Математический анализ

Понятие множества. Операции над множествами

- *Множеством* называется совокупность объектов, объединенных по некоторому признаку. Объекты, составляющие множество называются его *элементами* или *точками*.
- Если a есть элемент множества A, то пишут $a \in A$, в противном случае пишут $a \notin A$.
- Множество, не содержащее ни одного элемента, называется *пустым* и обозначается символом $\emptyset$.
- Два множества A и B называются *равными* $(A = B)$, если они состоят из одних и тех же элементов.
- Если любой элемент множества A является элементом множества B, то пишут $A \subseteq B$ или $B \supseteq A$ и говорят, что множество A является *подмножеством* множества B.

  Если $A \subseteq B$ и $A \neq B$, то говорят, что множество A является *собственным* подмножеством множества B и пишут $A \subset B$.

Понятие множества. Операции над множествами

- *Множеством* называется совокупность объектов, объединенных по некоторому признаку. Объекты, составляющие множество называются его *элементами* или *точками*.
- Если a есть элемент множества A, то пишут $a \in A$, в противном случае пишут $a \notin A$.
- Множество, не содержащее ни одного элемента, называется *пустым* и обозначается символом $\emptyset$.
- Два множества A и B называются *равными* $(A = B)$, если они состоят из одних и тех же элементов.
- Если любой элемент множества A является элементом множества B, то пишут $A \subseteq B$ или $B \supseteq A$ и говорят, что множество A является *подмножеством* множества B.

  Если $A \subseteq B$ и $A \neq B$, то говорят, что множество A является *собственным* подмножеством множества B и пишут $A \subset B$.

Понятие множества. Операции над множествами

- *Множеством* называется совокупность объектов, объединенных по некоторому признаку. Объекты, составляющие множество называются его *элементами* или *точками*.
- Если a есть элемент множества A, то пишут $a \in A$, в противном случае пишут $a \notin A$.
- Множество, не содержащее ни одного элемента, называется *пустым* и обозначается символом $\emptyset$.
- Два множества A и B называются *равными* ($A = B$), если они состоят из одних и тех же элементов.
- Если любой элемент множества A является элементом множества B, то пишут $A \subseteq B$ или $B \supseteq A$ и говорят, что множество A является *подмножеством* множества B.

  Если $A \subseteq B$ и $A \neq B$, то говорят, что множество A является *собственным* подмножеством множества B и пишут $A \subset B$.

Понятие множества. Операции над множествами

- *Множеством* называется совокупность объектов, объединенных по некоторому признаку. Объекты, составляющие множество называются его *элементами* или *точками*.
- Если a есть элемент множества A, то пишут $a \in A$, в противном случае пишут $a \notin A$.
- Множество, не содержащее ни одного элемента, называется *пустым* и обозначается символом $\emptyset$.
- Два множества A и B называются *равными* ($A = B$), если они состоят из одних и тех же элементов.
- Если любой элемент множества A является элементом множества B, то пишут $A \subseteq B$ или $B \supseteq A$ и говорят, что множество A является *подмножеством* множества B.

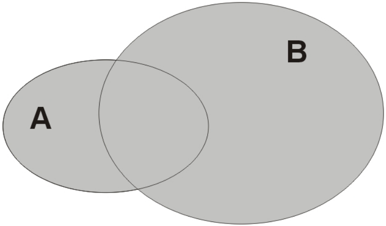
  Если $A \subseteq B$ и $A \neq B$, то говорят, что множество A является *собственным* подмножеством множества B и пишут $A \subset B$.

Понятие множества. Операции над множествами

- *Множеством* называется совокупность объектов, объединенных по некоторому признаку. Объекты, составляющие множество называются его *элементами* или *точками*.
- Если a есть элемент множества A, то пишут $a \in A$, в противном случае пишут $a \notin A$.
- Множество, не содержащее ни одного элемента, называется *пустым* и обозначается символом $\emptyset$.
- Два множества A и B называются *равными* $(A = B)$, если они состоят из одних и тех же элементов.
- Если любой элемент множества A является элементом множества B, то пишут $A \subseteq B$ или $B \supseteq A$ и говорят, что множество A является *подмножеством* множества B.

