Самостоятельная работа

Решить уравнения:

1. $\sqrt{4x^2+7x-1}=x+1$

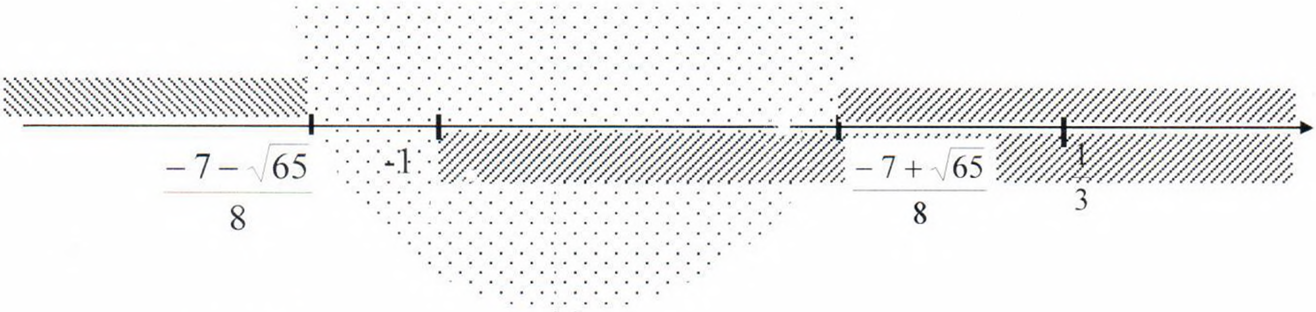
ОДЗ: $\begin{cases} x+1\geq 0 \\ 4x^2+7x-1\geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\geq -1 \\ 4x^2+7x-1\geq 0 \end{cases}$

Решим уравнение:

$4x^2+7x-1=0$

D=49+16=65

$x_1=\frac{-7-\sqrt{65}}{8}$, $x_2=\frac{-7+\sqrt{65}}{8}$



$x\in[\frac{-7+\sqrt{65}}{8};+\infty]$

Решение.

$4x^2+7x-1=x+2x+1$

$3x^2+5x-2=0$

D=25+24=49

$x_1=\frac{-5-7}{6}=-2\notin$ ОДЗ, $x_2=\frac{-5+7}{6}=\frac{1}{3}$

ОТВЕТ: $\frac{1}{3}$.

2. $\sqrt{3x^2-9x-8}=x-2$

ОДЗ: $\begin{cases} 3x^2-9x-8\geq 0 \\ x-2\geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2-9x-8\geq 0 \\ x\geq 2 \end{cases}$

Решим уравнение:

$3x^2-9x-8=0$

D=81+96=177

$x_1=\frac{9-\sqrt{177}}{6}$, $x_2=\frac{9+\sqrt{177}}{6}$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x-1\ge 0 \\ 1-x\le 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ x\le 1 \end{cases}, x=1$$

РЕШЕНИЕ:

$\sqrt{1-1}+\sqrt{1-1}=0$, a=0, x=1. Если a≠0, то решений нет.

<u>ПРИМЕР 7.</u>

$$\sqrt{x^2-x}-\sqrt{x}+\sqrt{1-x}=a$$

Решение.

$$\begin{cases} x^2\ge 0 \\ x\ge 0 \\ 1-x\ge 0 \end{cases}, x=0,\ x=1$$

f(0)=1, f(1)=-1.

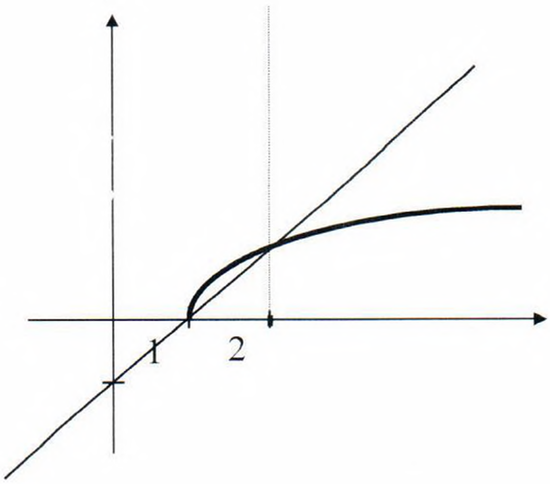
Итак, при a=1, x=1, при a=-1, x=1

$|a|\ne 1$

ОТВЕТ: решений нет.

