

**Диагностическая работа  
по МАТЕМАТИКЕ**

**21 января 2015 года  
11 класс**

**Вариант МА10113  
(углубленный уровень)**

**Район**

---

**Город (населённый пункт)**

---

**Школа**

---

**Класс**

---

**Фамилия**

---

**Имя**

---

**Отчество**

---

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

## Часть 1

**Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

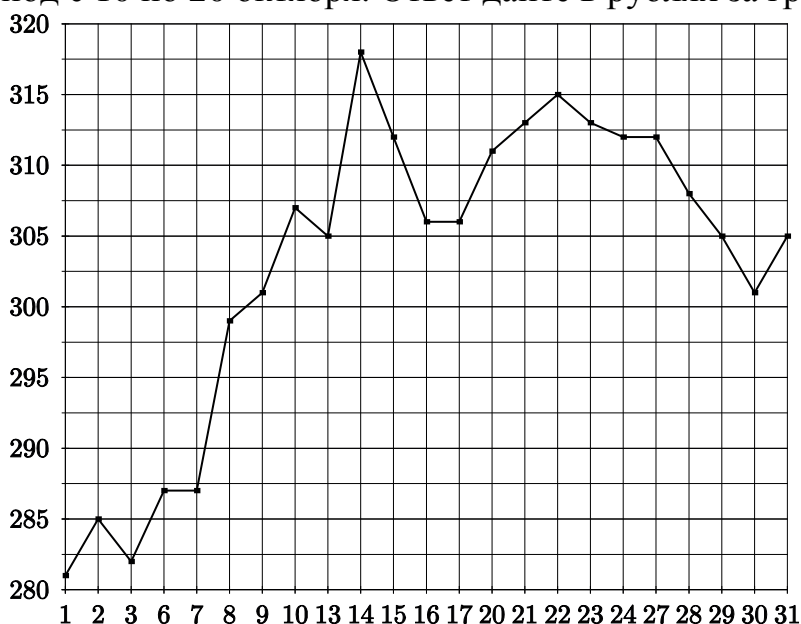
1

На счету Настинного мобильного телефона было 57 рублей, а после разговора с Мишей осталось 15 рублей. Сколько минут длился разговор с Мишей, если одна минута разговора стоит 1 рубль 50 копеек?

Ответ: \_\_\_\_\_.

2

На рисунке показана цена палладия, установленная Центробанком РФ, во все рабочие дни в октябре 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена палладия в рублях за грамм. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену палладия в период с 10 по 20 октября. Ответ дайте в рублях за грамм.



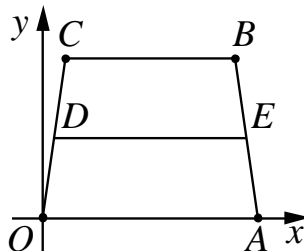
Ответ: \_\_\_\_\_.

3

Для того чтобы связать свитер, хозяйке нужно 900 граммов шерстяной пряжи красного цвета. Можно купить красную пряжу по цене 70 рублей за 50 граммов, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 50 граммов и окрасить её. Один пакетик краски стоит 20 рублей и рассчитан на окраску 450 граммов пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответе напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Точки  $O(0; 0)$ ,  $A(19; 0)$ ,  $B(17; 14)$ ,  $C(2; 14)$  являются вершинами трапеции. Найдите длину её средней линии  $DE$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 В чемпионате по гимнастике участвуют 25 спортсменок: 7 из Венгрии, 9 из Румынии, остальные — из Болгарии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Болгарии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 6.1 или 6.2.**

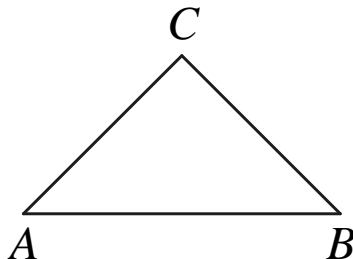
- 6.1 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{5}\right)^{4-x} = 25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6.2 Найдите корень уравнения  $\sqrt{23-2x} = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 20$ ,  $AB = 32$ . Найдите  $\sin A$ .