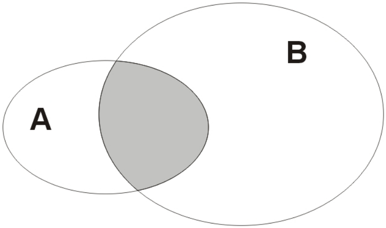
  Если $A \subseteq B$ и $A \neq B$, то говорят, что множество A является *собственным* подмножеством множества B и пишут $A \subset B$.

Понятие множества. Операции над множествами



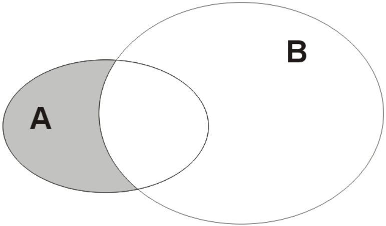
Объединением множеств A и B называется множество $C = A \cup B$, состоящее из всех элементов, принадлежащих хотя бы одному из данных множеств:

$$C = A \cup B = \{x |\ x \in A \text{ или } x \in B\}.$$



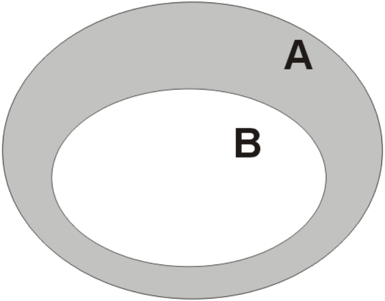
Пересечением множеств A и B называется множество $C = A \cap B$, состоящее из всех элементов, принадлежащих одновременно каждому из данных множеств:

$$C = A \cap B = \{x |\ x \in A \text{ и } x \in B\}.$$



Разностью множеств A и B называется множество $C = A \setminus B$, состоящее из всех элементов множества A, не принадлежащих множеству B:

$$C = A \setminus B = \{x |\ x \in A \text{ и } x \notin B\}.$$



Разность между множеством A и содержащимся в нем подмножеством B называется *дополнением* множества B в множестве A и обозначается $C_A B$, B^C или CB.

Понятие множества. Операции над множествами

- *Прямым* или *декартовым произведением* множеств A и B называется множество $C = A \times B$, образованное всеми упорядоченными парами (a, b), первый член которых есть элемент из A, а второй член — элемент из B:

$$C = A \times B = \{(a, b) |\ a \in A \text{ и } b \in B\}.$$

  В общем случае, $A \times B \neq B \times A$. Равенство имеет место, лишь если $A = B$. В этом случае вместо $A \times A$ пишут коротко A^2.

- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$, $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$, $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$, $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$, где $\mathbb{N}$ — множество натуральных чисел, $\mathbb{Z}$ — целых, $\mathbb{Q}$ — рациональных, $\mathbb{I}$ — иррациональных, $\mathbb{R}$ — действительных.

Понятие множества. Операции над множествами

- *Прямым* или *декартовым произведением* множеств A и B называется множество $C = A \times B$, образованное всеми упорядоченными парами (a, b), первый член которых есть элемент из A, а второй член — элемент из B:

$$C = A \times B = \{(a, b) |\, a \in A \text{ и } b \in B\}.$$

  В общем случае, $A \times B \neq B \times A$. Равенство имеет место, лишь если $A = B$. В этом случае вместо $A \times A$ пишут коротко A^2.

- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$, $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$, $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$, $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$, где $\mathbb{N}$ — множество натуральных чисел, $\mathbb{Z}$ — целых, $\mathbb{Q}$ — рациональных, $\mathbb{I}$ — иррациональных, $\mathbb{R}$ — действительных.

Понятие множества. Операции над множествами

- *Прямым* или *декартовым произведением* множеств A и B называется множество $C = A \times B$, образованное всеми упорядоченными парами (a, b), первый член которых есть элемент из A, а второй член — элемент из B:

$$C = A \times B = \{(a, b) | \; a \in A \text{ и } b \in B\}.$$

  В общем случае, $A \times B \neq B \times A$. Равенство имеет место, лишь если $A = B$. В этом случае вместо $A \times A$ пишут коротко A^2.

- $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$, $\mathbb{I} \subset \mathbb{R}$, $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$, $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$, где $\mathbb{N}$ — множество натуральных чисел, $\mathbb{Z}$ — целых, $\mathbb{Q}$ — рациональных, $\mathbb{I}$ — иррациональных, $\mathbb{R}$ — действительных.