$(x+\sqrt{x-1}-1)^2=0$

$x-1=\sqrt{x-1}$



$x^2-2x+1-x+1=0$

$x^2-3x+2=0$

$x_1=1,\ x_2=2$

ОТВЕТ: $x_1=1,\ x_2=2$

ПРИМЕР 5.

Решение.

$$\frac{x}{\sqrt{1-x}+1}+\frac{x}{\sqrt{1+x}}=1$$

$$\frac{x(\sqrt{1-x}-1)}{1-x-1}+\frac{x(\sqrt{1+x}+1)}{1+x-1}$$

$1-\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}+1=1$

$1+\sqrt{1+x}=\sqrt{1-x}$

$2\sqrt{1+x}=1-x-1-1-x$

$2\sqrt{1+x}=-1-2x$

$-1-2x\geq 0$

$2x\leq 1,\ x\leq\frac{1}{2}$

$4(1+x)=1+4x+4x^2$

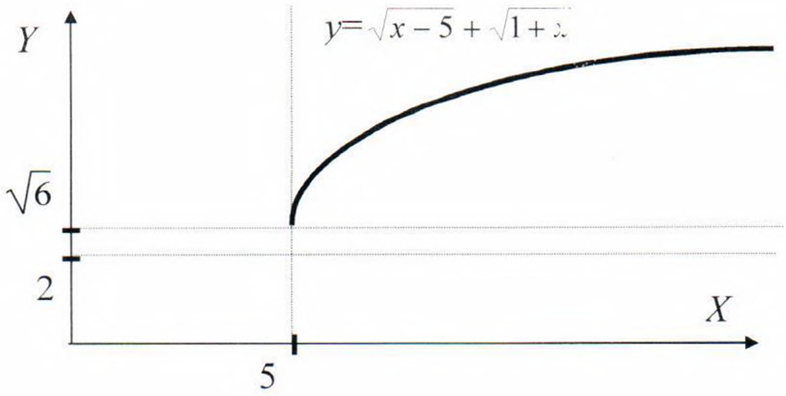
$4x^2-3=0,\ x^2=\frac{3}{4},\ x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

ОТВЕТ: $x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ПРИМЕР 6.

Решение.

$$\sqrt{x-1}+\sqrt{1-x}=a$$



ПРИМЕР 3.

Решение.

$\sqrt{5\cos x-\cos 2x}+2\sin x=0$

уравнение $\sqrt{5\cos x-\cos 2x}=-2\sin x$ равносильно системе

$$\begin{cases}5\cos x-\cos 2x=-2\sin x\\ -2\sin x\le 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5\cos x-\cos 2x=-2\sin x\\ \sin x\le 0\end{cases}$$

$5\cos x-\cos 2x=4\sin^2 x$

$5\cos x-(2\cos^2 x-1)-4(1-\cos^2 x)=0$

$5\cos x-2\cos^2 x+1-4+4\cos^2 x=0$

$2\cos^2 x+5\cos x=0$, обозначим $\cos x=y$, тогда

$2y^2+5y-3=0$

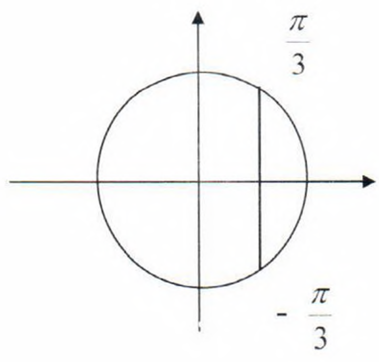
$D=25+24=49$

$y_1=\dfrac{-5-7}{4}=-3$ - посторсний корень

$y_2=\dfrac{-5+7}{4}=\dfrac{1}{2}$

$\cos x=\dfrac{1}{2}$, $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in Z$, учитывая что $\sin x\le 0$

$x=-\dfrac{\pi}{3}+2\pi n$



ОТВЕТ: $x=-\dfrac{\pi}{3}+2\pi n$

ПРИМЕР 4.

Решение.