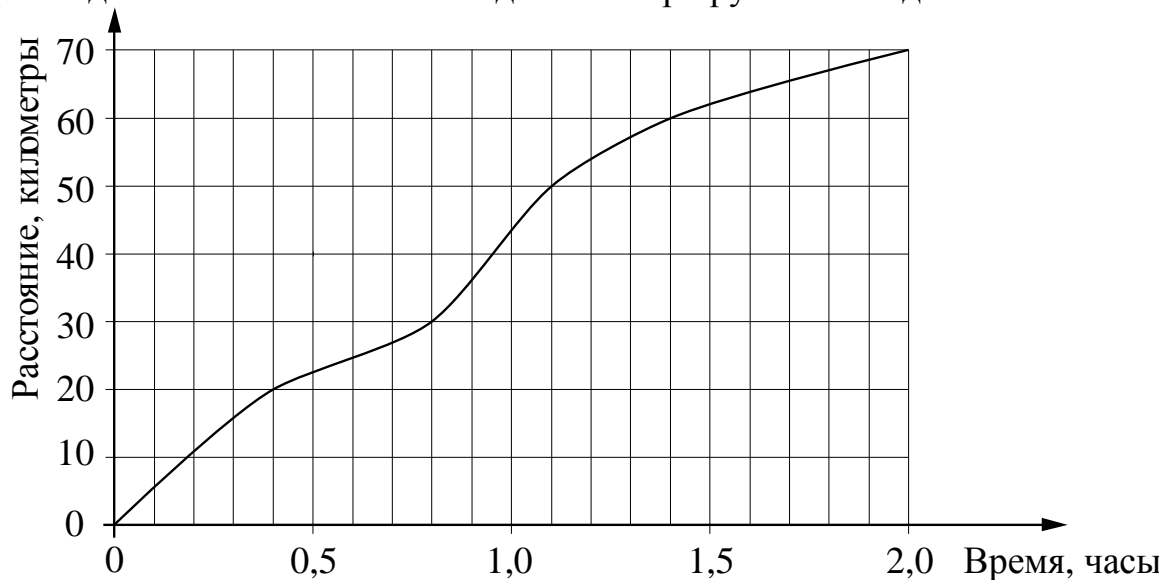


Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 8.1 или 8.2.**

**8.1**

На рисунке показан график движения автомобиля по маршруту. На оси абсцисс откладывается время, на оси ординат — пройденный путь. Найдите среднюю скорость движения автомобиля на данном маршруте. Ответ дайте в км/ч.



Ответ: \_\_\_\_\_.

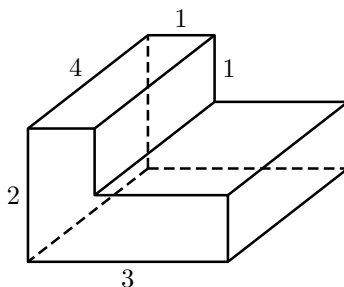
**8.2**

Прямая  $y = 4x + 13$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 - 3x + 5$ . Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9**

Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 10.1 или 10.2.****10.1** Найдите значение выражения  $\log_{0,48} 25 - \log_{0,48} 12$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

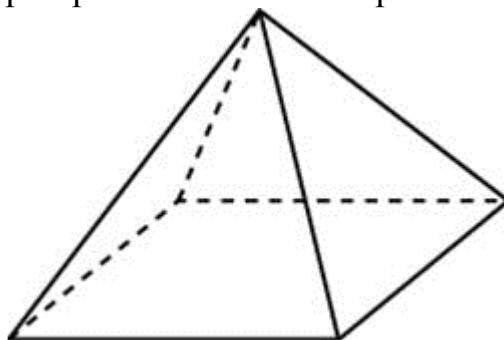
**10.2** Найдите значение выражения  $\cos 47^\circ \cos 13^\circ - \sin 47^\circ \sin 13^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 248 МГц. Скорость погружения батискафа  $v$  вычисляется по формуле  $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$ , где  $c = 1500$  м/с — скорость звука в воде,  $f_0$  — частота испускаемых импульсов,  $f$  — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником. Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 12 м/с. Ответ выразите в МГц.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите площадь поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, стороны основания которой равны 48 и высота равна 10.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 16 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 4 часа 30 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 14.1 или 14.2.**

**14.1** Найдите наименьшее значение функции  $y = \log_2(x^2 - 20x + 108) + 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14.2** Найдите точку минимума функции  $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 51$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**15** а) Решите уравнение  $2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3} \cos x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

**16** В основании пирамиды  $SABCD$  лежит квадрат со стороной 6. Ребро  $SA$  имеет длину 16 и перпендикулярно плоскости основания. Точка  $P$  — середина ребра  $SA$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью  $BSP$ .

б) Найдите площадь этого сечения.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 17.1 или 17.2.**

**17.1** Решите неравенство  $\log_2 \frac{x^2}{4} \cdot \log_{0,5}(0,5x) \leq \frac{\log_3 \frac{x}{2}}{\log_3 2}$ .

**17.2** Решите неравенство  $\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 + x}}{x^2 + x - 1} \leq 0$ .

**18** Окружность проходит через вершины  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  и пересекает  $AB$  и  $AC$  в точках  $C_1$  и  $B_1$  соответственно.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  подобен треугольнику  $AB_1C_1$ .

б) Найдите радиус данной окружности, если  $\angle A = 60^\circ$ ,  $B_1C_1 = \sqrt{3}$  и площадь треугольника  $AB_1C_1$  в два раза меньше площади четырёхугольника  $BCB_1C_1$ .

**19** 31 декабря 2010 года Иван взял в банке 900 900 рублей в кредит под 20 % годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20 %), затем Иван переводит в банк платёж. Весь долг Иван выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы выплатил долг за 2 равных платежа?

**20** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^4 - 2x^3 - (2a + 3)x^2 + 2ax + 3a + a^2 = 0$  имеет решения. Найдите все корни, которые получаются при единственном значении параметра  $a$ .

**21** Пусть  $q$  — наименьшее общее кратное, а  $d$  — наибольший общий делитель натуральных чисел  $x$  и  $y$ , удовлетворяющих равенству  $3x = 8y - 29$ .

а) Может ли  $\frac{q}{d}$  быть равным 170?

б) Может ли  $\frac{q}{d}$  быть равным 2?

в) Найдите наименьшее значение  $\frac{q}{d}$ .