- Пусть $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, тогда:
  - *отрезок* $[a, b]$ — это множество всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$;
  - *интервал* (a, b) — это множество всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих неравенству $a < x < b$;
  - *полуинтервалы* $(a, b]$ и $[a, b)$ — это множества всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих соответственно неравенствам $a < x \leq b$ и $a \leq x < b$.

Интервалы и полуинтервалы могут быть бесконечными: $(-\infty, a)$, $(b, +\infty)$, $(-\infty, +\infty)$, $(-\infty, a]$, $[b, +\infty)$.

Перечисленные множества (отрезок, интервал, полуинтервал) принято объединять единым термином *промежуток*.

Окрестностью точки a называется всякий интервал, содержащий эту точку. Интервал $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$, т.е. множество точек x таких, что $|x - a| < \varepsilon$ (где $\varepsilon > 0$), называется *ε - окрестностью* точки a.

- Пусть $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, тогда:
  - *отрезок* $[a, b]$ — это множество всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих неравенству $a \le x \le b$;
  - *интервал* (a, b) — это множество всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих неравенству $a < x < b$;
  - *полуинтервалы* $(a, b]$ и $[a, b)$ — это множества всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих соответственно неравенствам $a < x \le b$ и $a \le x < b$.

Интервалы и полуинтервалы могут быть бесконечными: $(-\infty, a)$, $(b, +\infty)$, $(-\infty, +\infty)$, $(-\infty, a]$, $[b, +\infty)$.

Перечисленные множества (отрезок, интервал, полуинтервал) принято объединять единым термином *промежуток*.

Окрестностью точки a называется всякий интервал, содержащий эту точку. Интервал $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$, т.е. множество точек x таких, что $|x - a| < \varepsilon$ (где $\varepsilon > 0$), называется *ε - окрестностью* точки a.

Понятие множества. Операции над множествами

- Пусть $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, тогда:
  - *отрезок* $[a, b]$ — это множество всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$;
  - *интервал* (a, b) — это множество всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих неравенству $a < x < b$;
  - *полуинтервалы* $(a, b]$ и $[a, b)$ — это множества всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих соответственно неравенствам $a < x \leq b$ и $a \leq x < b$.

Интервалы и полуинтервалы могут быть бесконечными: $(-\infty, a)$, $(b, +\infty)$, $(-\infty, +\infty)$, $(-\infty, a]$, $[b, +\infty)$.

Перечисленные множества (отрезок, интервал, полуинтервал) принято объединять единым термином *промежуток*.

Окрестностью точки a называется всякий интервал, содержащий эту точку. Интервал $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$, т.е. множество точек x таких, что $|x - a| < \varepsilon$ (где $\varepsilon > 0$), называется *ε - окрестностью* точки a.

Понятие множества. Операции над множествами

- Пусть $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, тогда:
  - *отрезок* $[a, b]$ — это множество всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$;
  - *интервал* (a, b) — это множество всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих неравенству $a < x < b$;
  - *полуинтервалы* $(a, b]$ и $[a, b)$ — это множества всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих соответственно неравенствам $a < x \leq b$ и $a \leq x < b$.

Интервалы и полуинтервалы могут быть бесконечными: $(-\infty, a)$, $(b, +\infty)$, $(-\infty, +\infty)$, $(-\infty, a]$, $[b, +\infty)$.

Перечисленные множества (отрезок, интервал, полуинтервал) принято объединять единым термином *промежуток*.

Окрестностью точки a называется всякий интервал, содержащий эту точку. Интервал $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$, т.е. множество точек x таких, что $|x - a| < \varepsilon$ (где $\varepsilon > 0$), называется ε - *окрестностью* точки a.

Понятие множества. Операции над множествами

- Пусть $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, тогда:
  - *отрезок* $[a, b]$ — это множество всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$;
  - *интервал* (a, b) — это множество всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих неравенству $a < x < b$;
  - *полуинтервалы* $(a, b]$ и $[a, b)$ — это множества всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих соответственно неравенствам $a < x \leq b$ и $a \leq x < b$.

