоиндукции

$$224)\ \mathcal{E}_S = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$225)\ \mathcal{E}_S = -LI'$$

Здесь $\mathcal{E}_S$ — ЭДС самоиндукции в контуре (В), L — индуктивность контура (Гн), $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ — скорость изменения силы тока в контуре (А/с).

Формула магнитной проницаемости магнетика

$$226)\ \mu = \frac{B}{B_0}$$

Здесь μ — магнитная проницаемость магнетика (безразмерная), B — индукция магнитного поля в магнетике (Тл), B_0 — индукция магнитного поля в вакууме (Тл).

Формула энергии магнитного поля

$$227)\ W_\text{м} = \frac{LI^2}{2}$$

Здесь $W_\text{м}$ — энергия магнитного поля (Дж), L — индуктивность контура (Гн), I — сила тока в контуре (А).

Уравнения гармонических колебаний маятника

$$228)\ x = A\cos\alpha$$

$$229)\ x = A\cos(\omega t + \alpha_0)$$

$$230)\ x = A\sin\alpha$$

$$231)\ x = A\sin(\omega t + \alpha_0)$$

Здесь x — смещение маятника (м), A — амплитуда колебаний (м), α — фаза (рад), ω — циклическая (угловая) частота (рад/с), t — время колебаний (с), α_0 — начальная фаза (рад).

Формула фазы колебаний

$$232)\ \alpha = \omega t + \alpha_0$$

Здесь α — фаза (рад), ω — циклическая частота (рад/с), t — время (с), α_0 — начальная фаза (рад).

Формулы циклической частоты

$$233)\ \omega = 2\pi\nu$$

$$234)\ \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$235)\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$236)\ \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Здесь ω — циклическая частота (рад/с), ν — частота колебаний (Гц), T — период (с), k — жесткость пружинного маятника (Н/м), m — масса маятника (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), l — длина математического маятника (м).

Формулы периода колебаний

$$237)\ T = \frac{t}{N}$$

$$238)\ T = \frac{1}{\nu}$$

$$239)\ T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$240)\ T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Здесь T — период (с), t — время колебаний (с), N — число колебаний за это время (безразмерное), ν — частота колебаний (Гц). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формулы частоты колебаний

$$241)\ \nu = \frac{N}{t}$$

$$242)\ \nu = \frac{1}{T}$$

$$243)\ \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$244)\ \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Здесь ν — частота (Гц), N — число колебаний, T — период (с), $\pi \approx 3{,}14$ — число «пи», t — время колебаний (с), k — жесткость пружинного маятника (Н/м), m — масса маятника (кг), g — ускорение свободного падения (м/с^2), l — длина математического маятника.

Формулы скорости гармонических колебаний

$$245)\ v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \alpha_0)$$

$$246)\ v_{max} = \omega A$$

Здесь v — мгновенная скорость (м/с), x' — первая производная смещения по времени (м/с), ω — циклическая частота (рад/с), A — амплитуда колебаний (м), α_0 — начальная фаза (рад), v_{max} — максимальная скорость колебаний (м/с).

Формулы ускорения при гармонических колебаниях

$$247)\ a = v' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \alpha_0)$$

$$248)\ a_{max} = \omega^2 A$$

Здесь a — мгновенное ускорение (м/с^2), v' — первая производная скорости по времени (м/с^2), a_{max} — максимальное ускорение (м/с^2). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формулы длины волны

$$249)\ \lambda = vT$$

$$250)\ \lambda = \frac{v}{\nu}$$

Здесь λ — длина волны (м), v — скорость волны (м/с), T — период (с), ν — частота (Гц).

Условия максимума и минимума при интерференции волн

$$max\text{: } 251)\ \Delta r = 2k\frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$min\text{: } 252)\ \Delta r = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

Здесь Δr — разность хода волн (м), $k = 0; 1; 2; 3; \ldots$ — целое число (безразмерное), λ — длина волны (м).

Уравнения электромагнитных колебаний заряда, силы тока, напряжения и ЭДС

$$253)\ q = q_m \cos(\omega t + \alpha_0)$$

$$254)\ i = I_m \sin(\omega t + \alpha_0)$$

$$255)\ u = U_m \cos(\omega t + \alpha_0)$$

$$256)\ e = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \alpha_0)$$

$$257)\ \mathcal{E}_m = B\omega S$$

$$258)\ U_m = \frac{q_m}{C}$$

Здесь q — мгновенный заряд (Кл), q_m — максимальный заряд (Кл), ω — циклическая частота колебаний (рад/с), t — время колебаний (с), α_0 — начальная фаза (рад), i — мгновенная сила тока (А), I_m — максимальная сила тока (А), u — мгновенное напряжение (В), U_m — максимальное напряжение (В), e — мгновенная ЭДС (В), $\mathcal{E}_m$ — максимальная ЭДС (В), S — площадь вращающегося контура (м^2), C — емкость конденсатора (Ф).