**Диагностическая работа  
по МАТЕМАТИКЕ**

**21 января 2015 года  
11 класс**

**Вариант МА10114  
(углубленный уровень)**

**Район**

---

**Город (населённый пункт)**

---

**Школа**

---

**Класс**

---

**Фамилия**

---

**Имя**

---

**Отчество**

---

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

## Часть 1

*Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

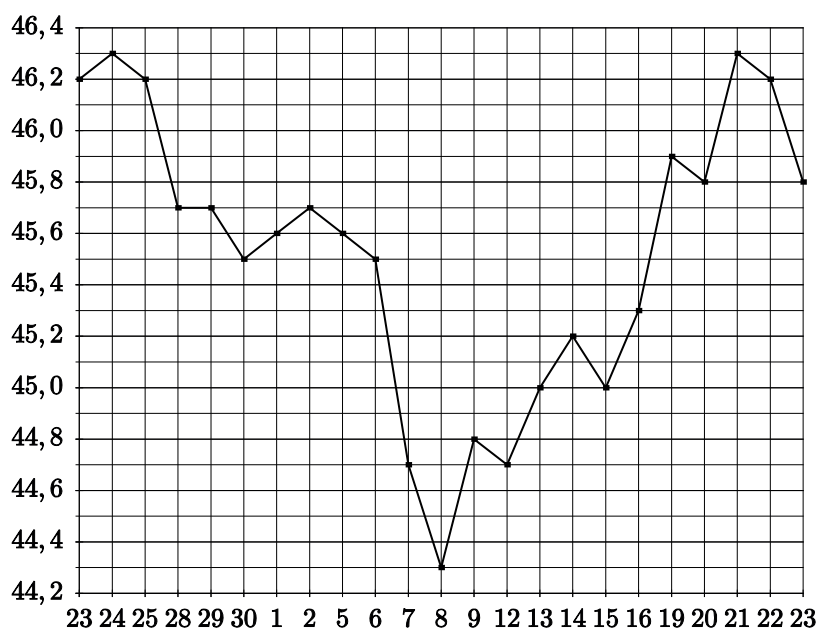
1

На счету Наташиного мобильного телефона было 78 рублей, а после разговора с Костей осталось 33 рубля. Сколько минут длился разговор с Костей, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек?

Ответ: \_\_\_\_\_.

2

На рисунке показан курс китайского юаня, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 23 сентября по 23 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена в рублях за 10 китайских юаней. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьший курс китайского юаня в период с 14 по 23 октября. Ответ дайте в рублях за 10 юаней.



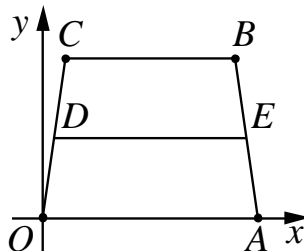
Ответ: \_\_\_\_\_.

3

Для того чтобы связать свитер, хозяйке нужно 900 граммов шерстяной пряжи красного цвета. Можно купить красную пряжу по цене 80 рублей за 50 граммов, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 70 рублей за 50 граммов и окрасить её. Один пакетик краски стоит 20 рублей и рассчитан на окраску 450 граммов пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответе напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** Точки  $O(0; 0)$ ,  $A(40; 0)$ ,  $B(38; 8)$ ,  $C(2; 8)$  являются вершинами трапеции. Найдите длину её средней линии  $DE$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** В чемпионате по гимнастике участвуют 56 спортсменок: 22 из Аргентины, 20 из Бразилии, остальные — из Парагвая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Парагвая.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 6.1 или 6.2.**

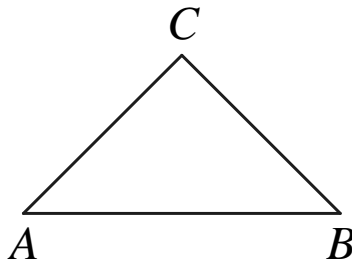
- 6.1** Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4-x} = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6.2** Найдите корень уравнения  $\sqrt{13-2x} = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 10$ ,  $AB = 2\sqrt{91}$ . Найдите  $\sin A$ .