Интервалы и полуинтервалы могут быть бесконечными: $(-\infty, a)$, $(b, +\infty)$, $(-\infty, +\infty)$, $(-\infty, a]$, $[b, +\infty)$.

Перечисленные множества (отрезок, интервал, полуинтервал) принято объединять единым термином *промежуток*.

Окрестностью точки a называется всякий интервал, содержащий эту точку. Интервал $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$, т.е. множество точек x таких, что $|x-a| < \varepsilon$ (где $\varepsilon > 0$), называется ε - *окрестностью* точки a.

Понятие множества. Операции над множествами

- Пусть $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, тогда:
    - *отрезок* $[a, b]$ — это множество всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$;
    - *интервал* (a, b) — это множество всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих неравенству $a < x < b$;
    - *полуинтервалы* $(a, b]$ и $[a, b)$ — это множества всех чисел $x \in \mathbb{R}$, удовлетворяющих соответственно неравенствам $a < x \leq b$ и $a \leq x < b$.

  Интервалы и полуинтервалы могут быть бесконечными: $(-\infty, a)$, $(b, +\infty)$, $(-\infty, +\infty)$, $(-\infty, a]$, $[b, +\infty)$.

  Перечисленные множества (отрезок, интервал, полуинтервал) принято объединять единым термином *промежуток*.

  Окрестностью точки a называется всякий интервал, содержащий эту точку. Интервал $(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$, т.е. множество точек x таких, что $|x - a| < \varepsilon$ (где $\varepsilon > 0$), называется *ε - окрестностью* точки a.

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

Понятие множества. Операции над множествами

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

Понятие множества. Операции над множествами

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C \text{ и } B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A \text{ и } C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset \text{ или } B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A \text{ и } D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

Понятие множества. Операции над множествами

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

- Свойства операций над множествами

1. $A \cup B = B \cup A$;
2. $A \cap B = B \cap A$;
3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
5. $A \cup A = A$;
6. $A \cap A = A$;
7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
11. $C_A(C_A B) = B$;
12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

Понятие множества. Операции над множествами

- Свойства операций над множествами
  1. $A \cup B = B \cup A$;
  2. $A \cap B = B \cap A$;
  3. $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$;
  4. $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
  5. $A \cup A = A$;
  6. $A \cap A = A$;
  7. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;
  8. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
  9. $(A \subset C$ и $B \subset C) \Leftrightarrow ((A \cup B) \subset C)$;
  10. $(C \subset A$ и $C \subset B) \Leftrightarrow (C \subset (A \cap B))$;
  11. $C_A(C_A B) = B$;
  12. $C_A(B \cup C) = C_A B \cap C_A C$;
  13. $C_A(B \cap C) = C_A B \cup C_A C$;
  14. $(A \times B = \emptyset) \Leftrightarrow (A = \emptyset$ или $B = \emptyset)$;
  15. Если $A \times B \neq \emptyset$, то $(C \times D \subset A \times B) \Leftrightarrow (C \subset A$ и $D \subset B)$;
  16. $(A \times B) \cup (C \times B) = (A \cup C) \times B$;
  17. $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$.

Мощность множества. Счетные и несчетные множества

- Говорят, что множества A и B имеют одинаковую *мощность* (*равномощны*), если между ними можно установить взаимно-однозначное соответствие, т.е. каждому элементу $a \in A$ сопоставляется элемент $b \in B$, причем различным элементам множества A отвечают различные элементы множества B и каждый элемент $b \in B$ сопоставлен некоторому элементу множества A.
- Множество называется *конечным* (по Дедекинду[1]), если оно не равномощно никакому своему собственному подмножеству, в противном случае оно называется *бесконечным*.
- Множество называется *счетным*, если оно равномощно множеству $\mathbb{N}$ натуральных чисел. В противном случае множество называется *несчетным*.

---

[1] Р. Дедекинд (1831 – 1916) — немецкий математик - алгебраист, принявший активное участие в развитии теории действительного числа. Впервые предложил аксиоматику множества натуральных чисел, называемую обычно аксиоматикой Пеано — по имени Дж. Пеано (1858 – 1932), итальянского математика, сформулировавшего ее несколько позже.

