

## **МАТЕМАТИКА**

### **9 класс**

#### **Работа по теме «Квадратичная функция» Профильный уровень**

#### **Демонстрационный вариант**

#### **Инструкция по выполнению работы**

На выполнение диагностической работы по математике даётся 90 минут. Работа включает в себя 14 заданий и состоит из двух частей.

Ответом в заданиях части 1 (1–9) является целое число, десятичная дробь или последовательность цифр. Запишите ответ в отведённое для него место на листе с заданиями, а затем перенесите его в бланк ответов.

В заданиях части 2 (10–14) требуется записать решение и ответ в специально отведённом для этого поле.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное – правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

**Обязательно проверьте в конце работы, чтобы все ответы к заданиям части 1 были перенесены в бланк ответов.**

***Желаем успеха!***

Часть 1

**В заданиях 1–9 дайте ответ в виде целого числа, десятичной дроби или последовательности цифр. Запишите ответ в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов. Единицы измерений писать не нужно.**

**1** Какие из приведенных ниже выражений можно привести к виду  $ax^2 + bx + c$ , где  $a \neq 0$ ?

- 1)  $x^3 - (x - 2)^3$
- 2)  $(x - 4)^2 - (1 - x)^2$
- 3)  $(x^2 - 3)^2$
- 4)  $x^3 - x^2 + 2x \cdot x - x \cdot x^2 - x - 2$
- 5)  $\frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}$

В ответе укажите номера выражений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

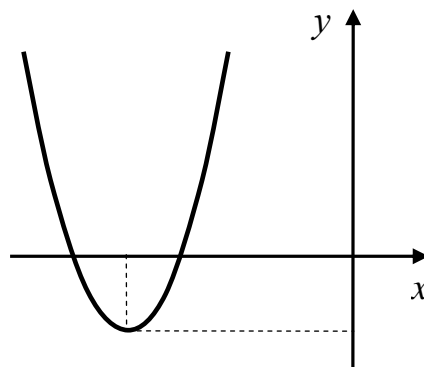
Ответ: \_\_\_\_\_

**2** Найдите ординату вершины параболы, заданной уравнением  $y = 2x^2 + 8x - 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**3** На координатной плоскости изображён график одной из перечисленных ниже функций.

- 1)  $y = (x - 6)^2 + 2$
- 2)  $y = (x - 2)^2 + 6$
- 3)  $y = (x + 6)^2 + 2$
- 4)  $y = (x - 6)^2 - 2$
- 5)  $y = (x + 6)^2 - 2$
- 6)  $y = (x + 2)^2 - 6$



Единичный отрезок не обозначен, но известно, что единичные отрезки на обеих осях равны. Найдите функцию, график которой изображен на рисунке, в ответе укажите ее номер.

Ответ: \_\_\_\_\_

- 4** Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1 + 12,5t - 5t^2$ , где  $h$  — высота в метрах,  $t$  — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 6 метров?

Ответ: \_\_\_\_\_

- 5** Катет прямоугольного треугольника на 7 меньше другого катета и на 9 меньше гипотенузы. Найдите периметр треугольника.

Ответ: \_\_\_\_\_

- 6** Пробивая пенальти в матчах чемпионата 2013 года, футболист команды «Восток» Виктор Викторов забил голы в 80% случаев. Сколько раз он бил пенальти на чемпионате 2013 года, если всего с пенальти он забил 12 голов?

Ответ: \_\_\_\_\_

- 7** Вася положил свой портфель на электронные весы и увидел число 5750. В каких единицах весы измеряют массу? В ответе укажите номер подходящего пункта.

1) килограммы      2) миллиграммы      3) граммы      4) тонны

Ответ: \_\_\_\_\_

- 8** Известно, что парабола обладает особым свойством. На оси параболы расположена особая точка, которую называют фокусом. Если в фокусе находится источник света, то лучи, отражаясь от параболы (параболического зеркала), идут параллельно оси параболы (см. рисунок 1).

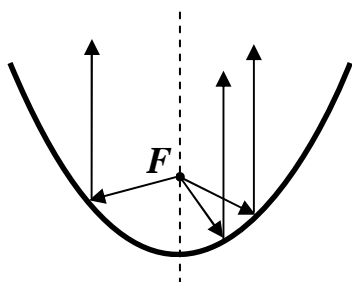


Рис.1

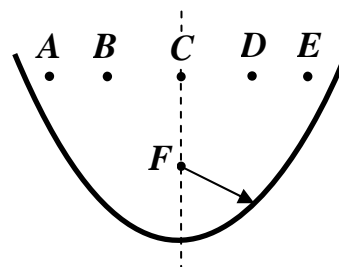


Рис.2

На рисунке 2 точка F — фокус параболы. Через какую из отмеченных точек пройдет нарисованный луч после отражения от параболического зеркала?