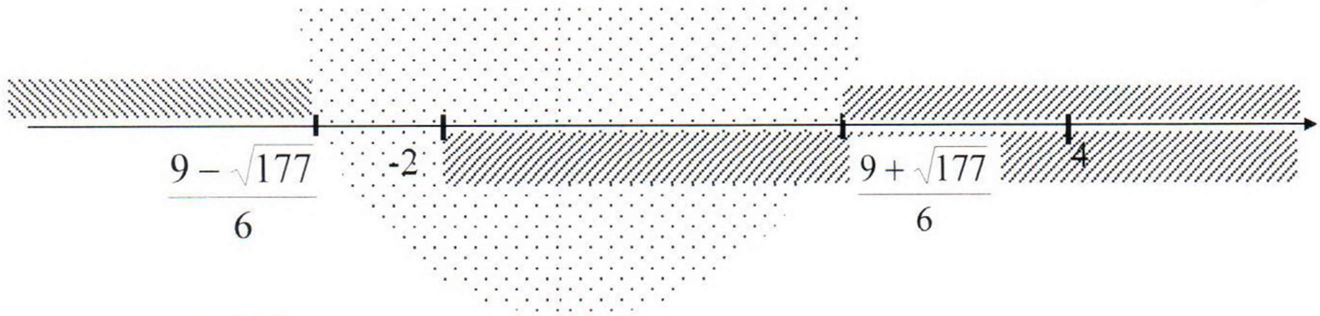
$x(x-2\sqrt{x-1}=2\sqrt{x-1}-3x$

Существование радикала говорит, что $x\ge 1$

$x^2-2x\sqrt{x-1}=2\sqrt{x-1}-3x$

$x^2-2x\sqrt{x-1}+(\sqrt{x-1})^2=2\sqrt{x-1}-3x+(\sqrt{x-1})^2$

$(x-\sqrt{x-1})^2+2(x-\sqrt{x-1})+1=0$



$x \in [\frac{9+\sqrt{177}}{6}; +\infty]$

Решение.

$3x^2-9x-8=x^2-4x+4$

$2x^2-5x-12=0$

$D=25+96=121$

$x_1=\frac{5-11}{4}=-\frac{3}{2} \notin$ ОДЗ

$x_2=\frac{5+11}{4}=4$

ОТВЕТ: 4

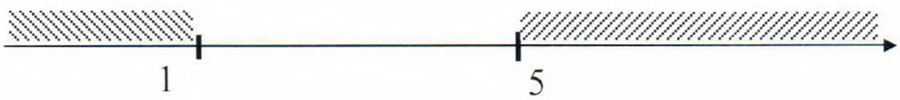
IV. Формирование навыков и умений при решении примеров.

ПРИМЕР 1.

$$\sqrt{x-5}+\sqrt{1-x}=2$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x-5 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 1 \end{cases}$$



Данное уравнение не может иметь решений, т.к. левая часть этого уравнения не существует ни при одном значении неизвестного x. (Газета «МАТЕМАТИКА» № 19-20).

ПРИМЕР 2.

$$\sqrt{x-5}+\sqrt{1+x}=2$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} x-5 \geq 0 \\ 1+x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \geq -1 \end{cases}$$

$x \geq 5$

Открытый урок в 10-В классе

Тема: Иррациональные уравнения

Цель урока: Формирование умений и навыков при решении иррациональных уравнений.

Ход урока.

I. Организационный момент.

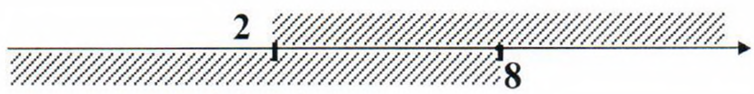
II. Проверка домашнего задания $x=\dfrac{2a^2+4-a\sqrt{3a^2+16}}{2}$, при $a \geq \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

III. Решение упражнений. К доске вызвать двух учащихся.

1. $\sqrt{x-2}=8-x$

Решение.

ОДЗ: $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 8-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 8 \end{cases}$



$x \in [2;\ 8]$

x-2=64-16x+x^2

x^2-17x+66=0

по теореме Виета x_1=6, x_2=11 $\notin$ ОДЗ.

ОТВЕТ: 6

2. $\sqrt{x+6}-\sqrt{x+1}=\sqrt{2x-5}$

Решение.

ОДЗ: $\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ 2x-5 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -6 \\ x \geq -1 \\ x \geq 2.5 \end{cases}$

$x \geq 2.5$

x+6-2 $\sqrt{(x+6)(x+1)}$ +x+1=2x-5

2 $\sqrt{(x+6)(x+1)}$ =12

(x+6)(x+1)=36

x^2+7x-30=0

x_1=10 $\notin$ ОДЗ, x_2=3

ОТВЕТ: 3