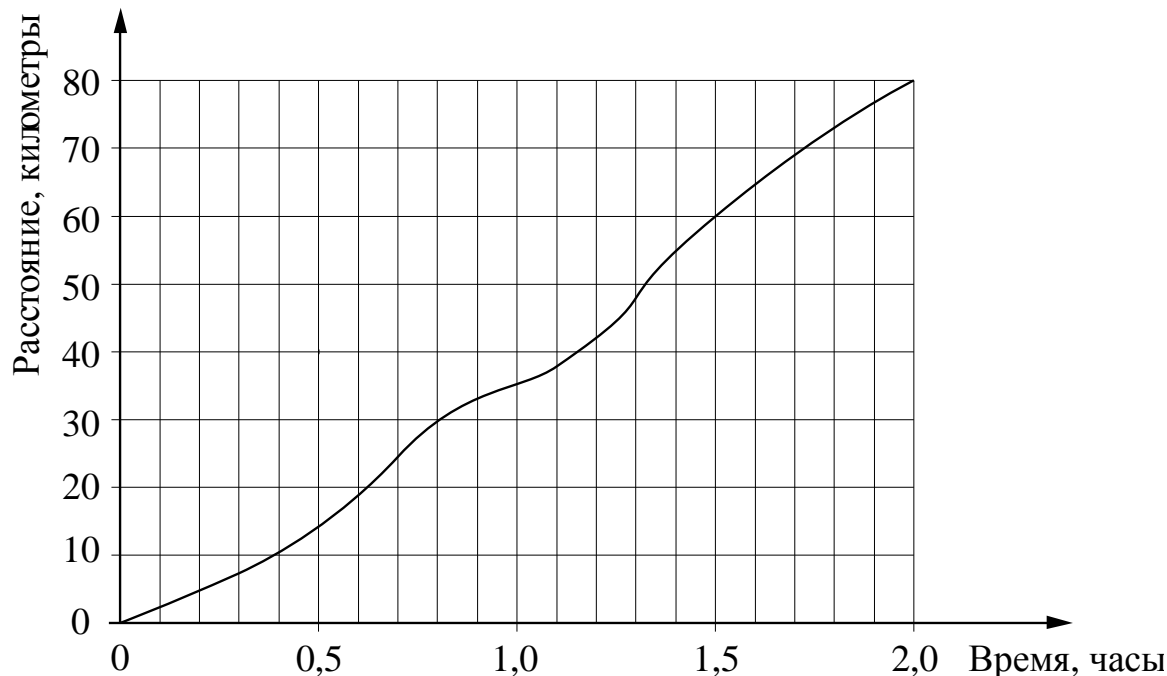


Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 8.1 или 8.2.**

**8.1**

На рисунке показан график движения автомобиля по маршруту. На оси абсцисс откладывается время, на оси ординат — пройденный путь. Найдите среднюю скорость движения автомобиля на данном маршруте. Ответ дайте в км/ч.



Ответ: \_\_\_\_\_.

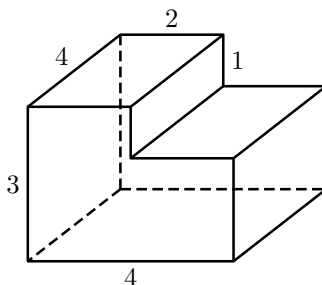
**8.2**

Прямая  $y = 6x + 9$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 7x - 6$ . Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9**

Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 10.1 или 10.2.****10.1** Найдите значение выражения  $\log_{2,75} 16 - \log_{2,75} 121$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

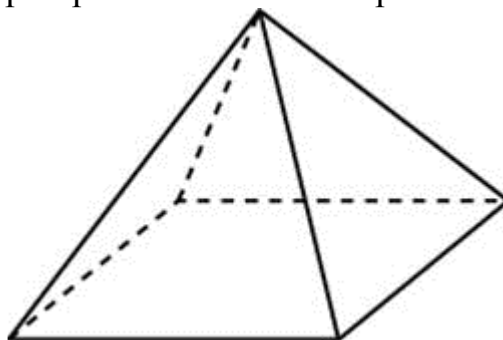
**10.2** Найдите значение выражения  $\cos 34^\circ \cos 56^\circ - \sin 34^\circ \sin 56^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 298 МГц. Скорость погружения батискафа  $v$  вычисляется по формуле  $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$ , где  $c = 1500$  м/с — скорость звука в воде,  $f_0$  — частота испускаемых импульсов,  $f$  — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником. Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 10 м/с. Ответ выразите в МГц.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12** Найдите площадь поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, стороны основания которой равны 12 и высота равна 8.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 13 км/ч. Через час после него со скоростью 12 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 3 часа 12 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 14.1 или 14.2.**

**14.1** Найдите наименьшее значение функции  $y = \log_2(x^2 + 4x + 8) - 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14.2** Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 20x^2 + 100x + 23$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**15** а) Решите уравнение  $2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2} \cos x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

**16** В основании пирамиды  $SABCD$  лежит квадрат со стороной 12. Ребро  $SA$  имеет длину 10 и перпендикулярно плоскости основания. Точка  $P$  — середина ребра  $SA$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью  $BSP$ .

б) Найдите площадь этого сечения.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 17.1 или 17.2.**

**17.1** Решите неравенство  $\log_3 \frac{(x-1)^2}{9} \cdot \log_{\frac{1}{3}} \frac{x-1}{3} \leq \frac{\log_7 \frac{x-1}{3}}{\log_7 3}$ .

**17.2** Решите неравенство  $\frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2 - x}}{x^2 - x - 1} \leq 0$ .

**18** Окружность проходит через вершины  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  и пересекает  $AB$  и  $AC$  в точках  $C_1$  и  $B_1$  соответственно.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  подобен треугольнику  $AB_1C_1$ .

б) Найдите радиус данной окружности, если  $\angle A = 30^\circ$ ,  $B_1C_1 = 5$  и площадь треугольника  $AB_1C_1$  в три раза меньше площади четырёхугольника  $BCB_1C_1$ .

**19** 31 декабря 2010 года Дмитрий взял в банке 5 005 000 рублей в кредит под 20 % годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20 %), затем Дмитрий переводит в банк платёж. Весь долг Дмитрий выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы выплатил долг за 2 равных платежа?

**20** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 2ax + 4a - a^2 = 0$  имеет не менее трёх корней. Найдите все корни, которые получаются при единственном значении параметра  $a$ .

**21** Пусть  $q$  — наименьшее общее кратное, а  $d$  — наибольший общий делитель натуральных чисел  $x$  и  $y$ , удовлетворяющих равенству  $7x = 16y - 73$ .

а) Может ли  $\frac{q}{d}$  быть равным 204?

б) Может ли  $\frac{q}{d}$  быть равным 2?