1) A      2) B      3) C      4) D      5) E

В ответе укажите номер соответствующей точки.

Ответ: \_\_\_\_\_

**9**

Выберите верные утверждения.

- 1) Функция  $y = 5x|x|$  является чётной.
- 2) Функция  $y = \frac{6}{x^2 - 4}$  не определена при  $x = \pm 2$ .
- 3) Вершина параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 - 4x + c$ , не может находиться на оси ординат ни при каких значениях  $a$  и  $c$ .
- 4) Функция  $y = x^2 - |x|$  принимает только неотрицательные значения.

В ответе укажите номера верных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_

***Не забудьте перенести ответы к заданиям части 1 в бланк ответов.***

## Часть 2

*В заданиях 10–14 запишите ответ в отведённом для него поле. Для заданий 11–14 запишите полное решение.*

**10** Приведите пример квадратичной функции, область значений которой состоит из всех чисел, не превосходящих  $-4$ .

ОТВЕТ:																																			

**11** а) График функции  $y = -x^2 + bx - 3$  симметричен относительно прямой  $x = -2$ . Найдите  $b$  и постройте график функции. В ходе решения найдите координаты вершины параболы, точки ее пересечения с осями координат, обозначьте найденные точки на графике.

б) Найдите все значения  $x$ , при которых функция  $y = -x^2 + bx - 3$  из пункта а) принимает неположительные значения.

[illegible]

**12**

а) Постройте график функции  $y = \left| \frac{x^3 - 2x^2 - 8x}{x} \right|$ .

б) При каких значениях  $a$  уравнение  $\left| \frac{x^3 - 2x^2 - 8x}{x} \right| = a$  имеет ровно три корня?

Решение:

Ответ:

**13**

Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \frac{1}{x-3} - 2y = 3, \\ \frac{2}{x-3} + 2y = 0. \end{cases}$$

Решение:

Ответ:

**14** Постройте на одной координатной плоскости несколько графиков функций вида  $y = x^2 + ax$  при различных значениях  $a$ . На какой кривой располагаются вершины построенных парабол? Ответ обоснуйте.

[illegible]

**Система оценивания диагностической работы по математике**  
**по теме «Квадратичная функция»**  
**Профильный уровень**  
**Демонстрационный вариант**

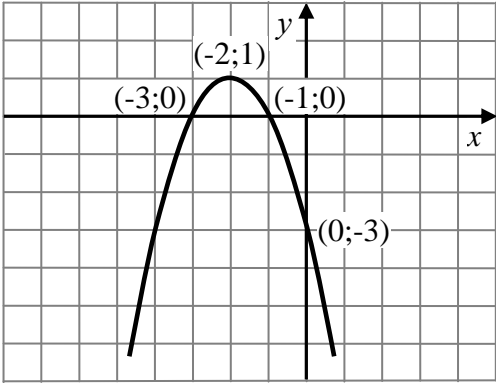
Правильное выполнение каждого из заданий 1–9 оценивается 1 баллом.

Правильное выполнение заданий 10, 11 б) оценивается 1 баллом.

Выполнение заданий 11 а), 12, 13 и 14 оценивается по приведённым ниже критериям.

Оценка может выставляться как за всю работу, так и только за тематическую часть работы (см. ниже).