Период, циклическая частота и частота свободных электромагнитных колебаний в колебательном контуре (формула Томсона)

$$259)\ T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$260)\ \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$261)\ \nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Здесь T — период колебаний (с), L — индуктивность катушки (Гн), C — емкость конденсатора (Ф), ω — циклическая частота колебаний (рад/с), ν — частота колебаний (Гц).

Формула силы переменного тока

262) $i = q'$

263) $I_m = \omega q_m$

Здесь i — мгновенная сила тока (А), q' — первая производная заряда по времени (А), I_m — максимальная сила тока (А), q_m — максимальный заряд (Кл).

Действующие значения переменного тока

264) $I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$

265) $U = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$

266) $\mathcal{E} = \dfrac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}}$

Здесь I — действующее значение силы переменного тока (А), I_m – максимальное значение силы тока (А), U — действующее значение напряжения (В), U_m — максимальное напряжение (В), $\mathcal{E}$ — действующая ЭДС (В), $\mathcal{E}_m$ — максимальная ЭДС (В).

Индуктивное, емкостное и полное сопротивления в цепи переменного тока

267) $X_L = \omega L$

268) $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$

269) $Z = \sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C\right)^2}$

Здесь X_L — индуктивное сопротивление (Ом), X_C — емкостное сопротивление (Ом), ω — циклическая частота переменного тока (рад/с), Z — полное сопротивление (Ом), R — активное сопротивление (Ом).

Закон Ома для полной цепи переменного тока

$$270)\ I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{Z}$$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U_m}{Z}$$

Здесь I — действующее значение силы переменного тока (А), U — действующее значение напряжения переменного тока (В), I_m — максимальная сила переменного тока (А), U_m — максимальное напряжение переменного тока (В). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Средняя мощность в цепи переменного тока

$$271)\ P = U\, I \cos\varphi$$

Здесь P — мощность переменного тока (Вт), U — его действующее напряжение (В), I — действующая сила тока (А), $\cos\varphi$ — коэффициент мощности переменного тока (безразмерный), φ — сдвиг фаз между током и напряжением (рад).

Коэффициент мощности переменного тока

$$272)\ \cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Здесь все величины названы в формулах 268)–269).

Коэффициент трансформации трансформатора

$$273)\ k = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Здесь k — коэффициент трансформации трансформатора (безразмерный), U_1 — напряжение на первичной обмотке (В), U_2 — напряжение на вторичной обмотке (В), N_1 — число витков в первичной обмотке (безразмерное), N_2 — число витков во вторичной обмотке (безразмерное).

Формулы длины электромагнитной волны в вакууме (воздухе)

$$274)\ \lambda = cT$$

$$275)\ \lambda = \frac{c}{\nu}$$

Здесь λ — длина волны (м), $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме, T — период колебаний (с), ν — частота колебаний (Гц).

Плотность потока электромагнитного излучения

$$276)\ I = \frac{\Delta W}{S\Delta t}$$

Здесь I — плотность потока электромагнитного излучения (Вт/м^2), ΔW — электромагнитная энергия, проходящая через некоторую поверхность (Дж), S — площадь этой поверхности (м^2), Δt — время прохождения энергии (с).

Закон отражения

$$277)\ \alpha = \beta$$

Здесь α — угол падения (рад), β (или γ) — угол отражения (рад).

Закон преломления

$$278)\ \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n_{21}$$

$$279)\ \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{v_1}{v_2}$$

Здесь α — угол падения (рад), γ (или β) — угол преломления (рад), n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой (безразмерный), v_1 — скорость света в первой среде (м/с), v_2 — скорость света во второй среде (м/с).

Физический смысл абсолютного показателя преломления

$$280)\ n = \frac{c}{v}$$

Здесь n — абсолютный показатель преломления (безразмерный), c — скорость света в вакууме (м/с), v — скорость света в прозрачной среде (м/с).

Физический смысл относительного показателя преломления

$$281)\ n_{21} = \frac{v_1}{v_2}$$

Здесь n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой, v_1 — скорость света в первой среде (м/с), v_2 — скорость света во второй среде.

Связь относительного показателя преломления двух сред с их абсолютными показателями преломления

$$282)\ n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$$

Здесь n_{21} — относительный показатель преломления сред (безразмерный), n_1 — абсолютный показатель преломления первой среды, n_2 — абсолютный показатель преломления второй среды.