в) Найдите наименьшее значение  $\frac{q}{d}$



**Диагностическая работа  
по МАТЕМАТИКЕ**

**21 января 2015 года  
11 класс**

**Вариант МА10115  
(углубленный уровень)**

**Район**

---

**Город (населённый пункт)**

---

**Школа**

---

**Класс**

---

**Фамилия**

---

**Имя**

---

**Отчество**

---

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

**Часть 1**

**Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

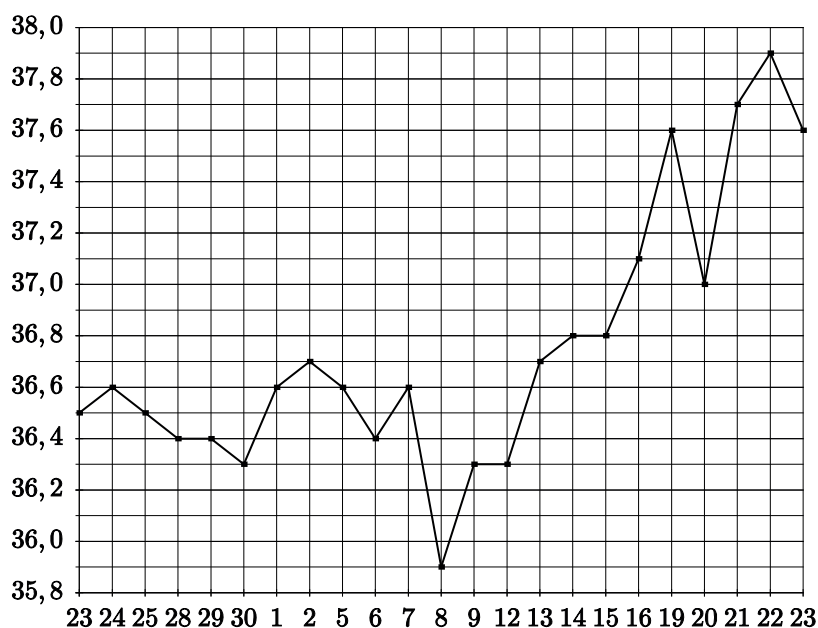
**1**

На счету Машиного мобильного телефона было 77 рублей, а после разговора с Мишей осталось 42 рубля. Сколько минут длился разговор с Мишей, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2**

На рисунке показан курс японской йены, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 23 сентября по 23 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена в рублях за 100 японских йен. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьший курс японской йены в период с 16 по 22 октября. Ответ дайте в рублях за 100 йен.



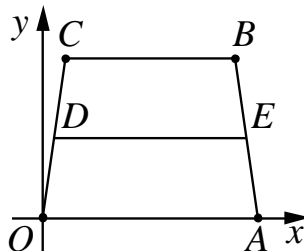
Ответ: \_\_\_\_\_.

**3**

Для того чтобы связать свитер, хозяйке нужно 900 граммов шерстяной пряжи красного цвета. Можно купить красную пряжу по цене 70 рублей за 100 граммов, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 100 граммов и окрасить её. Один пакетик краски стоит 40 рублей и рассчитан на окраску 450 граммов пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответе напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Точки  $O(0; 0)$ ,  $A(27; 0)$ ,  $B(24; 2)$ ,  $C(3; 2)$  являются вершинами трапеции. Найдите длину её средней линии  $DE$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 75% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 6.1 или 6.2.**

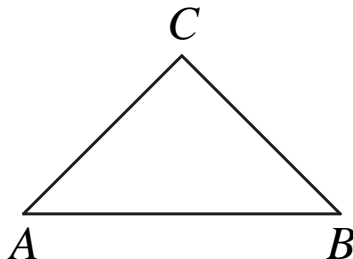
- 6.1 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-x} = 25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6.2 Найдите корень уравнения  $\sqrt{32-7x} = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 8$ ,  $AB = 8\sqrt{3}$ . Найдите  $\sin A$ .

