Урок – семинар.

Тема: Интеграл и его применение.

Природа формирует свои законы языком математики.

Галилео Галилей

1. Первообразная

Определение. **Функция F называется *первообразной* для функции f на заданном промежутке, если для всех x из этого промежутка**

$$F'(x) = f(x). \qquad (4)$$

2.Правила нахождения первообразных

28. Три правила нахождения первообразных

Эти правила похожи на соответствующие правила дифференцирования.

Правило 1. *Если F есть первообразная для f, а G — первообразная для g, то $F+G$ есть первообразная для $f+g$.*

Действительно, так как $F'=f$ и $G'=g$, по правилу вычисления производной суммы имеем:

$$(F+G)'=F'+G'=f+g.$$

Правило 2. *Если F есть первообразная для f, а k — постоянная, то функция kF — первообразная для kf.*

Действительно, постоянный множитель можно выносить за знак производной, поэтому

$$(kF)'=kF'=kf.$$

Правило 3. *Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а k и b — постоянные, причем $k\neq 0$, то $\frac{1}{k}F(kx+b)$ есть первообразная для $f(kx+b)$.*

Действительно, по правилу вычисления производной сложной функции имеем:

$$\left(\frac{1}{k}F(kx+b)\right)'=\frac{1}{k}F'(kx+b)\cdot k=f(kx+b).$$

2. Формула Ньютона — Лейбница. Сравнивая формулы площади криволинейной трапеции

$$S=F(b)-F(a) \text{ и } S=\int_a^b f(x)\,dx,$$

делаем вывод: *если F — первообразная для f на [a; b], то*

$$\int_a^b f(x)\,dx=F(b)-F(a). \qquad (3)$$

3. Криволинейная трапеция. Площадь криволинейной трапеции.

29. Площадь криволинейной трапеции

Пусть на отрезке $[a;\ b]$ оси Ox задана непрерывная функция f, не меняющая на нем знака. Фигуру, ограниченную графиком этой функции, отрезком $[a;\ b]$ и прямыми $x=a$ и $x=b$ (рис. 119), называют *криволинейной трапецией.*