Формула предельного угла полного отражения

$$283)\ \sin\alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}$$

$$284)\ \text{при } n_2 = 1\ \ \sin\alpha_0 = \frac{1}{n_1}$$

Здесь α_0 — предельный угол полного отражения (рад), n_1 – абсолютный показатель преломления первой среды (безразмерный), n_2 — абсолютный показатель преломления второй среды (безразмерный).

Формула линзы

$$285)\ \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \qquad \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = D$$

Здесь d — расстояние от предмета до линзы (м), f — расстояние от линзы до изображения (м), F — фокусное расстояние линзы (м), D — оптическая сила линзы (дптр).

Формула оптической силы линзы

$$286)\ D = \frac{1}{F}$$

Все величины названы в предыдущей формуле.

Линейное увеличение линзы

$$287)\ \Gamma = \frac{H}{h}$$

$$288)\ \Gamma = \frac{f}{d}$$

Здесь Γ — линейное увеличение линзы (безразмерное), H — линейный размер изображения (м), h — линейный размер предмета (м), d — расстояние от предмета до линзы (м), f — расстояние от линзы до изображения (м).

Линейное увеличение лупы

$$289)\ \Gamma = \frac{d_0}{F}$$

Здесь $d_0 = 25$ см — расстояние наилучшего зрения, F — фокусное расстояние лупы.

Условие максимума на дифракционной решетке

$$290)\ d\sin\varphi = k\lambda$$

Здесь d — период решетки (м), φ — угол дифракции (рад), k — порядок максимума (безразмерный), λ — длина световой волны (м).

Формула Планка

$$291)\ E_\gamma = h\nu$$

$$292)\ E_\gamma = \hbar\omega$$

$$293)\ \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Здесь E_γ — энергия порции излучения — фотона, или квант (Дж), $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с — постоянная Планка, ν — частота световой волны (Гц), $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с — постоянная Планка (с черточкой), ω — циклическая частота (рад/с).

Формула Эйнштейна для фотоэффекта

$$294)\ E_\gamma = A_{\text{вых}} + E_{\text{к}}$$

$$295)\ h\nu = A_{вых} + \frac{m_e v^2}{2}$$

Здесь E_γ — энергия фотона (Дж), $A_{вых}$ — работа выхода электрона из металла (Дж), $E_к$ — кинетическая энергия электрона (Дж), h — постоянная Планка (Дж • с), ν — частота световой волны (Гц), m_e — масса электрона (кг), v — скорость электрона (м/с).

Формула для расчета красной границы фотоэффекта

$$296)\ A_{вых} = h\nu_0$$

$$297)\ A_{вых} = h\frac{c}{\lambda_0}$$

Здесь $A_{вых}$ — работа выхода электрона из металла (Дж), h — постоянная Планка (Дж • с), c — скорость света в вакууме (м/с), ν_0 — красная граница фотоэффекта по частоте (Гц), λ_0 — красная граница фотоэффекта по длине волны (м).

Масса и импульс фотона

$$298)\ m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$$

$$299)\ p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Здесь m — масса фотона (кг), p — импульс фотона (кг • м/с), λ — длина волны (м), c — скорость света в вакууме (м/с). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Замедление времени при релятивистских скоростях

$$300)\ \tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Здесь τ_0 — интервал времени между событиями по часам неподвижного наблюдателя, расположенного в движущейся системе отсчета, например, по часам космонавтов в космическом корабле, (с), τ — интервал времени между этими же событиями по часам наблюдателя в неподвижной системе отсчета, например, по часам землян, (с), v — скорость движущейся системы отсчета — космического корабля (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Релятивистское сокращение длины

$$301)\ l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Здесь l_0 — длина тела, измеренная неподвижным наблюдателем, находящимся в движущейся системе отсчета, например, космонавтом в космическом корабле, (м), l — длина этого же тела, измеренная наблюдателем в неподвижной системе отсчета, например, наблюдателем на Земле, (м), v — скорость движущейся системы (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Сложение релятивистских скоростей

$$302)\ v = \frac{v_0 + v_1}{1 + \frac{v_0 v_1}{c^2}}$$

Здесь v_0 — скорость движущейся системы отсчета относительно неподвижной (м/с), v_1 — скорость тела относительно движущейся системы отсчета (м/с), v — скорость этого же тела относительно неподвижной системы отсчета (м/с), c — скорость света в вакууме.

Зависимость массы от скорости

$$303)\ m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Здесь m_0 — масса покоя тела (кг), m — масса движущегося тела (кг), v — скорость тела (м/с), c — скорость света в вакууме (м/с).