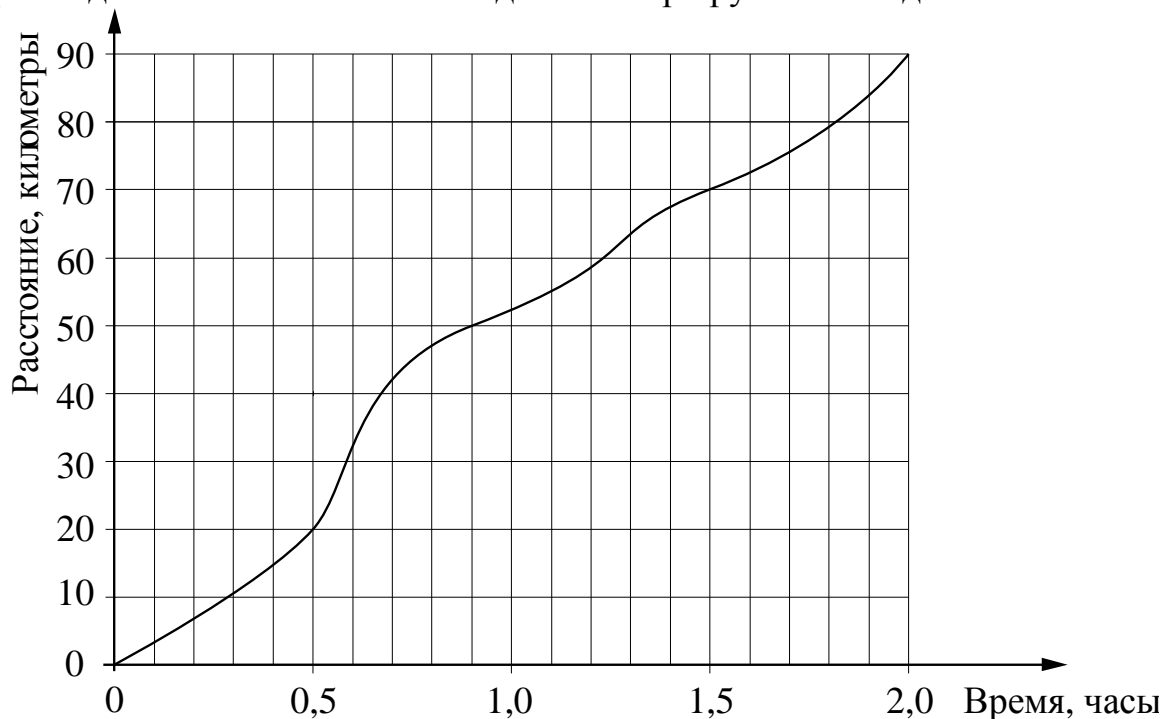


Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 8.1 или 8.2.**

**8.1**

На рисунке показан график движения автомобиля по маршруту. На оси абсцисс откладывается время, на оси ординат — пройденный путь. Найдите среднюю скорость движения автомобиля на данном маршруте. Ответ дайте в км/ч.



Ответ: \_\_\_\_\_.

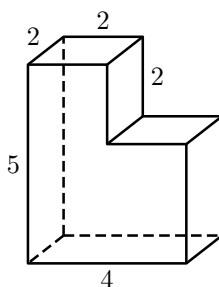
**8.2**

Прямая  $y = -5x - 6$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 8x - 7$ . Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9**

Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2****Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 10.1 или 10.2.****10.1**Найдите значение выражения  $\log_{1,8} 5 + \log_{1,8} \frac{1}{9}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10.2**Найдите значение выражения  $\cos 105^\circ \cos 15^\circ - \sin 105^\circ \sin 15^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

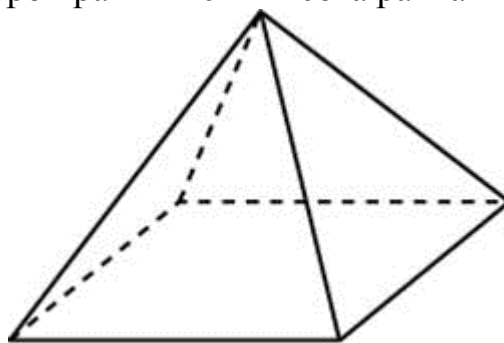
**11**

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 297 МГц. Скорость погружения батискафа  $v$  вычисляется по формуле  $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$ , где  $c = 1500$  м/с — скорость звука в воде,  $f_0$  — частота испускаемых импульсов,  $f$  — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником. Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 15 м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

Найдите площадь поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, стороны основания которой равны 20 и высота равна 24.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**13**

Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 16 км/ч. Через час после него со скоростью 12 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 3 часа после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 14.1 или 14.2.**

**14.1** Найдите наименьшее значение функции  $y = \log_2(x^2 + 14x + 57) - 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14.2** Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 14x^2 + 49x + 17$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**15** а) Решите уравнение  $2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{3} \cos x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

**16** В основании пирамиды  $SABCD$  лежит квадрат со стороной 6. Ребро  $SA$  имеет длину 16 и перпендикулярно плоскости основания. Точка  $P$  — середина ребра  $SA$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью  $BSP$ .

б) Найдите площадь этого сечения.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 17.1 или 17.2.**

**17.1** Решите неравенство  $\log_2 \frac{x^2}{4} \cdot \log_{0,5}(0,5x) \leq \frac{\log_3 \frac{x}{2}}{\log_3 2}$ .

**17.2** Решите неравенство  $\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 + x}}{x^2 + x - 1} \leq 0$ .

**18** Окружность проходит через вершины  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  и пересекает  $AB$  и  $AC$  в точках  $C_1$  и  $B_1$  соответственно.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  подобен треугольнику  $AB_1C_1$ .

б) Найдите радиус данной окружности, если  $\angle A = 60^\circ$ ,  $B_1C_1 = \sqrt{3}$  и площадь треугольника  $AB_1C_1$  в два раза меньше площади четырёхугольника  $BCC_1B_1$ .

**19** 31 декабря 2010 года Иван взял в банке 900 900 рублей в кредит под 20 % годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20 %), затем Иван переводит в банк платёж. Весь долг Иван выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы выплатил долг за 2 равных платежа?

**20** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^4 - 2x^3 - (2a + 3)x^2 + 2ax + 3a + a^2 = 0$  имеет решения. Найдите все корни, которые получаются при единственном значении параметра  $a$ .

**21** Пусть  $q$  — наименьшее общее кратное, а  $d$  — наибольший общий делитель натуральных чисел  $x$  и  $y$ , удовлетворяющих равенству  $3x = 8y - 29$ .

а) Может ли  $\frac{q}{d}$  быть равным 170?

б) Может ли  $\frac{q}{d}$  быть равным 2?

в) Найдите наименьшее значение  $\frac{q}{d}$ .