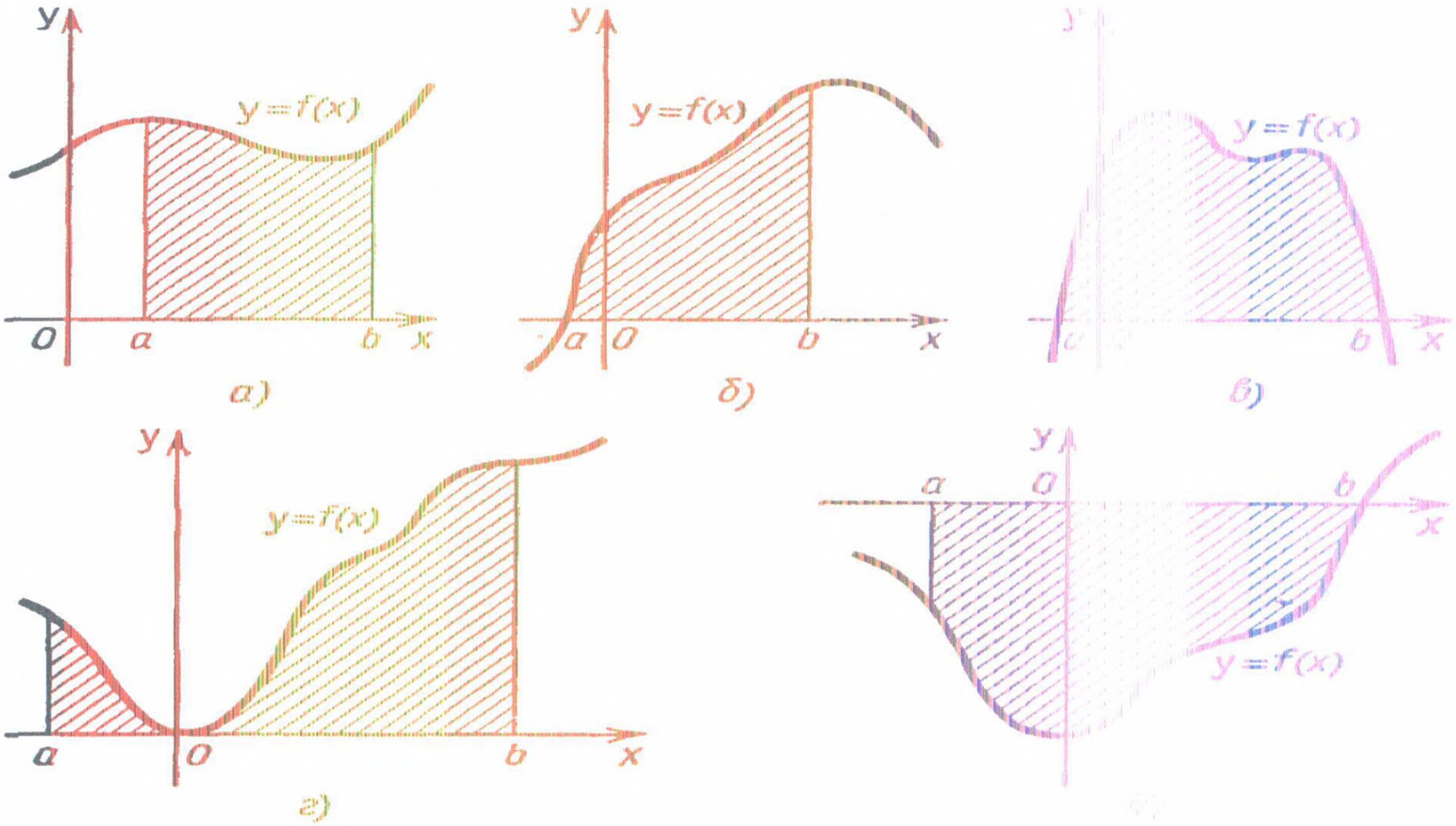


Рис. 119

Т е о р е м а. *Если f — непрерывная и неотрицательная на отрезке $[a; b]$ функция, а F — ее первообразная на этом отрезке, то площадь S соответствующей криволинейной трапеции* (рис. 120) *равна приращению первообразной на отрезке $[a; b]$, т. е.*

$$S = F(b) - F(a). \qquad (1)$$

4. Интеграл. Формула Ньютона-Лейбница

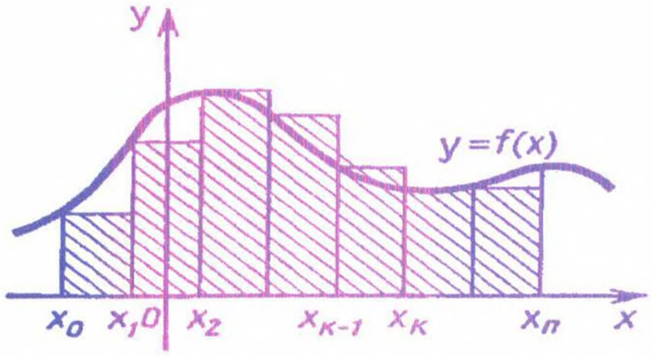


Рис. 122

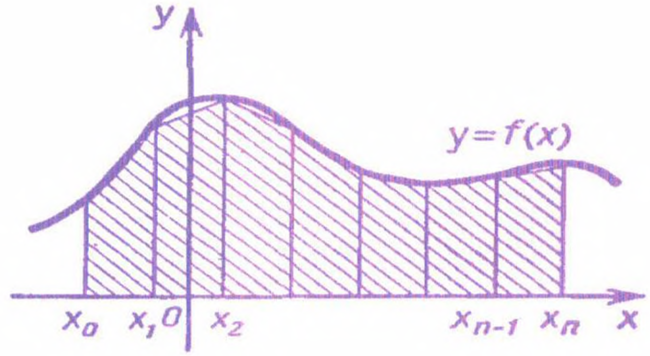


Рис. 123

называются *пределами интегрирования:* a — нижним пределом, b — верхним. Знак $\int$ называют *знаком интеграла.* Функция f называется *подынтегральной функцией,* а переменная x — *переменной интегрирования.*

Итак, если $f(x) \geqslant 0$ на отрезке $[a; b]$, то площадь S соответствующей криволинейной трапеции выражается формулой