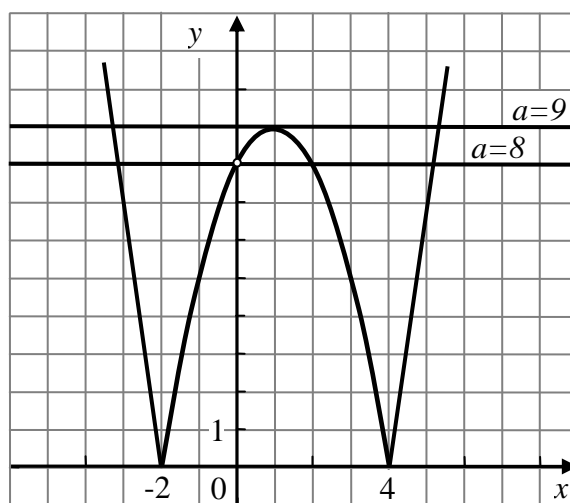
**Правильные ответы к заданиям**

№ задания	Ответ
1	145; 154; 415; 451; 514; 541
2	–12
3	5
4	1,5
5	40
6	15
7	3
8	4
9	23; 32
10	$y = -x^2 - 4$ или любая функция вида $y = a(x + m)^2 - 4$ , где $a < 0$ .
11	<p>а) <math>b = -4</math></p>  <p>б) <math>x \in (-\infty; -3] \cup [-1; +\infty)</math></p>



12

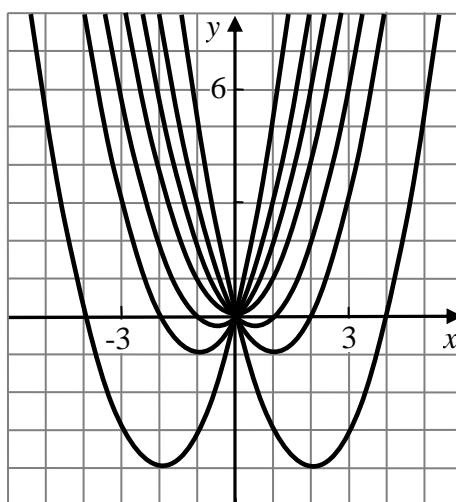
а)



б) при  $a = 8$  или  $a = 9$  уравнение имеет ровно 3 корня  
 $(4; -1)$

13

14



Вершины располагаются на параболе  $y = -x^2$

## Система оценивания задания 11 а)

Содержание ответа и указания к оцениванию	Баллы
Правильно найдено $b$ , построен график функции, верно найдены координаты вершины параболы, точки её пересечения с осями координат	2
Правильно найдено $b$ , график функции построен в целом верно, но в решении не описано, как найдены необходимые точки: вершина параболы, точки пересечения с осями координат. ИЛИ Правильно найдено $b$ , объяснено, куда направлены ветви параболы, правильно найдены координаты вершины параболы, точки её пересечения с осями координат, но график не построен или построен с ошибкой	1
Все другие случаи	0
Максимальный балл	2

## Система оценивания задания 12 а)

Содержание ответа и указания к оцениванию	Баллы
Правильно и обоснованно построен график функции, на графике обозначена выколота точка	3
Правильно построен график $y =  x^2 - 2x - 8 $ , но не учтено условие $x \neq 0$ . ИЛИ Правильно построен график $y = x^2 - 2x - 8$ , учтено условие $x \neq 0$ , на графике выколота точка, но неверно построен график $y =  x^2 - 2x - 8 $	2
Правильно построен только график $y = x^2 - 2x - 8$	1
Все другие случаи	0
Максимальный балл	3

## Система оценивания задания 12 б)

Содержание ответа и указания к оцениванию	Баллы
Верно найдены оба значения. ИЛИ Найдено только одно значение $a = 9$ в том случае, когда график $y =  x^2 - 2x - 8 $ построен верно, но не учтено условие $x \neq 0$	1
Все другие случаи	0
Максимальный балл	1

### Система оценивания задания 13

Содержание ответа и указания к оцениванию	Баллы
Верно решена система уравнений	2
Сделана замена неизвестной, верно решена полученная линейная система, но из-за арифметической ошибки $x$ найден неверно	1
Все другие случаи	0
<i>Максимальный балл</i>	2

### Система оценивания задания 14

Содержание ответа и указания к оцениванию	Баллы
Дано полное обоснованное решение	3
Правильно построены несколько графиков при разных значениях параметра, дан верный ответ, но обоснования недостаточны или отсутствуют	2
Правильно построены несколько графиков при разных значениях параметра	1
Все другие случаи	0
<i>Максимальный балл</i>	3

### Система оценивания выполнения всей работы

Максимальный балл за выполнение всей работы – **22**.

*Таблица перевода баллов в отметки по пятибалльной шкале*

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–8	9–13	14–17	18–22

### Система оценивания выполнения тематической части работы (тема «Квадратичная функция»): задания 1-4, 8, 9, 10-12, 14.

Максимальный балл за выполнение тематической части работы – **17**.

*Таблица перевода баллов в отметки по пятибалльной шкале*

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–5	7–9	10–13	14–17