**Диагностическая работа  
по МАТЕМАТИКЕ**

**21 января 2015 года  
11 класс**

**Вариант МА10116  
(углубленный уровень)**

**Район**

---

**Город (населённый пункт)**

---

**Школа**

---

**Класс**

---

**Фамилия**

---

**Имя**

---

**Отчество**

---

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 9 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–14 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 15–21 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

**Часть 1**

**Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

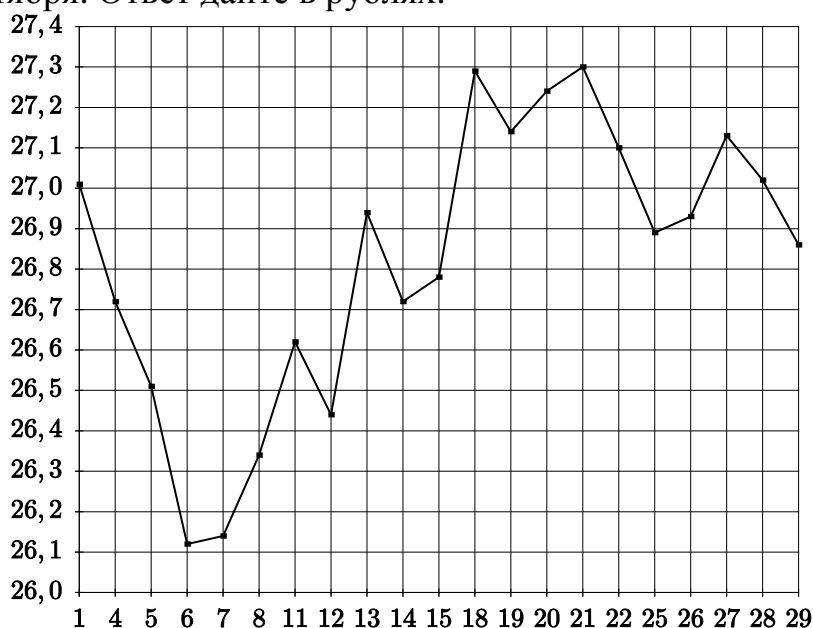
**1**

На счету Олиного мобильного телефона был 91 рубль, а после разговора с Серёжей осталось 26 рублей. Сколько минут длился разговор с Серёжей, если одна минута разговора стоит 2 рубля 50 копеек?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2**

На рисунке показан курс евро, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 1 по 29 сентября 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена евро в рублях. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьший курс евро в период с 21 по 28 сентября. Ответ дайте в рублях.



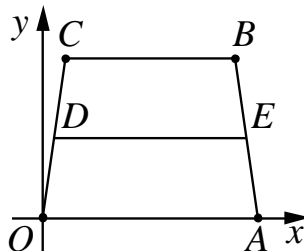
Ответ: \_\_\_\_\_.

**3**

Для того чтобы связать свитер, хозяйке нужно 600 граммов шерстяной пряжи красного цвета. Можно купить красную пряжу по цене 60 рублей за 50 граммов, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 50 граммов и окрасить её. Один пакетик краски стоит 30 рублей и рассчитан на окраску 300 граммов пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответе напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Точки  $O(0; 0)$ ,  $A(23; 0)$ ,  $B(20; 18)$ ,  $C(3; 18)$  являются вершинами трапеции. Найдите длину её средней линии  $DE$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 На фабрике керамической посуды 15 % произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90 % дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 6.1 или 6.2.**

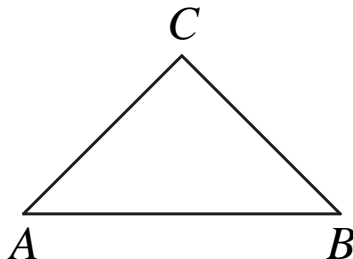
- 6.1 Найдите корень уравнения  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3-x} = 25$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6.2 Найдите корень уравнения  $\sqrt{7-x} = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ ,  $AB = 4\sqrt{6}$ . Найдите  $\sin A$ .