$$S = \int_a^b f(x)\,dx. \qquad (2)$$

Вычисление площадей плоских фигур

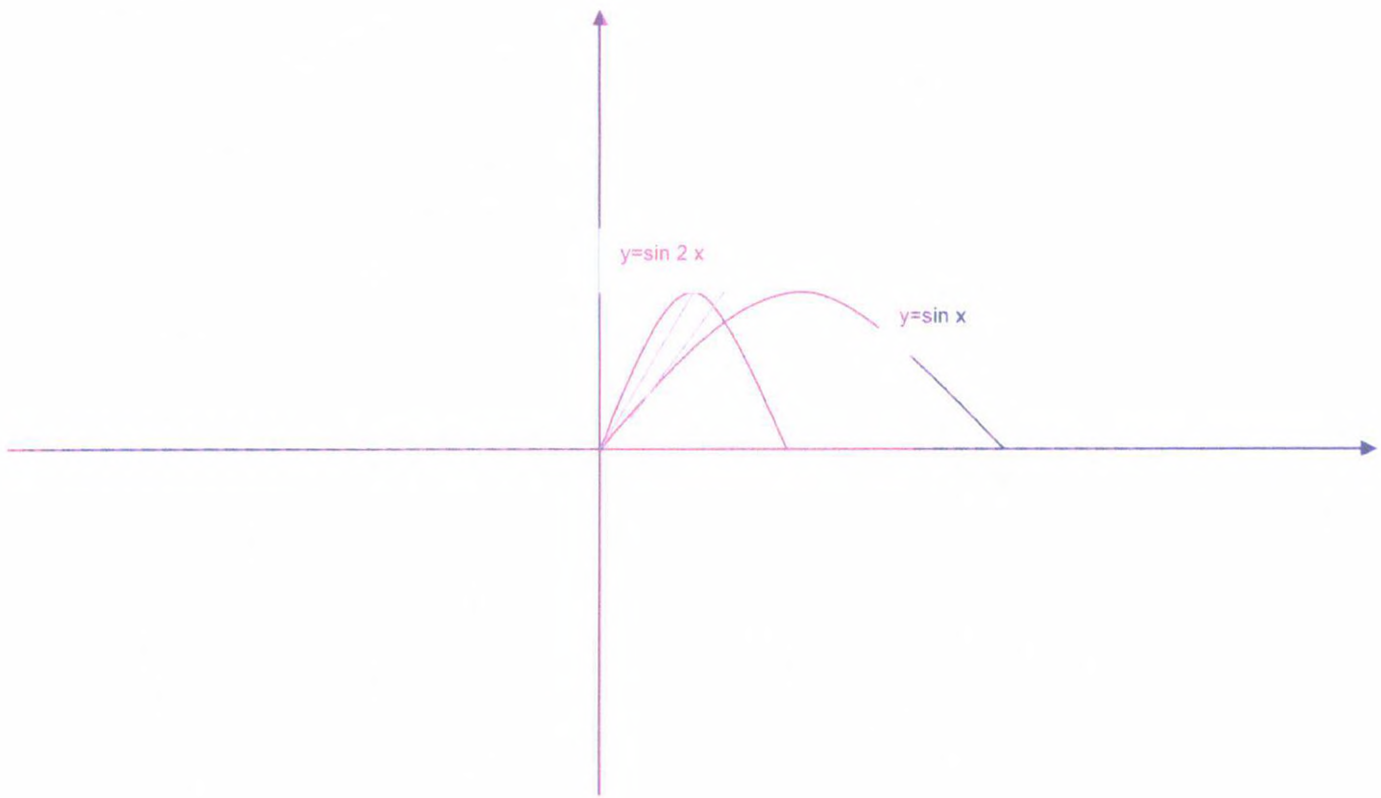
Задача 1. найти площадь фигуры ограниченной осью абсцисс, параболой

$$y = 2x^2 - x - 1$$

и прямой

$$x = -1$$

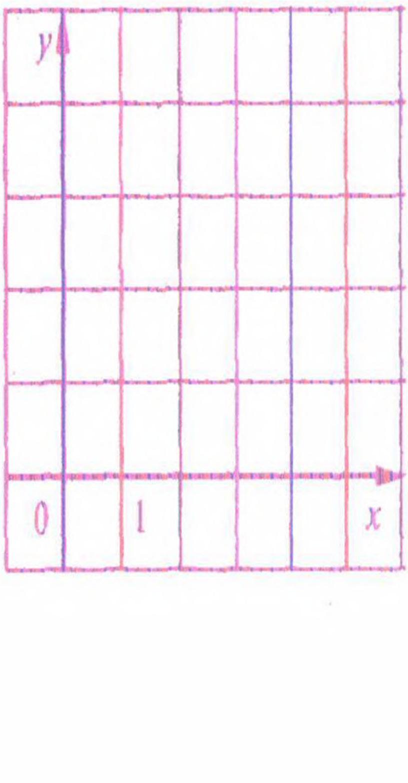
Задача 2. Найти площадь фигуры, заштрихованной на рисунке