Мощность множества. Счетные и несчетные множества

- Говорят, что множества A и B имеют одинаковую *мощность* (*равномощны*), если между ними можно установить взаимно-однозначное соответствие, т.е. каждому элементу $a \in A$ сопоставляется элемент $b \in B$, причем различным элементам множества A отвечают различные элементы множества B и каждый элемент $b \in B$ сопоставлен некоторому элементу множества A.
- Множество называется *конечным* (по Дедекинду[1]), если оно не равномощно никакому своему собственному подмножеству, в противном случае оно называется *бесконечным*.
- Множество называется *счетным*, если оно равномощно множеству $\mathbb{N}$ натуральных чисел. В противном случае множество называется *несчетным*.

[1] Р. Дедекинд (1831 – 1916) — немецкий математик - алгебраист, принявший активное участие в развитии теории действительного числа. Впервые предложил аксиоматику множества натуральных чисел, называемую обычно аксиоматикой Пеано — по имени Дж. Пеано (1858 – 1932), итальянского математика, сформулировавшего ее несколько позже.

Мощность множества. Счетные и несчетные множества

- Говорят, что множества A и B имеют одинаковую *мощность* (*равномощны*), если между ними можно установить взаимно-однозначное соответствие, т.е. каждому элементу $a \in A$ сопоставляется элемент $b \in B$, причем различным элементам множества A отвечают различные элементы множества B и каждый элемент $b \in B$ сопоставлен некоторому элементу множества A.
- Множество называется *конечным* (по Дедекинду[1]), если оно не равномощно никакому своему собственному подмножеству, в противном случае оно называется *бесконечным*.
- Множество называется *счетным*, если оно равномощно множеству $\mathbb{N}$ натуральных чисел. В противном случае множество называется *несчетным*.

[1] Р. Дедекинд (1831 – 1916) — немецкий математик - алгебраист, принявший активное участие в развитии теории действительного числа. Впервые предложил аксиоматику множества натуральных чисел, называемую обычно аксиоматикой Пеано — по имени Дж. Пеано (1858 – 1932), итальянского математика, сформулировавшего ее несколько позже.

- *Утверждение.*

  a) Бесконечное подмножество счетного множества счетно.

  b) Объединение множеств конечной или счетной системы счетных множеств есть множество счетное.

  c) Множество целых чисел счетно.

  d) Множество рациональных чисел счетно.

  e) Множество алгебраических чисел счетно.

- Множество $\mathbb{R}$ действительных чисел называют также *числовым континуумом*, а его мощность — *мощностью континуума*.

  Мощность континуума имеют, например, множество иррациональных чисел, множества точек отрезка или интервала прямой, множества точек квадрата, круга, куба, плоскости.

- *Утверждение.*

  a) Бесконечное подмножество счетного множества счетно.

  b) Объединение множеств конечной или счетной системы счетных множеств есть множество счетное.

  c) Множество целых чисел счетно.

  d) Множество рациональных чисел счетно.

  e) Множество алгебраических чисел счетно.

- Множество $\mathbb{R}$ действительных чисел называют также *числовым континуумом*, а его мощность — *мощностью континуума*.

  Мощность континуума имеют, например, множество иррациональных чисел, множества точек отрезка или интервала прямой, множества точек квадрата, круга, куба, плоскости.

- *Утверждение.*

  a) Бесконечное подмножество счетного множества счетно.

  b) Объединение множеств конечной или счетной системы счетных множеств есть множество счетное.

  c) Множество целых чисел счетно.

  d) Множество рациональных чисел счетно.

  e) Множество алгебраических чисел счетно.

- Множество $\mathbb{R}$ действительных чисел называют также *числовым континуумом*, а его мощность — *мощностью континуума*.

  Мощность континуума имеют, например, множество иррациональных чисел, множества точек отрезка или интервала прямой, множества точек квадрата, круга, куба, плоскости.

Мощность множества. Счетные и несчетные множества

- *Утверждение.*

  a) Бесконечное подмножество счетного множества счетно.

  b) Объединение множеств конечной или счетной системы счетных множеств есть множество счетное.

  c) Множество целых чисел счетно.

  d) Множество рациональных чисел счетно.

  e) Множество алгебраических чисел счетно.

- Множество $\mathbb{R}$ действительных чисел называют также *числовым континуумом*, а его мощность — *мощностью континуума*.