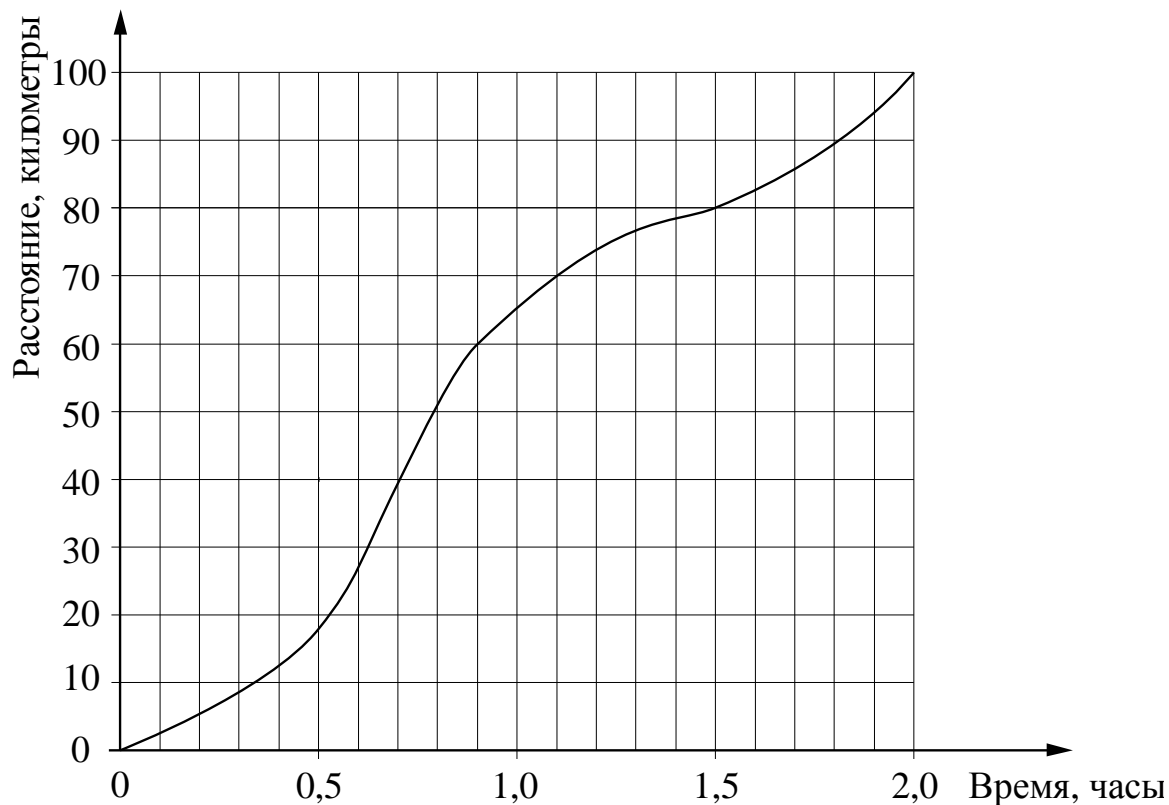


Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 8.1 или 8.2.**

**8.1**

На рисунке показан график движения автомобиля по маршруту. На оси абсцисс откладывается время, на оси ординат — пройденный путь. Найдите среднюю скорость движения автомобиля на данном маршруте. Ответ дайте в км/ч.



Ответ: \_\_\_\_\_.

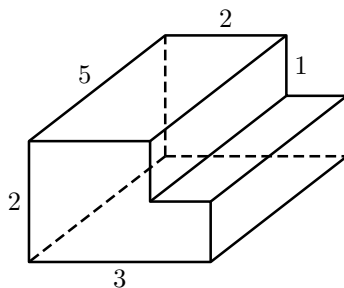
**8.2**

Прямая  $y = -3x + 8$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 7x - 6$ . Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9**

Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2****Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 10.1 или 10.2.****10.1**Найдите значение выражения  $\log_{1,25} 16 + \log_{1,25} \frac{1}{25}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10.2**Найдите значение выражения  $\cos 57^\circ \cos 123^\circ - \sin 57^\circ \sin 123^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

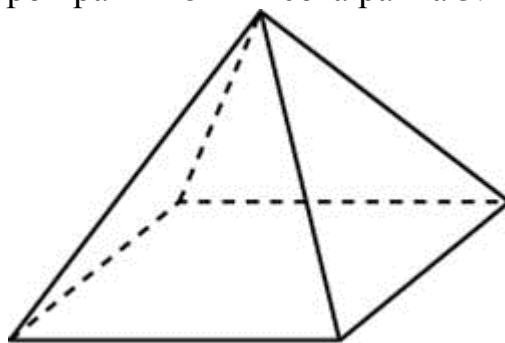
**11**

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 740 МГц. Скорость погружения батискафа  $v$  вычисляется по формуле  $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$ , где  $c = 1500$  м/с — скорость звука в воде,  $f_0$  — частота испускаемых импульсов,  $f$  — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником. Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 20 м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**12**

Найдите площадь поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, стороны основания которой равны 8 и высота равна 3.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**13**

Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 13 км/ч. Через час после него со скоростью 11 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 9 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 14.1 или 14.2.**

**14.1** Найдите наименьшее значение функции  $y = \log_6(x^2 + 8x + 52) - 10$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14.2** Найдите точку минимума функции  $y = x^3 - 4x^2 + 4x + 11$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Для записи решений и ответов на задания 15–21 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

**15** а) Решите уравнение  $2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2} \cos x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

**16** В основании пирамиды  $SABCD$  лежит квадрат со стороной 12. Ребро  $SA$  имеет длину 10 и перпендикулярно плоскости основания. Точка  $P$  — середина ребра  $SA$ .

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью  $BSP$ .

б) Найдите площадь этого сечения.

**Выполните ТОЛЬКО ОДНО из заданий: 17.1 или 17.2.**

**17.1** Решите неравенство  $\log_3 \frac{(x-1)^2}{9} \cdot \log_{\frac{1}{3}} \frac{x-1}{3} \leq \frac{\log_7 \frac{x-1}{3}}{\log_7 3}$ .

**17.2** Решите неравенство  $\frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2 - x}}{x^2 - x - 1} \leq 0$ .

**18** Окружность проходит через вершины  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$  и пересекает  $AB$  и  $AC$  в точках  $C_1$  и  $B_1$  соответственно.

а) Докажите, что треугольник  $ABC$  подобен треугольнику  $AB_1C_1$ .

б) Найдите радиус данной окружности, если  $\angle A = 30^\circ$ ,  $B_1C_1 = 5$  и площадь треугольника  $AB_1C_1$  в три раза меньше площади четырёхугольника  $BCB_1C_1$ .

**19** 31 декабря 2010 года Дмитрий взял в банке 5 005 000 рублей в кредит под 20 % годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20 %), затем Дмитрий переводит в банк платёж. Весь долг Дмитрий выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы выплатил долг за 2 равных платежа?

**20** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 2ax + 4a - a^2 = 0$  имеет не менее трёх корней. Найдите все корни, которые получаются при единственном значении параметра  $a$ .

**21** Пусть  $q$  — наименьшее общее кратное, а  $d$  — наибольший общий делитель натуральных чисел  $x$  и  $y$ , удовлетворяющих равенству  $7x = 16y - 73$ .

а) Может ли  $\frac{q}{d}$  быть равным 204?

б) Может ли  $\frac{q}{d}$  быть равным 2?

в) Найдите наименьшее значение  $\frac{q}{d}$ .