Задача 3. Построить схема
площади которых можно в

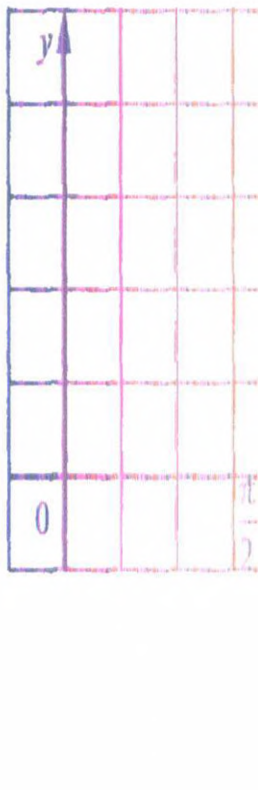
$y =$

$\int_0^1 x\,dx$

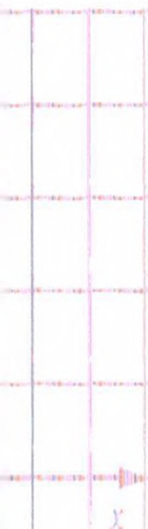


$y =$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx$

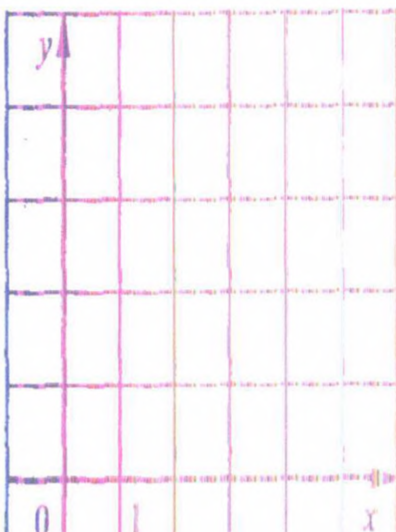


тически фигуры
ыразить интегралами



$$\int_1^3 \frac{dx}{x}$$

$y =$



Применение интеграла в физике

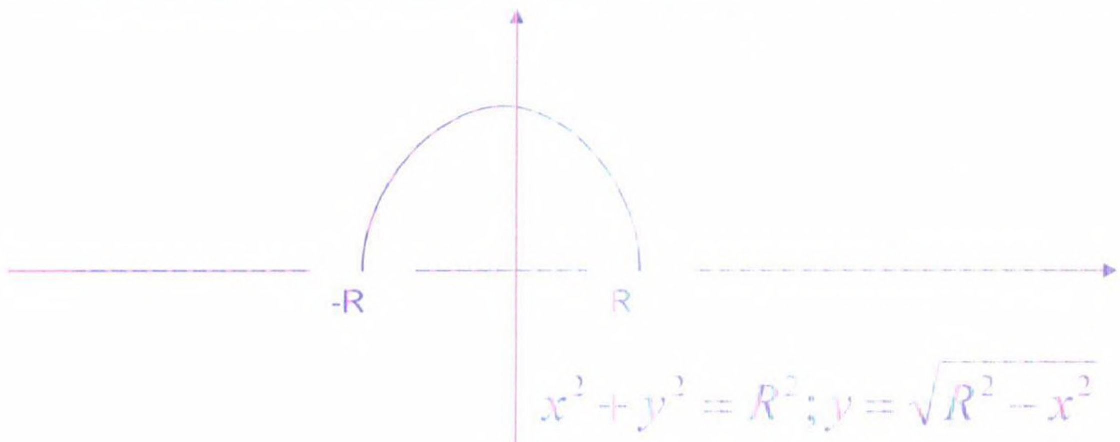
Задача 4. найти электрический заряд, который проходит через поперечное сечение проводника за 10 сек, если сила тока меняется по закону:

$$I(t) = (4t+1)\ (A)$$

Применение интеграла при вычислении объема

Задача 5. Вычислить объём шара, зная что объем вычисляется по формуле:

$$V = \int_b^a \pi f^2(x)\,dx$$



$$x^2 + y^2 = R^2; y = \sqrt{R^2 - x^2}$$

План семинара.

1. Вступительное слово учителя. Объявление темы и цели урока.
2. Историческая справка о развитии вопроса об определенном интеграле.
3. Фронтальный опрос об основных этапах введения понятия определенного интеграла.
4. Применение определенных интегралов:
   а) при вычислении площадей;
   б) в физике;
   с) в геометрии (при вычислении объемов тел вращения).
5. Итог урока.