  Мощность континуума имеют, например, множество иррациональных чисел, множества точек отрезка или интервала прямой, множества точек квадрата, круга, куба, плоскости.

- *Утверждение.*

  a) Бесконечное подмножество счетного множества счетно.

  b) Объединение множеств конечной или счетной системы счетных множеств есть множество счетное.

  c) Множество целых чисел счетно.

  d) Множество рациональных чисел счетно.

  e) Множество алгебраических чисел счетно.

- Множество $\mathbb{R}$ действительных чисел называют также *числовым континуумом*, а его мощность — *мощностью континуума*.

  Мощность континуума имеют, например, множество иррациональных чисел, множества точек отрезка или интервала прямой, множества точек квадрата, круга, куба, плоскости.

Мощность множества. Счетные и несчетные множества

- *Утверждение.*

  a) Бесконечное подмножество счетного множества счетно.

  b) Объединение множеств конечной или счетной системы счетных множеств есть множество счетное.

  c) Множество целых чисел счетно.

  d) Множество рациональных чисел счетно.

  e) Множество алгебраических чисел счетно.

- Множество $\mathbb{R}$ действительных чисел называют также *числовым континуумом*, а его мощность — *мощностью континуума*.

  Мощность континуума имеют, например, множество иррациональных чисел, множества точек отрезка или интервала прямой, множества точек квадрата, круга, куба, плоскости.

- *Утверждение.*

  a) Бесконечное подмножество счетного множества счетно.

  b) Объединение множеств конечной или счетной системы счетных множеств есть множество счетное.

  c) Множество целых чисел счетно.

  d) Множество рациональных чисел счетно.

  e) Множество алгебраических чисел счетно.

- Множество $\mathbb{R}$ действительных чисел называют также *числовым континуумом*, а его мощность — *мощностью континуума*.

  Мощность континуума имеют, например, множество иррациональных чисел, множества точек отрезка или интервала прямой, множества точек квадрата, круга, куба, плоскости.

- *Теорема (Кантор).* Бесконечное множество $\mathbb{R}$ имеет мощность большую, чем бесконечное множество $\mathbb{N}$.

  Следствия.

  1) $\mathbb{Q} \neq \mathbb{R}$ и существуют иррациональные числа.

  2) Существуют трансцендентные числа, поскольку множество алгебраических чисел счетно.

- В 1963 году американский математик П. Коэн доказал, что существование множества, мощность которого является промежуточной между счетной и мощностью континуума, так и его отсутствие не противоречат принятой в теории множеств аксиоматике.

- *Теорема (Кантор).* Бесконечное множество $\mathbb{R}$ имеет мощность большую, чем бесконечное множество $\mathbb{N}$.

  Следствия.

  1) $\mathbb{Q} \neq \mathbb{R}$ и существуют иррациональные числа.

  2) Существуют трансцендентные числа, поскольку множество алгебраических чисел счетно.

- В 1963 году американский математик П. Коэн доказал, что существование множества, мощность которого является промежуточной между счетной и мощностью континуума, так и его отсутствие не противоречат принятой в теории множеств аксиоматике.

Мощность множества. Счетные и несчетные множества

- *Теорема (Кантор).* Бесконечное множество $\mathbb{R}$ имеет мощность большую, чем бесконечное множество $\mathbb{N}$.

  Следствия.

  1) $\mathbb{Q} \neq \mathbb{R}$ и существуют иррациональные числа.

  2) Существуют трансцендентные числа, поскольку множество алгебраических чисел счетно.

- В 1963 году американский математик П. Коэн доказал, что существование множества, мощность которого является промежуточной между счетной и мощностью континуума, так и его отсутствие не противоречат принятой в теории множеств аксиоматике.

Мощность множества. Счетные и несчетные множества

- *Теорема (Кантор).* Бесконечное множество $\mathbb{R}$ имеет мощность большую, чем бесконечное множество $\mathbb{N}$.

  Следствия.

  1) $\mathbb{Q} \neq \mathbb{R}$ и существуют иррациональные числа.

  2) Существуют трансцендентные числа, поскольку множество алгебраических чисел счетно.

- В 1963 году американский математик П. Коэн доказал, что существование множества, мощность которого является промежуточной между счетной и мощностью континуума, так и его отсутствие не противоречат принятой в теории множеств аксиоматике.