Связь энергии и массы

$$304)\ E = mc^2$$

$$305)\ E_0 = m_0c^2$$

$$306)\ E = E_0 + E_к$$

$$307)\ \Delta E = \Delta mc^2$$

Здесь E — полная энергия тела (Дж), m — масса движущегося тела (кг), c — скорость света в вакууме (м/с), E_0 — энергия покоя тела (Дж), m_0 — масса покоя тела (кг), $E_к$ — кинетическая энергия тела (Дж), ΔE — изменение полной энергии тела (Дж), Δm — изменение массы тела (кг).

Энергия фотона, излученного атомом

$$308)\ h\nu = E_n - E_m$$

Здесь h — постоянная Планка (Дж · с), ν — частота излученной волны (Гц), E_n — большая энергия стационарного состояния атома (Дж), E_m — меньшая энергия стационарного состояния атома (Дж).

Формула массового числа

$$310)\ A = Z + N$$

Здесь A — массовое число или сумма числа протонов и нейтронов (нуклонов) в ядре (безразмерное), Z — зарядовое число или число протонов в ядре (безразмерное), N — число нейтронов в ядре (безразмерное).

Формула активности радиоактивного вещества

$$311)\ a = \frac{N_0 - N}{t}$$

Здесь a — активность (Бк), N_0 — исходное число ядер (безразмерное), N — число оставшихся ядер через время t (безразмерное), t — время распада (с).

Закон радиоактивного распада

$$312)\ N = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$$

Здесь N_0 — число ядер в начальный момент времени (безразмерное), N — число ядер через время t (безразмерное), t — время распада (с), T — период полураспада (с).

Формула дефекта массы

$$313)\ \Delta M = Z\, m_p + N\, m_n - M_я$$

Здесь ΔM — дефект массы (кг), Z — число протонов (безразмерное), m_p — масса протона (кг), N — число нейтронов (безразмерное), m_n — масса нейтрона (кг), $M_я$ — масса ядра (кг).

Формула энергии связи, выраженной в джоулях (Дж)

$$314)\ E_{св} = \Delta M\, c^2$$

$$315)\ E_{св} = (Zm_p + Nm_n - M_я)\, c^2$$

Здесь $E_{св}$ — энергия связи (Дж), c — скорость света в вакууме (м/с). Остальные величины названы в предыдущей формуле.

Формула энергии связи, выраженной в мегаэлектронвольтах (МэВ)

$$316)\ E_{св} = 931\,\Delta M$$

Здесь $E_{св}$ — энергия связи (МэВ), ΔM — дефект массы (а.е.м.).

Формула удельной энергии связи

$$317)\ \varepsilon_{св} = \frac{E_{св}}{A}$$

$\varepsilon_{св}$ — удельная энергия связи (Дж/нуклон), $E_{св}$ — энергия связи (Дж), A — массовое число (безразмерное).

Формула дозы излучения

$$318)\ D = \frac{E}{m}$$

Здесь D — поглощенная доза излучения (Гр), E — поглощенная энергия (Дж), m — масса вещества, поглотившего энергию ионизирующего излучения (кг).

Обозначения некоторых элементарных частиц

${}_{-1}^{0}e$ — бета-частица, или электрон, ${}_{1}^{1}H$ — протон (ядро атома водорода), ${}_{1}^{2}H$ — изотоп водорода дейтерий, ${}_{1}^{3}H$ — изотоп водорода тритий, ${}_{2}^{4}He$ — альфа-частица (ядро гелия), ${}_{0}^{1}n$ — нейтрон, γ — гамма-квант.

Касаткина Ирина Леонидовна

Физика.
Полный курс подготовки

Разбор реальных экзаменационных заданий

Ответственный редактор *Жанна Фролова*
Художественный редактор *Жанна Фролова*
Корректор *Ольга Киселева*
Компьютерная верстка *Юрий Кузнецов*
Оформление переплета *Игорь Фролов*

ООО «Издательство Астрель»
129085, г. Москва, проезд Ольминского, д. 3А

ООО «Издательство АСТ»
141100, Московская обл., г. Щелково, ул. Заречная, д. 96
www.ast.ru
E-mail: astpub@aha.ru

Подписано в печать 03.03.2009.
Формат 70x100/ 16. Гарнитура SchoolBookC.
Бумага типографская. Усл. печ. л. 29,67.
Доп. тираж 5 000 экз. Заказ № 4031.

гпечатано с готовых диапозитивов в типографии ООО «Полиграфиздат»
144003, г. Электросталь, Московская область, ул. Тевосяна, д. 25